буде просто навчатися. Потім для кожного класу можна встановити, чи він відповідає доброму стану речей, чи поганому (згідно із реальною ситуацією). Таким чином ми отримаємо "негативні" та "позитивні" класи, а значення реакцій у цих класах можуть бути *чисельним виразенням* "негативності" чи "позитивності".

1. Грицик В. Розробка інформаційних технологій функціонування, програмування і налаштування нейронних систем паралельної обробки сигналів// Інформаційні технології і систем.. – 1998. – № 1/2. – С. 9 – 14. 2. Грицик В., Азенберг Н., Бунь Р., Данилюк О., Гече Ф., Кисіль Б., Олексів Б., Опотяк Ю., Стрямець С., Ткаченко Р., Вальковський В., Войчишин К. Нейронні та нейроподібні мережі: синтез, реалізація, застосування та майбутнє// Інформаційні технології і системи. – 1998. – № 1/2. – С. 15 – 55. 3. Нікольський Ю., Щербина Ю. Генетичні алгоритми в екстремальних задачах.// Вісн. Львівського університету. – 2000. – Сер. прикладна математика та інформатика. – Вип. 2. – С. 197 – 208. 4. Parker D. Second order back propagation: Implementation an optimal 0(n) approximation to Newton's methods as an artificial neural networks. Manuscript submitted for publication, 1987. 5. Kohonen T. Self-organization and associative memory. Series in Information Sciences. Vol. 8. verlag, 1984. 6. Rumelhart D., Hinton G., Williams R. Learning internal representations by error propagation. In Parallel distributed processing, Cambridge, MA: MIT Press. – 1986. – Vol. 1. – P. 318 – 62. 7. Geman S., Geman D. Stohastic relaxation, Gibbs distribution and Baysian restoration of images// IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1984. – ***6.*** *– P. 721 – 41.*

УДК 681.3

Якушев В.В.
ТзОВ "СофтСерв-Консалтинг"

ПЕРЕТВОРЕННЯ І ОПРАЦЮВАННЯ ВХІДНИХ ПОТОКІВ ДАНИХ З ВИКОРИСТАННЯМ ШВИДКОЗБІЖНИХ РЯДІВ

Mathematical algorithms for using in information technology are considered.

Тут описані математичні алгоритми, які використовуються у інформаційних технологіях

Перетворення і опрацювання вхідних потоків даних є одним з основних етапів в процессі їх підготовки для інформаційного наповнення баз даних та знань .

У загальному вигляді перетворенням можна вважати відображення фізичної величини, що перетворюеться, на деякий швидкозбіжний ряд, кількість якої виражається границею фундаментальної послідовності раціональних чисел [1]. На практиці таке перетворення вхідних потоків даних (фізичних величин) може бути реалізоване за допомогою аналого-цифрового перетворення . Оскільки характеристики реальних аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) мають технічно і технологічно обумовлені обмеження, дослідження їх впливу на результати перетворення мають теоретичне і практичне значення. Одним з таких обмежень є скічення чутливість АЦП, іншими словами всі значення величини, що меньші або рівні порогу чутливості АЦП, сприймаються як рівні нулю. Отже кількість величини, що перетворюється, теоретично дорівнює повній сумі ряду, а практично, точність наближення визначається кількістю врахованих членів ряду.

В роботі досліджуються перетворення вхідних потоків даних на прикладі швидкозбіжних рядів Остроградського и комбінованого [2]. Оцінюється похибка перетворення фізичної величини з урахуванням обмеження на число елементів цифрового коду, що відповідає кількості врахованих членів ряду, наприклад, на відрізку [0,1].

Докладніше опишемо це при застосуванні ряду Остроградського першого роду. Для нього максимально можлива похибка перетворення значення фізичної велечини за n ітерацій дорівнює

$$\frac{1}{(n+1)!}\ .$$

Але виявляється, що похибка саме такого порядку досягається на дуже невеликій частині відрізка [0,1]. Такий підінтервал (множина) складається з тих чисел відрізку [0,1], у яких при розкладанні їх в ряд Остроградського перші n елементів коду умовно рівні

$$p_1 = 1,\ p_2 = 2, \ldots,\ p_n = n,$$

тобто виконується співвідношення

$$p_{i+1} > p_i\,,$$

яке характерне для ряду Остроградського.

Тобто, це числа α вигляду

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n} +$$
$$+ (-1)^{n}\frac{1}{n!\,p_{n+1}} + (-1)^{n+1}\frac{1}{n!\,p_{n+1}p_{n+2}} + \ldots\ ,$$

де $p_{n+1} \geq n+1$.

Оцінка похибки $\frac{1}{(n+1)!}$ для цих чисел випливає з того факту, що залишок знакопочергового ряду, який отриманий після відкидання перших n доданків, не перевищує абсолютної величини першого з залишених членів ряду, а саме

$$\frac{1}{n!\,p_{n+1}} \leq \frac{1}{n!\,(n+1)} = \frac{1}{(n+1)!}\ .$$

При цьому, якщо $p_{n+1} \geq n+1$, але є ще і подальші члени ряду, то похибка відображення числа першими доданками відразу зменшується. А точне значення похибки $\frac{1}{(n+1)!}$ досягається тільки для одного числа

$$\alpha_0 = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} - \ldots + (-1)^{n+1}\frac{1}{n!} + (-1)^{n}\frac{1}{(n+1)!}\ .$$

Розглянута вище множина є інтервалом $[a,b]$, закінчення якого відповідно дорівнюють

$$a = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1}{n!}\ ,$$
$$b = \alpha_0\ ,$$

якщо n – парне, чи

$$a = \alpha_0\,,$$

$$b = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!},$$

якщо n – непарне. Але кожен раз довжина такого інтервалу дорівнює $\frac{1}{(n+1)!}$.

Для решти чисел відрізка [0,1], міра множини котрих дорівнює 1-$\frac{1}{(n+1)!}$,

похибка значно менша і залежить від перших n елементів кодового слова, отриманого за алгоритмом Остроградського, і, в загальному випадку, може бути оцінена величиною $\frac{1}{p_1 p_2 \ldots p_n (p_n + 1)}$.

У результаті, попереднє масштабування перетворюваної фізичної величини (аналогового сигналу) дозволяє уникнути влучення вказаної величини у той діапазон, де точність перетворення сигналу невелика, і здійснювати перетворення там, де максимально можлива похибка значно менша, ніж у цілому по відрізку [0,1].

Така ж ситуація спостерігається при оцінці похибки для комбінованого алгоритму першого роду. Дослідження в цьому випадку дещо ускладнюється, оскільки отриманий за комбінованим алгоритмом ряд є знакозмінним, а не знакопочерговим. Але властивість швидкого росту елементів λ_i кодового слова зберігається і навіть підсилюється:

$$\lambda_{i+1} \geq 2\lambda_i + 1.$$

Для оцінки максимально можливої похибки розглянемо, як і в попередньому випадку, ті числа, у яких перші n елементів кодового слова мінімально можливі

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 7, \ldots, \lambda_n = 2^n - 1,$$

при цьому розподіл знаків у ряді довільний.

Далі перетворення аналогічні, як для ряду Остроградського.

Максимальна абсолютна похибка наближення нескінченноого комбінованого ряду його скінченним відрізком була розглянута в роботі [2]:

$$\Delta_{KI} < \frac{1}{2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}}$$

Подана максимальна похибка показує швидку збіжність рядів, побудованих за комбінованим алгоритмом. При цьому вона має таку величину тільки для малих множин чисел на відрізку [0,1], а для переважної більшості чисел значно менша, оскільки у таких чисел початкові елементи коду не мусять бути найменш можливими.

Оскільки потрібна точність може досягатися за різне число ітерацій, тобто раніше, ніж за n, то немає сенсу при аналого-цифровому перетворенні губити час на виконання однакового, фіксованого для всіх перетворень, числа ітерацій.

Особливо відзначимо, що досягнення одної і тієї ж верхньої межі Q для елементів коду в алгоритмі Остроградського відбувається швидше, ніж в алгоритмі Енгеля, а в комбінованому – швидше, ніж в обох попередніх, оскільки відповідні співвідношення між послідовними елементами коду мають відповідно вигляд [2]

$$q_{i+1} \geq q_i ; p_{i+1} > p_i ; \lambda_{i+1} \geq 2\lambda_i + 1$$

Важливим є також те, що наведені вирази дозволяють контролювати саме процес перетворення, в результаті забезпечується завадозахищенність при переході від однієї ітерації до наступної.

На практиці потрібна точність перетворення сигналу і алгоритм отримання числового значення з кодового слова $p_1, p_2,...$ визначають довжину кодового слова $p_1, p_2,..., p_N$. Зауважимо, що відсікання кодового слова порушує однозначність відображення сигналу таким кодом. Іншими словами, кодам $p_1, p_2,..., p_N$ і $p_1, p_2,..., p_M\,(N \neq M)$ може відповідати одне і те ж число. Наприклад, кодам 7, 8 і 8 алгоритму Остроградського відповідають числа

$$\alpha = \frac{1}{7} - \frac{1}{7 \cdot 8} \quad \text{та} \quad \beta = \frac{1}{8},$$

які є рівними. Це необхідно враховувати при аналізі витрат пам'яті на зберігання кодового слова $P_{сл}$.

Дослідження величини $P_{сл}$ відбувалось на прикладі алгоритмів Остроградського і комбінованого, які дають достатньо повну картину.

Програма досліджень дозволила в діалоговому режимі підібрати при заданих обмеженнях оптимальні з точки зору дослідника варіанти, а саме, вказати такі підінтервали інтервалу [0,1], на яких точність відображення сигналу кодом Остроградського або кодом, отриманим за комбінованим алгоритмом, є найвища. У процесі дослідження інтервал [0,1] поділявся на K рівних підінтервалів. Кількість підінтервалів задавалася дослідником, при цьому програма генерувала кодові числа

$$p_1, p_2,..., p_i;\, p_i \leq N < K$$

і здійснювала підрахунок влучень цих чисел у кожний з підінтервалів.

На основі отриманої інформації про розподіл кодових слів у підінтервалах можна уточнити інформацію про кожний підінтервал, тобто ортимати всі кодові числа, які вказаний підінтервал заповнюють, іншими словами точність відображення.

Продемонструємо сказане вище конкретними прикладами. Нехай N = 8, а інтервал [0,1] розбитий на 25 підінтервалів. Як показали дослідження, найзавантаженішими є підінтервали 10 і 16, при цьому на першому з них розміщені 26 кодових слів, а на другому - 23. На підінтервалах 2, 3, 12, 14, 23, 24 не розміщено жодного кодового слова. Для $N = 10$ картина якісно зберігається. Отже, підінтервали 10 і 16 є найпридатнішими з точки зору досягнення максимальної точності, а підінтервали 2, 3, 12, 14, 23, 24 - найгірші. Якщо число підінтервалів дорівнює 32, то і в цьому випадку не всі підінтервали забезпечують однакову точність перетворення сигналу. Серед них є такі, яким треба віддавати перевагу, і ті, яких слід уникати. Так, для алгоритму Остроградського бажаними є підінтервали 12 і 21. На цих підінтервалах зосереджено 19 і 17 кодових слів при N =8 , а також 81 і 75 слів при N =10 відповідно. Отже, при чисельному дослідженні $P_{сл}$ виявляється, що не всі підінтервали інтервалу [0,1] рівнозначні. При цьому кращі підінтервали, що отримані для однієї довжини слова

$$p_1, p_2,... \leq N_1$$

виявляються кращими і для іншої довжини слова $p_1, p_2,... \leq N_2$.

Порівняємо $P_{сл}$ для алгоритму Остроградського і двійкового коду. При N =8 і кількості підінтервалів 25 найменша точність наближення досягається на підінтервалі 12, де вона дорівнює $\approx \frac{1}{650}$, що відповідає точності $\approx 2^{-9}$ в двійковому коді.

Точність перетворення суттєво зростає при використанні комбінованого алгоритму для перетворення аналогового сигналу. Так, при N =8 і кількості підінрервалів 32 на підінтервалі 10 розміщується 115 кодових слів, що забезпечують точність перетворення рівну приблизно 2^{-12}.

У результаті проведених досліджень можна зробити такі висновки:

1) точність перетворення на різних підінтервалах інтервалу [0,1] різна, і якщо якийсь з підінтервалів забезпечує високу, в порівнянні з іншими підінтервалами, точність перетворення при умові однакового обмеження на довжину кодового слова N (а відповідно і на $P_{сл}$), то така тенденція зберігається і для інших обмежень;
2) оскільки при різних способах розбиття інтервалу [0,1] на підінтервали точність вимірювання і максимальна довжина кодового слова на різних підінтервалах різна, то при заданих обмеженнях на довжину кодового слова N дослідник може в діалоговому режимі підібрати таке розбиття інтервалу [0,1], при якому забезпечується найбільша точність перетворення при найменшому $P_{сл}$;
3) комбінований алгоритм забезпечує суттєво більшу точність перетворення при таких самих витратах пам’яті на зберігання кодового слова.

1. Якушев В.С. Математичний підхід до розроблення нових методів і засобів перетворення та опрацювання інформації //Вісник ДУ “Львівська політехніка” .1998. №330. С. 263 –268. 2. Якушев В.С. Використання активних алгоритмів перетворення і опрацювання інформації в інформаційних технологіях. //Вісник ДУ “Львівська політехніка” .1999. №383. С. 242 – 260.

УДК 681.3

Якушев В.С.
НУ “Львівська політехніка”,
кафедра “Інформаційні системи та мережі”

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ АКТИВНИХ АЛГОРИТМІВ ПРИ ПЕРЕТВОРЕННІ І ОПРАЦЮВАННІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПОТОКІВ

Active mathematical algorithms for using in information technology are considered.

Тут описані активні математичні алгоритми, які використовуються у інформаційних технологіях

Підготування вхідних потоків даних для сучасних інформаційних вимірювально-обчислювальних систем, у тому числі їх перетворення і опрацювання, не перестає бути актуальним, незважаючи на різні підходи до вирішення вказаної проблеми [1].