

М. В. Наконечний, М. В. Степаняк
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра комп’ютеризованих систем автоматики

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ШВИДКОСТІ РУХУ АВТОМОБІЛЯ МЕТОДОМ РОЗМІЩЕННЯ ПОЛЮСІВ

© Наконечний М. В., Степаняк М. В., 2016

Розглянуто особливості синтезу регуляторів за допомогою розміщення полюсів у заданій області площини коренів характеристичного рівняння замкненої системи.

У середовищі MATLAB (Simulink) синтезовано ПІ-регулятор з використанням методу розміщення полюсів у заданій області комплексної площини коренів і проведено моделювання системи автоматичного керування швидкості руху автомобіля з використанням синтезованого регулятора.

Ключові слова: ПІ-регулятор, системи автоматичного керування, швидкості руху автомобіля.

Features of regulators synthesis by placing poles in a given region of the roots plane of the closed system characteristic equation have been considered.

In the MATLAB (Simulink) environment, PI controller using the method of placing the poles in a given region of the complex plane roots was synthesized and simulation of automatic control vehicle speed using synthesized regulator was performed.

Key words: PI controller, automatic control, vehicle speed.

Вступ

Методи синтезу регуляторів, які сьогодні застосовуються у проектуванні лінійних систем автоматичного керування, ґрунтуються на використанні частотних характеристик або кореневого годографа. Ці методи зручні у практичному використанні і більшість систем керування проектується саме на основі їх різних модифікацій.

Відмінною особливістю цих методів є т. зв. робастність (або грубість), що означає нечутливість характеристик замкненої системи до невеликих змін параметрів моделі реальної системи. Ця особливість має істотне значення у зв'язку зі складністю побудови точної моделі реальної системи, а також тому, що до складу багатьох систем входять різні нелінійності, наявність яких ускладнює їх аналіз і синтез.

Упродовж останніх років запропоновані нові методи синтезу регуляторів, які прийнято називати методами синтезу на основі сучасної теорії керування. Ці методи більшою мірою залежать від відповідності моделі об'єкта до його фізичної реалізації.

Розглянемо метод синтезу, який ґрунтується на застосуванні сучасної теорії керування, відомий як метод розміщення або призначення полюсів. Метод розміщення полюсів дає змогу реалізувати задане положення усіх полюсів передавальної функції замкненої системи, тоді як метод кореневого годографа забезпечує розміщення у заданих точках тільки двох домінуючих полюсів.

Особливістю методу є те, що розміщення усіх полюсів передавальної функції у заданих точках вимагає вимірювання багатьох змінних у системі. На практиці не усі необхідні для синтезу регулятора змінні можуть бути виміряні через складність або відсутність відповідних перетворювачів. У таких випадках ті змінні, які не можуть бути виміряні безпосередньо, підлягають оцінці на підставі отриманих у результаті вимірювання змінних.

За реалізації класичних процедур синтезу регуляторів використовуються математичні моделі у вигляді передавальних функцій об'єкта. Синтез регулятора за допомогою розміщення полюсів передбачає використання моделі об'єкта у просторі змінних стану. Розглянемо процедуру синтезу регулятора, яка ґрунтується на розміщенні полюсів передавальної функції замкненої системи у заданих точках. Оскільки синтез регулятора проводиться для лінійного об'єкта, то модель об'єкта подамо у просторі змінних стану у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad (1)$$

де вектор $\dot{x}(t)$ – похідна за часом від вектора $x(t)$.

У цих рівняннях:

$x(t)$ – вектор стану розмірності $(n \times 1)$, компонентами якого є змінні стани системи n -го порядку; A – матриця коефіцієнтів системи $(n \times n)$; B – матриця коефіцієнтів системи $(n \times r)$; $u(t)$ – вектор входу розмірності $(r \times 1)$, компонентами якого є вхідні змінні системи; $y(t)$ – вектор виходу розмірності $(p \times 1)$, компонентами якого є вихідні змінні системи; C – матриця виходу $(p \times n)$.

Усі вектори (сигнали) можна подати у розгорнутому вигляді:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \mathbf{M} \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}; \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \mathbf{M} \\ x_n(t) \end{bmatrix}; \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \mathbf{M} \\ u_r(t) \end{bmatrix}; \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \mathbf{M} \\ y_p(t) \end{bmatrix}.$$

Обмежимося випадком об'єкта з одним входом і одним виходом, тому $u(t)$ і $y(t)$ є скалярними змінними.

Вважатимемо, що сигнал на вході системи керування $r(t)$ дорівнює нулю.

Загалом вхід об'єкта керування $u(t)$ є функцією змінних стану:

$$u(t) = f[x(t)]. \quad (2)$$

Рівняння (2) визначає закон керування у системі. За синтезу регулятора за допомогою розміщення полюсів у заданих точках комплексної площини закон керування можна подати у вигляді

$$u(t) = -Kx(t), \quad (3)$$

де K – вектор постійних коефіцієнтів розмірності $1 \times n$. Така реалізація закону керування (3) дає змогу розмістити усі полюси замкненої системи у будь-яких заданих точках.

Закон керування можна подати у вигляді

$$u(t) = -K_1x_1(t) - K_2x_2(t) - \dots - K_nx_n(t). \quad (4)$$

Із співвідношення (4) бачимо, що сигнал, який подається на вхід об'єкта, є лінійною комбінацією усіх змінних стану.

Задача синтезу регулятора шляхом розміщення полюсів полягає у визначенні бажаного положення коренів характеристичного рівняння системи на комплексній площині і знаходженні коефіцієнтів K_i , які забезпечують їх задане розташування на цій площині.

Розглянемо особливості синтезу ПІ-регулятора з використанням формули Акермана для системи автоматичного керування процесом в об'єкті, який описується диференціальним рівнянням n -го порядку.

Однією з основних вимог, які пред'являється до більшості систем керування, є їх здатність відпрацьовувати постійну вхідну дію з мінімально усталеною помилкою, без усталеної помилки. За класичного синтезу це досягається за допомогою ПІ-регуляторів, якщо об'єкт належить до об'єктів

0-го типу. Аналогічний підхід можна використовувати і за синтезу регуляторів методом розміщення полюсів. Введення у систему ПІ-регулятора збільшує її порядок на одиницю, тому, якщо об'єкт має n -й порядок, то система матиме $(n + 1)$ -й порядок.

Вважатимемо, що система регулювання, для якої проводиться синтез регулятора, має структуру, показану на рис. 3.

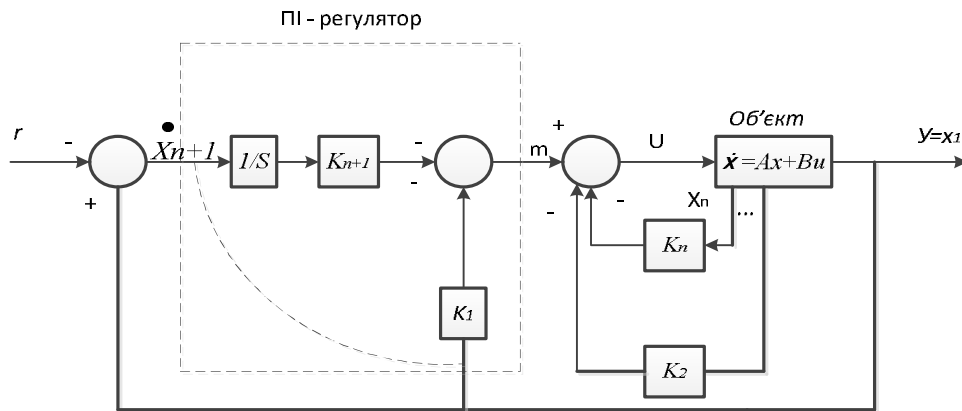


Рис. 3. Узагальнена схема системи регулювання процесом в об'єкті з використанням ПІ- регулятора

Відзначимо, що передавальна функція від $y(t)$ до $m(t)$ має вигляд

$$\frac{M(s)}{Y(s)} = -\left(K_1 + \frac{K_{n+1}}{s}\right) = -W(s), \quad (5)$$

де через $W(s)$ позначена передавальна функція ПІ-регулятора. За необхідності коефіцієнт K_1 може бути введений у пряме коло паралельно до інтегратора з коефіцієнтом K_{n+1} ; характеристичне рівняння системи при цьому не зміниться.

Загалом рівняння стану об'єкта, який показано на рис. 3, мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]x(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Рівняння схеми порівняння :

$$\dot{x}_{n+1}(t) = Cx(t) - r(t) = x_1(t) - r(t). \quad (7)$$

Сигнал на вході об'єкта:

$$u(t) = -Kx(t) - K_{n+1}x_{n+1}(t), \quad (8)$$

де K і K_{n+1} вибираються, враховуючи бажане розміщення полюсів передавальної функції замкненої системи. Процедура синтезу полягає у такому. Підставивши (8) в (6), отримаємо:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKx(t) - BK_{n+1}x_{n+1}(t). \quad (9)$$

Об'єднавши змінну $x_{n+1}(t)$ з вектором $x(t)$, одержимо вектор стану системи із зворотним зв'язком $x_a(t)$. Тоді на підставі (6), (7) і (8) можна записати:

$$\dot{x}_a(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} BK & BK_{n+1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} r(t). \quad (10)$$

Цьому рівнянню можна надати іншу форму:

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) - B_a K_a x_a(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} r(t), \quad (11)$$

де

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad K_a = [K \quad K_{n+1}]. \quad (12)$$

Рівнянню (11) відповідає характеристичне рівняння $|sI - A_a + B_a K_a| = 0$, яке має стандартну форму, що використовується за синтезу систем керування методом розміщення полюсів. Характеристичне рівняння має порядок $(n+1)$; отже, бажане характеристичне рівняння $a_{ca}(s)$ необхідно задати у такому вигляді:

$$a_{ca}(s) = s^{n+1} + a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = 0. \quad (13)$$

Отже:

$$|sI - A_a + B_a K_a| = s^{n+1} + a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0. \quad (14)$$

У цьому рівнянні $(n+1)$ значень a_i відомі, а невідомими є $(n+1)$ коефіцієнтів K_i . Для їх визначення можна у рівнянні (14) або прирівняти коефіцієнти за однакових ступенів s у лівій і правій частинах і отримати в такий спосіб систему з $(n+1)$ лінійних рівнянь, або скористатися формулою Аккермана [1]. Формула Аккермана для розв'язку рівняння (14) має такий вигляд:

$$K_a = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] [B_a \ A_a B_a \ \dots \ A_a^n B_a]^{-1} a_{ca}(A_a). \quad (15)$$

Розглянемо особливості синтезу системи керування швидкістю руху автомобіля.

Структурну схему системи регулювання швидкості руху автомобіля показано на рис. 4.

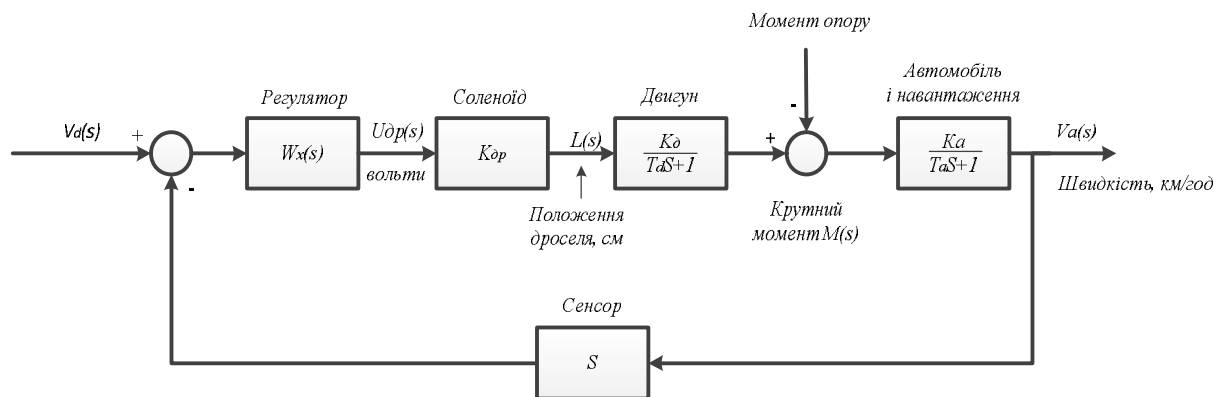


Рис. 4. Структурна схема системи регулювання швидкості руху автомобіля

Соленоїд керує положенням дроселя карбюратора, двигун подано як інерційну ланку зі сталою часу 1 с, а автомобіль і навантаження відтворюють інерційну ланку зі сталою часу 3 с. Швидкість руху автомобіля за допомогою сенсора перетворюється у величину, яка порівнюється з задаючою. Еквівалентну схему автомобіля показано на рис. 5.

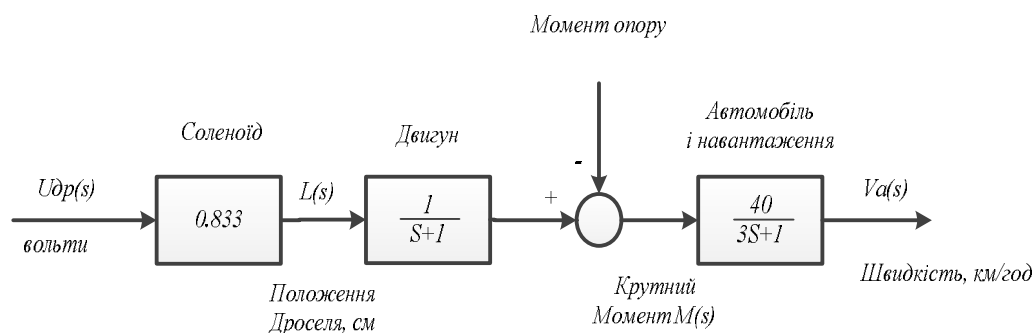


Рис. 5. Еквівалентна схема автомобіля

Натискання на педаль акселератора приводить до появи в обмотці соленоїда електричного струму, який забезпечує переміщення дроселя, що, своєю чергою, приводить до збільшення або зменшення подачі пального у камеру згорання двигуна. Соленоїд подано безінерційною ланкою, коефіцієнт передачі якої

$$K_{dp} = 0.833 \text{ см/В}. \quad (16)$$

Зміна подачі пального у камеру згоряння двигуна еквівалентна зміні дії прикладеної сили до вала двигуна, що, своєю чергою, викликає зміну крутного моменту на виході двигуна.

Як показано в [2], математична модель двигуна внутрішнього згоряння у першому наближенні може бути подана диференціальним рівнянням першого порядку у вигляді:

$$T_{\partial} \frac{dM(t)}{dt} + M(t) = K_{\partial} L(t), \quad (17)$$

де $L(t)$ – лінійне переміщення дроселя, см; K_{∂} – коефіцієнт передачі двигуна по моменту, Н/см; $M(t)$ – крутний момент на валу двигуна, Н·м; T_{∂} – стала часу двигуна, с.

Для двигунів внутрішнього згоряння малої потужності :

$$T_{\partial} = 1 \text{ с}; K_{\partial} = 1.$$

У нашому випадку передавальну функцію двигуна від $L(s)$ до $M(s)$ можна подати у такому вигляді:

$$W_{\partial}(s) = \frac{1}{1+s} = \frac{M(s)}{L(s)}. \quad (18)$$

Рівняння руху автомобіля отримаємо, враховуючи міркування, що автомобіль рухається тільки в одному напрямку і будь-який інший рух не допускається. На швидкість руху автомобіля впливає тільки дія крутного моменту, який розвивається двигуном. Реакція зміни швидкості руху автомобіля на зміну дії крутного моменту двигуна відбувається із запізненням, яке за даними, наведеними у [2], становить приблизно $T_a = 3$ с. Коефіцієнт передачі автомобіля по моменту за даними, наведеними у [1], становить $K_a = 40$ [кМ/нМ·с].

Рівняння руху автомобіля має такий вигляд:

$$T_a \frac{dV_a(t)}{dt} + V_a(t) = K_a M(t). \quad (19)$$

Після підстановки числових значень T_a і K_a рівняння (19) набуває вигляду

$$3 \frac{dV_a(t)}{dt} + V_a(t) = 40M(t). \quad (20)$$

Застосувавши до виразу (20) перетворення Лапласа, отримаємо передавальну функцію автомобіля від $M(s)$ до $V_a(s)$:

$$W_a(s) = \frac{40}{3s+1} = \frac{V_a(s)}{M(s)}. \quad (21)$$

Тепер на основі виразів (18) і (21) можна записати передавальну функцію автомобіля від $L(s)$ і $V_a(s)$:

$$W(s) = \frac{40}{(s+1)(3s+1)} = \frac{V_a(s)}{L(s)}, \quad (22)$$

а з врахуванням впливу дії соленоїда передавальну функцію автомобіля можна подати таким співвідношенням:

$$W(s) = \frac{33,32}{(s+1)(3s+1)} = \frac{V_a(s)}{U_{op}(s)}. \quad (23)$$

Для отримання узагальненої моделі двигуна і автомобіля у просторі змінних стану у виразах (18) і (21) виконаємо перехід від операторної до часової форми подання змінних.

У результаті переходу отримаємо такі диференціальні рівняння:

$$\dot{M}(t) = L(t) - M(t); \quad (24)$$

$$\dot{V}_a(t) = 13,33M(t) - 0,33V_a(t). \quad (25)$$

Увівши позначення:

$$x_1(t) = V_a(t), \quad (26)$$

$$x_2(t) = M(t), \quad (27)$$

$$U(t) = L(t), \quad (28)$$

подамо повну модель двигуна і автомобіля через змінні стану у вигляді рівнянь:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,33 & 13,33 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} U(t), \quad (29)$$

де

$$A = \begin{pmatrix} -0,33 & 13,33 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Узагальнену структурну схему двигуна і автомобіля показано на рис. 6.

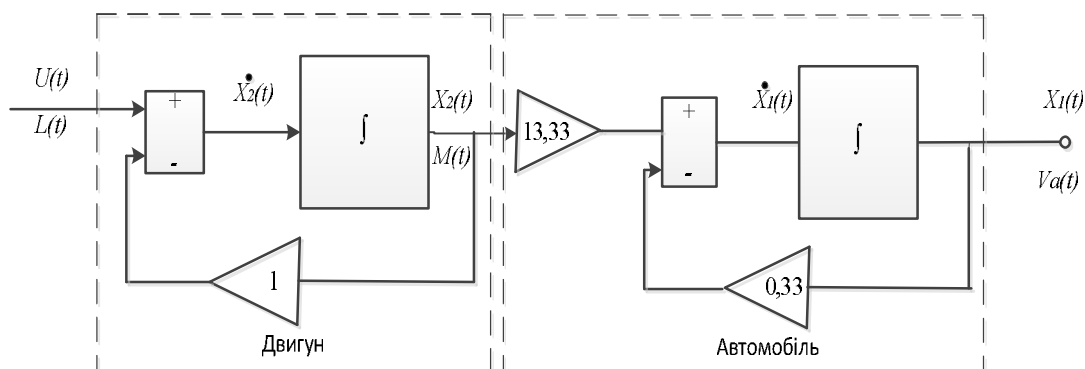


Рис. 6. Узагальнена структурна схема моделі двигуна і автомобіля

Як відомо, час встановлення системи – T_s (тривалість перехідного процесу) визначають як час, упродовж якого вихідний сигнал системи входить у задану зону, яка прилягає до встановленого значення вихідної величини і надалі залишається у межах цієї зони [3]. Здебільшого ширину зони задають такою, що дорівнює $\pm 5\%$ або $\pm 2\%$ від встановленого значення. Для нашого випадку: $\Delta = \pm 2\%$.

Час встановлення системи у межах заданого діапазону значень T_s може бути вибраним довільно і в кожному конкретному випадку вибирається відповідно до конкретних вимог. Враховуючи вимоги, забезпечення заданої ширини зони у межах $\pm 2\%$ побудовано функціональну залежність між часом встановлення системи T_s і відповідними числовими значеннями полюсів замкненої системи регулювання швидкості руху автомобіля P_p у вигляді

$$P_p = 7,5/T_s, \quad (32)$$

де T_s – час встановлення системи; P_p – числове значення полюса замкненої системи.

Задавши необхідне значення T_s і визначивши з використанням виразу (32) значення величини P_p , утворимо на основі виразу (12) розширені матриці з врахуванням рівнянь стану об'єкта:

$$A_a = \begin{pmatrix} -0,33 & 13,33 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0,03 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (33)$$

$$B_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (34)$$

$$C_a = [1 \ 0 \ 0]; \quad (35)$$

$$D_a = 0. \quad (36)$$

Коефіцієнт $a_{31} = 0.03$ у матриці (33) враховує наявність сенсора у колі зворотного зв'язку системи.

Структурну схему моделі системи регулювання швидкості руху автомобіля (К1 у колі зворотного зв'язку) показано на рис. 7.

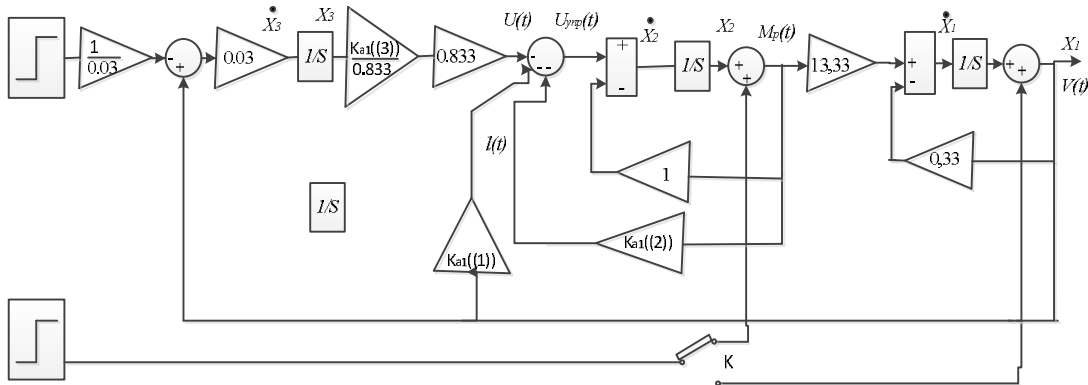


Рис. 7. Структурна схема системи регулювання швидкості руху автомобіля ($K_{a1}([1])$ у колі зворотного зв'язку)

Передавальна функція системи регулювання швидкості автомобіля має такий вигляд:

$$W_1(s) = \frac{V(s)}{R(s)} = \frac{3.375}{s^3 + 4.5s^2 + 6.75s + 3.375}. \quad (37)$$

Як зазначалося вище, коефіцієнт передачі $K_{a1}([1])$ може бути введений у пряме коло паралельно до інтегратора і коефіцієнта K_{n+1} , що не призведе до зміни характеристичного рівняння системи. У цьому випадку структурну схему системи регулювання швидкості руху автомобіля можна показати у вигляді, зображеному на рис. 8, а її передавальна функція описується таким співвідношенням:

$$W_2(s) = \frac{V(s)}{R(s)} = \frac{5,3739s + 3.375}{s^3 + 4.5s^2 + 6.75s + 3.375}. \quad (38)$$

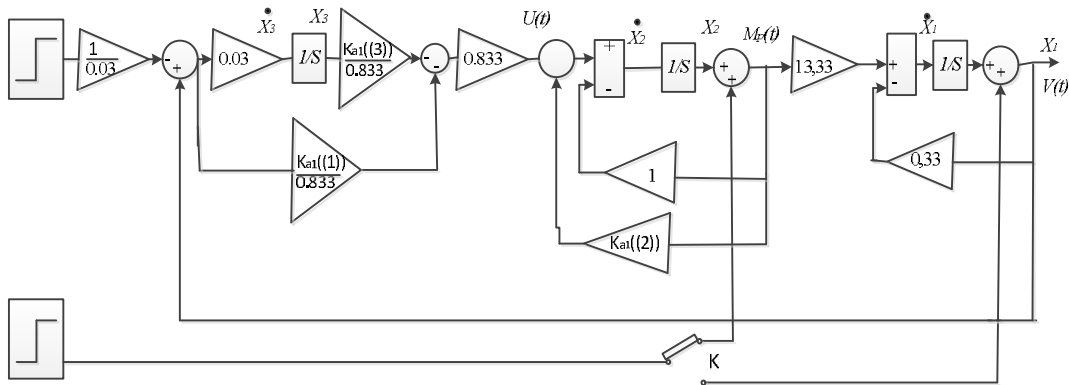


Рис. 8. Структурна схема регулювання швидкості руху автомобіля $K_{a1}([1])$ у прямому колі

Перехідні функції для двох реалізацій системи ($(K_{a1}([1])$ у колі зворотного зв'язку і $(K_{a1}([1])$ у прямому колі) показані на рис. 9.

У другому випадку, за передавальної функції $W_2(s)$ реакція системи була швидшою, оскільки є канал прямої передачі від стрибкоподібної функції у вигляді різкого натиснення на педаль акселератора до системи подачі пального двигуна. У першому випадку за передавальної функції $W_1(s)$ стрибкоподібна функція інтегрується, тому стрімке переміщення педалі акселератора на початку процесу апроксимується лінійною функцією і не призводить до різкої зміни швидкості автомобіля. У другому випадку за передавальної функції $W_2(s)$ реакція системи є швидшою, оскільки різке натискання на педаль акселератора у вигляді стрибкоподібної функції безпосередньо по каналу прямої передачі сигналу (без запізнення) впливає на подачу пального у двигун. На

практиці можна використовувати обидві реалізації, першу з яких можна рекомендувати тоді, коли небажано піддавати об'єкт удару з боку стрибкоподібного впливу вхідної величини.

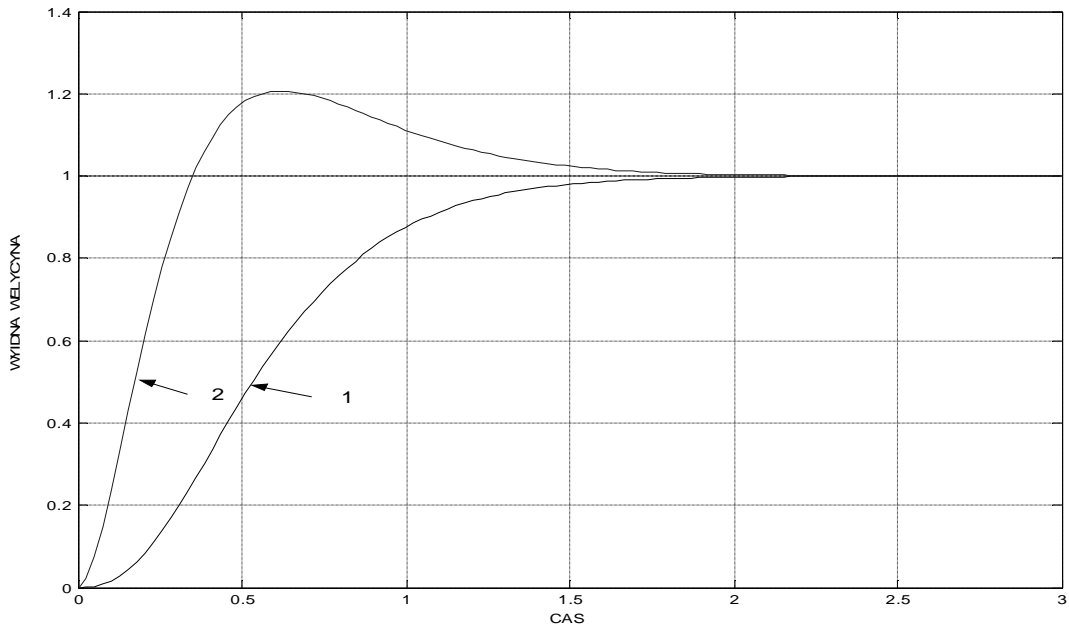


Рис. 9. Перехідні характеристики для двох реалізацій системи регулювання швидкості руху автомобіля: крива 1 для $(K_a I(1))$ в колі зворотного зв'язку; крива 2 для $(K_a I(1))$ у прямому колі

Схему моделювання системи регулювання швидкості руху автомобіля в середовищі SIMULINK [3] показано на рис. 10.

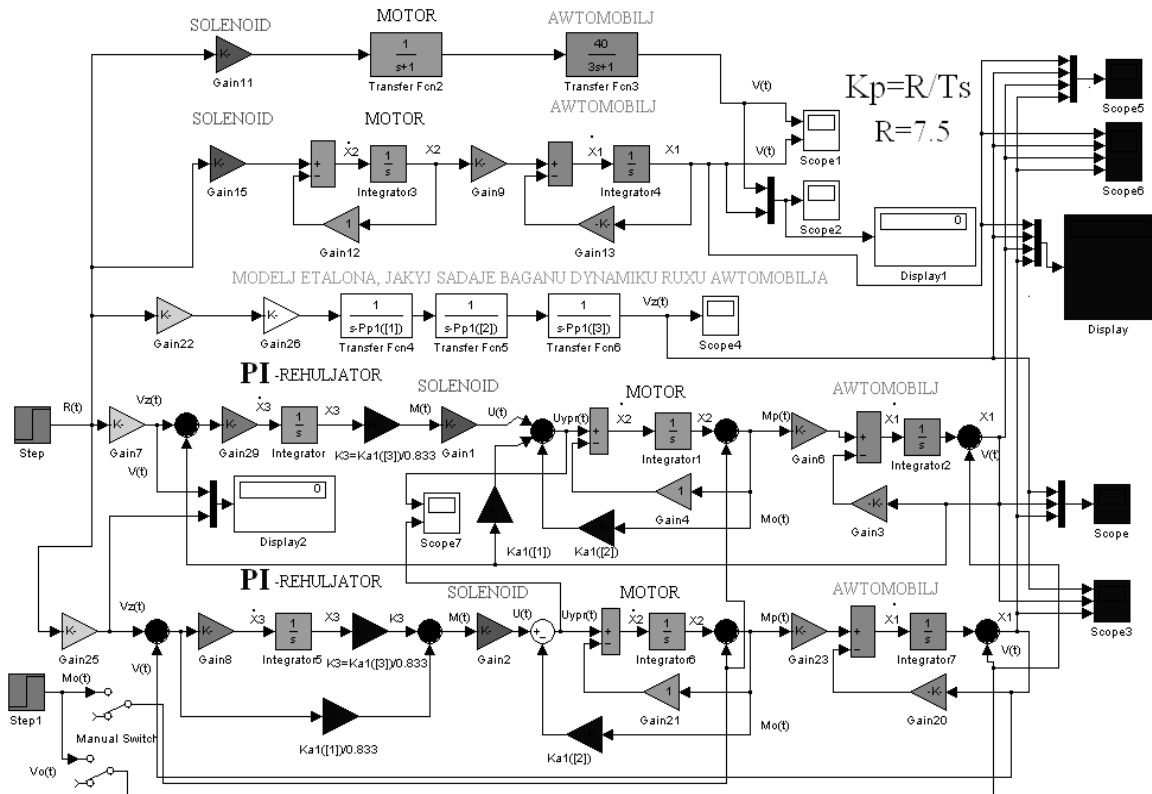


Рис. 10. Схему моделювання системи регулювання швидкості руху автомобіля у середовищі SIMULINK

Висновки

Розглянуто процедуру синтезу регулятора швидкості руху автомобіля, яка ґрунтується на застосуванні сучасної теорії керування, а саме: на розміщенні полюсів передавальної функції замкненої системи у заданих точках комплексної площини коренів характеристичного рівняння. Практична реалізація цієї процедури вимагає, щоб усі змінні стану об'єкта були доступні для вимірювання. Враховуючи це, бачимо, що ця вимога властива усім сучасним процедурам синтезу.

1. Phillips C. L. and Harbor R. D. *Feedback Control Systems, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.* 2. Carley, L. *Antilock Brakes Becoming Standard On Today's Cars // Counterman, September, 1997.* 3. Андрієвський Б. Р., Фрадаков А. Л. *Вибрані розділи теорії автоматичного управління з прикладами на мові MATLAB. – СПб., 1999. – 200 с.*

УДК 681.335 (088.8)

З. Р. Мичуда^{1,3}, Л. З. Мичуда², І. А. Костів¹
Національний університет “Львівська політехніка”,
¹кафедра комп'ютеризованих систем автоматики,
²кафедра автоматизації теплових і хімічних процесів;
³Політехніка Сьвентокжизска у Кельцах, Польща

СЛІДКУЮЧИЙ ЛОГАРИФМІЧНИЙ АНАЛОГО-ЦИФРОВИЙ ПЕРЕТВОРЮВАЧ

© Мичуда З. Р., Мичуда Л. З., Костів І. А., 2016

Запропоновано новий принцип побудови слідкуючих логарифмічних АЦП, розглянуто особливості реалізації, оцінена точність та швидкодія.

New principle of building monitoring logarithmic ADC is offered, the singularities of realization are considered, the valuation of accuracy and speed are given.

Вступ

Відбір і передача сигналів від сенсорів найрізноманітніших фізичних величин до комп'ютеризованих систем відбувається виключно за допомогою аналого-цифрових перетворювачів (АЦП). Річ у тому, що вихідні сигнали сенсорів мають аналогову форму, а комп'ютери сприймають цифрові сигнали. Серед двох видів АЦП – лінійних і нелінійних (останні переважно є логарифмічними) – особливу увагу привертають логарифмічні АЦП, які поряд з аналого-цифровим перетворенням забезпечують додаткові можливості, зокрема: стиснення динамічного діапазону вхідних сигналів, лінеаризацію характеристик сенсорів, сталі значення відносної похибки у всьому діапазоні перетворення і, що особливо важливо, – це забезпечення можливості обчислень у логарифмічній арифметиці, в якій повільні в лінійній арифметиці операції множення та ділення зводяться до швидких операцій додавання та віднімання.

Логарифмічні АЦП на комутованих конденсаторах [1–5, 9, 10], які вперше [2] були реалізовані на кафедрі автоматики та телемеханіки Національного університету “Львівська політехніка”, сьогодні мають найвищі метрологічні характеристики [6–8], зокрема, дають змогу досягти точності та швидкодії такої самої, як і у лінійних АЦП, і завдяки своїм значно ширшим функціональним можливостям, починають створювати реальну конкуренцію лінійним АЦП. Серед різних класів ЛАЦП на комутованих конденсаторах (КК) найменш вивченими є слідкуючі ЛАЦП. Сьогодні відомі лише слідкуючі ЛАЦП з накопиченням заряду. Недоліком цих ЛАЦП є