УДК 621.3.01:517.949.8

Маляр В.С., Совин Р.Я.
ДУ "Львівська політехніка", кафедра ТЗЕ

МЕТОД МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧАХ

Пропонується неявний метод розрахунку перехідних процесів в електромеханічних перетворювачах, який базується на застосуванні сплайн-функцій третього порядку.

Електромагнітний стан електромеханічних перетворювачів (ЕМП) у загальному випадку можна описати векторним рівнянням

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \vec{u} - r\vec{i} \ , \tag{1}$$

де $\vec{\psi}, \vec{u}, \vec{i}$ – вектори потокозчеплень, напруг та струмів контурів; r – матриця активних опорів контурів ЕМП, до яких входять і активні опори, якими апроксимовані вентилі.

Рівняння руху ротора мають вигляд

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(M_e - M_н); \tag{2а}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega, \tag{2б}$$

де $M_e, M_н$ – електромагнітний момент ЕМП та момент навантаження; J – приведений момент інерції ротора; ω – швидкість обертання ротора.

Надалі з метою скорочення запису систему диференційних рівнянь (ДР) (1), (2) запишемо у вигляді одного векторного рівняння вигляду

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, t), \tag{3}$$

де $\vec{y} = (\vec{\psi}, \omega, \gamma)^*$; $\vec{x} = (\vec{i}, \omega, \gamma)^*$ – m-вимірні вектори, у яких компоненти γ, ω є спільними, а верхній індекс (*) означає операцію транспонування.

Отже, електромагнітні та електромеханічні перехідні процеси в ЕМП описуються нелінійними системами ДР. Їх коефіцієнтами у загальному випадку є динамічні індуктивності та коефіцієнти ЕРС обертання, які визначаються магнітним станом конкретного ЕМП [4]. Тому сумісно з ДР електромагнітного чи електромеханічного перехідного процесу необхідно розв'язувати рівняння магнітного кола ЕМП і за координатами магнітного стану визначати потокозчеплення контурів та динамічні параметри. Рівняння магнітного стану

ЕМП можна записати на підставі законів Кірхгофа для магнітних кіл у вигляді

$$\Pi_m \vec{\Phi} = 0; \tag{4а}$$

$$\Gamma_m \vec{F} = \Gamma_m w \vec{i}, \tag{4б}$$

де Π_m, Γ_m – матриці інциденцій графу магнітного кола машини; w – матриця кількостей витків контурів; $\vec{F}$, $\vec{\Phi}$, $\vec{i}$ – вектори-стовпці спадів магнітних напруг, магнітних потоків та струмів контурів магнітного кола.

Під час числового інтегрування ДР електромагнітної чи електромеханічної рівноваги за відомими з попереднього кроку вектором струмів $\vec{i}$ вектор $\vec{\Phi}$ можна одержати з рівнянь (4) ітераційним методом Ньютона, згідно з яким його l+1 наближення обчислюються за формулою

$$\vec{\Phi}^{(l+1)} = \vec{\Phi}^{(l)} - \Delta\vec{\Phi}^{(l)}, \tag{5}$$

де $\Delta\vec{\Phi}^{(l)}$ визначається розв'язуванням лінійної системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} \Pi_m \\ \Gamma_m R_m^{(l)} \end{bmatrix} \Delta\vec{\Phi}^{(l)} = \begin{bmatrix} \Pi_m \vec{\Phi}^{(l)} \\ \Gamma_m \vec{F}^{(l)} - \Gamma_m w \vec{i}^{(l)} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

в якій $R_m^{(l)}$ – матриця диференційних магнітних опорів елементів магнітного кола ЕМП.

Відзначимо, що скінченні рівняння вихідної системи (4) можна звести до диференційних за допомогою їх диференціювання. Такий підхід нерідко застосовують при використанні явних методів інтегрування ДР.

Відзначене свідчить, що незалежно від рівня деталізації заступної схеми магнітопроводу ЕМП, суттю математичної моделі перехідного процесу є числове інтегрування системи ДР, яка внаслідок насичення магнітопроводу та наявності вентилів у контурах є нелінійною.

У загальному випадку для числового інтегрування ДР перехідних процесів в ЕМП можна застосовувати як явні (однокрокові чи багатокрокові), так і неявні методи. Однак матриця Якобі вектор-функції стану системи ДР перехідного процесу в ЕМП характеризується поганою зумовленістю і , як наслідок, великим розкидом власних чисел (постійних часу), тобто система ДР є жорсткою [6], а їх інтегрування пов'язане з відомими труднощами [2]. Тому в останні десятиліття для їх інтегрування широкого поширення набули неявні методи інтегрування, серед яких найефективнішим є метод формул диференціювання назад (ФДН) [6]. Метод ФДН базується на апроксимації інтегральної кривої поліномом p-го степеня. Похідна векторної функції $\vec{y}$ в j-му вузлі визначається p+1 значеннями цієї функції у попередніх вузлах за формулою

$$\left.\frac{d\vec{y}}{dt}\right|_j = \frac{1}{h}\sum_{\xi=0}^{p} \alpha_\xi \vec{y}_{j+1-\xi}, \tag{7}$$

де $h=t_{j+1}-t_j$; α_ξ – постійні коефіцієнти, які визначаються тільки геометрією шаблона, для обчислення яких розроблені різні алгоритми [5–7].

Вираз (7) за своїм математичним змістом є інтерполяційним, він зв'язує між собою значення функції $\vec{y}_j$ у крайньому правому вузлі шаблона не тільки з відомими її значеннями на попередніх кроках інтегрування, а й з похідною цієї функції в j-му вузлі, яка залежить, як правило, нелінійно від шуканого значення функції у цьому вузлі.

Одним із недоліків методу ФДН є необхідність так званого “розгону”, а в разі наявності вентилів у контурах ЕМП ця проблема виникає при комутації кожного вентиля. Кожен раз доводиться починати з методу ФДН першого порядку (методу Ейлера). Крім того, практика інтегрування ДР методом ФДН з автоматичним вибором кроку та порядку полінома показує, що останній, як правило, не перевищує трьох. Враховуючи вищенаведене, пропонуємо при побудові апроксимаційного многочлена використовувати не звичайні поліноми, а кубічні сплайни [1, 3]. Суть методу викладемо на прикладі розрахунку перехідного процесу ЕМП, описаного рівнянням (3).

З метою алгебризації системи ДР (3) апроксимуємо похідну вектора $\vec{y}$ на сітці вузлів кубічним сплайном дефекту 1, який для кожної j-ї часової ділянки має вигляд [3]

$$\vec{y}(t) = \vec{a}_j + \vec{b}_j(t_j - t) + \vec{c}_j(t_j - t)^2 + \vec{d}_j(t_j - t)^3, \tag{8}$$

де $\vec{a}_j, \vec{b}_j, \vec{c}_j, \vec{d}_j$ – m-вимірні вектори коефіцієнтів сплайна.

Виходячи з умов неперервності сплайна у вузлах, а також його перших двох похідних, отримаємо

$$\sigma_2\vec{a}_{j-2} + \sigma_1\vec{a}_{j-1} + \sigma_0\vec{a}_j - \beta_2\vec{b}_{j-2} - \beta_1\vec{b}_{j-1} - \beta_0\vec{b}_j = 0, \tag{9}$$

де

$$\sigma_2 = \frac{3}{h_{j-1}^2}; \qquad \sigma_1 = \frac{3}{h_j^2} - \frac{3}{h_{j-1}^2}; \qquad \sigma_0 = -\frac{3}{h_j^2}; \tag{10а}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{h_{j-1}}; \qquad \beta_1 = \frac{2}{h_j} + \frac{2}{h_{j-1}}; \qquad \beta_0 = \frac{1}{h_j}; \tag{10б}$$

$h_j = t_j - t_{j-1}$ – j-ий крок.

Як видно з (8)

$$\vec{a}_j = \vec{y}_j \qquad \text{і} \qquad \vec{b}_j = \left.\frac{d\vec{y}}{dt}\right|_{t=t_j}. \tag{11}$$

З урахуванням (10), (11) система скінченних рівнянь (9) у матрично-векторній формі має вигляд

$$\sigma_2\vec{y}_{j-2} + \sigma_1\vec{y}_{j-1} + \sigma_0\vec{y}_j + \beta_2\vec{z}_{j-2} + \beta_1\vec{z}_{j-1} + \beta_0\vec{z}_j = 0, \tag{12}$$

де

$$\vec{z}_j = \vec{u}_j - r_j\vec{i}_j \tag{13}$$

– значення правих частин ДР (3) в j-му вузлі.

Рівняння (12) нелінійне внаслідок нелінійної залежності потокозчеплень від струмів, тому для її розв’язування застосуємо ітераційний метод Ньютона. При цьому лінійна система рівнянь для обчислення поправок на (l+1)-ій ітерації має вигляд

$$(\sigma_0 L_j^{(l)} - \beta_0 r_j^{(l)})\Delta\vec{i}^{(l+1)} = Q_j^{(l)}, \tag{14}$$

де L_j; r_j – матриці диференційних індуктивностей й активних опорів контурів ЕМП у j-му вузлі; Q_j – значення нев’язок рівняння (12).

Для визначення матриці L_j на кожній ітерації необхідно розв’язувати нелінійну систему рівнянь (4) магнітного стану ЕМП відповідно до алгоритму, описаному формулами (5), (6).

Для розрахунку перехідного процесу відповідно з рівнянням (12) необхідно мати значення координат режиму у двох попередніх точках, що можна здійснити, використовуючи так званий природний кубічний сплайн на двоточковому шаблоні [1]. Для цього необхідно прийняти вектор коефіцієнтів $\vec{c}_j$ таким, що дорівнює нулю. Внаслідок цього отримаємо рівняння

$$3\vec{y}_j - 2h_j\vec{z}_j = 3\vec{y}_{j-1} + h_j\vec{z}_{j-1}. \qquad (15)$$

Сучасні ЕМП нерідко мають в обмотках вентилі, тому виникає потреба визначення моментів їх комутації. Як було наведено вище, вентилі можна замінити активними опорами, значення яких під час комутації вентилів змінюються стрибком. Якщо на j-му кроці інтегрування системи (3) встановлено, що струм вентиля k-го контуру змінює знак, то результат розрахунку на цьому кроці відкидається, і необхідно визначити момент переходу миттєвого значення струму вентиля через нуль. Для цього у рівняння (12) підставляють значення струму i_k k-го контуру таким, що дорівнює нулю і визначають значення кроку h_j. Змінивши значення опору вентиля k-го контуру, продовжуємо інтегрування, починаючи розгін з формули (15), а потім переходимо до формули (12).

1. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения / Пер. с англ. М., 1972. 2. Деккер К., Вервер Я. Устойчивость методов Рунге-Кутта для жестких нелинейных дифференциальных уравнений / Пер. с англ. М., 1988. 3. Маляр В.С. Основные положения сплайн-метода расчета периодических режимов работы электрических цепей // Электроника и связь. 1998. Вып. С.11–14. 4. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. К., 1979. 5. Фильц Р.В. Машинный алгоритм алгебраизации производных при расчетах переходных процессов в электроэнергетических системах неявными методами // Изв. вузов СССР. Энергетика. 1990. № 2. С.40–42. 6. Чуа Л.О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем / Пер. с англ. М., 1980. 7. Шегедин А.И., Совин Р.Я. Пакет программ для анализа вынужденных колебаний в электрической цепи // Электронное моделирование. 1982. № 2. С.42–45.

УДК 62-83:621.313.333

Малахов В.П., Петрушин В.С., Кельбас Д.Н., Рябинин С.В.
Одесский государственный политехнический университет

АНАЛИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ PSPICE

При сумісному розгляді у математичній моделі частотного електропривода напівпровідникового перетворювача, двигуна та навантажувального механізму запропоновано використовувати аналогову модель перетворювача, отриману за