МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Бубела Іванна Василівна

УДК 006.91:621.317

ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ПРИ ВІДХИЛЕННІ ЇХ СТАТИСТИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВІД ТИПОВИХ

05.01.02 – стандартизація, сертифікація та метрологічне забезпечення

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Національному університеті «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Дорожовець Михайло Миронович,
професор кафедри «Інформаційно-вимірювальні технології» Національного університету «Львівська політехніка»,
м. Львів

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Тріщ Роман Михайлович,
завідувач кафедри «Охорона праці, стандартизація та сертифікація» Української інженерно-педагогічної академії,
м. Харків

кандидат технічних наук, доцент
Рудик Юрій Іванович,
головний науковий співробітник відділу організації науково-дослідної діяльності Львівського державного університету безпеки життєдіяльності,
м. Львів

Захист відбудеться "31" березня 2017 р. о 10^{00} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.21 у Національному університеті Львівська політехніка» (79013, м. Львів-13, вул. С.Бандери, 28а, ауд. 713, V навч. корп.).

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» за адресою: 79013, м. Львів, вул. Професорська, 1.

Автореферат розісланий " 27 " лютого 2017 р.

Учений секретар спеціалізованої
вченої ради Д 35.052.21
д. т. н., доцент Бубела Т.З.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У найпоширеніших методиках опрацювання результатів вимірювань з багаторазовими випадковими спостереженнями приймається, що найкращим результатом є їх середнє значення, або інша центральна характеристика (наприклад, медіана). Однак це справедливо, якщо розподіл спостережень є нормальним або близьким до нього.

При опрацюванні результатів вимірювань у наукових чи промислових дослідженнях властивостей об'єктів найчастіше знаходять усереднені характеристики цих властивостей, зокрема їх середні значення та параметри розкиду. Однак при контролі параметрів виробів, центральна характеристика спостережень, зокрема середнє значення, не є найкращою оцінкою результату контрольного вимірювання. Тобто, існує відмінність між опрацюванням результатів під час дослідження параметрів об'єктів та під час контролю параметрів на відповідність допустимим значенням. Відповідно до існуючих стандартів, зокрема, при контрольних вимірюваннях механічних властивостей параметрів пластмасових труб (на розтяг та розрив) чи, наприклад, під час контролю геометричних параметрів виробів (зокрема, відхилення їх граней від взаємної перпендикулярності та площинності), а також при метрологічній перевірці засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) відповідність їх похибок допустимим значенням встановлюють не за середніми значеннями, а за екстремальними відхиленнями, які в подальшому порівнюють із допустимими значеннями. Подібний підхід слід було б використовувати також при контрольних вимірюваннях вмісту шкідливих домішок чи елементів у продуктах харчової чи фармацевтичної промисловості. Хоча середнє значення таких шкідливих сполук може бути в нормі, але в частині продуктів їх максимальна концентрація може перевищувати допустиму, тому такі продукти не можна допускати до споживачів.

Навіть при нормальному розподілі спостережень розподіл самих екстремальних (мінімальних чи максимальних) спостережень відрізняється від нормального, і крім того, залежить від кількості спостережень n. Оскільки переважно такі контрольні вимірювання пов'язані з руйнуванням виробів, то кількість доступних спостережень є істотно обмеженою ($n = 5, \ldots, 10$), і тому при оцінюванні непевності екстремальних значень неможливо застосувати їх граничні розподіли ($n \to \infty$). Отже, такі результати характеризуються статистичними властивостями, які істотно відрізняються від типово прийнятих, і тому до них неможливо безпосередньо застосувати типові методики оцінювання їх непевності.

Таким чином, розроблення методики оцінювання непевності результатів вимірювань, якими є екстремальні спостереження, завдання актуальне.

Крім того, у вимірювальній практиці розподіл зареєстрованих спостережень може бути відомим лише наближено, і він може бути також комбінацією кількох інших розподілів. Відомо, що якщо спостереження мають розподіл, який істотно відрізняється від нормального, тоді середнє значення не є найкращою (в сенсі мінімального значення стандартної непевності) оцінкою результату вимірювання. У таких випадках для знаходження найкращих оцінок параметрів розташування, ширини та їх непевності необхідно знати розподіл самих спостережень. За відносно невеликої кількості спостережень (кілька десятків) відомі тестові методи не можуть забезпечити належної ідентифікації розподілу. Відома методика, що базується на порядкових статистиках, гарантує меншу стандартну непевність результату, ніж непевність середнього значення, однак лише за апріорі відомої густини розподілу спостережень. Крім того, у цій методиці необхідно враховувати взаємну кореляцію між впорядкованими спостереженнями навіть якщо самі спостереження були некорельованими. Тому ця методика є дуже складною у використанні, оскільки визначення коваріаційної матриці впорядкованих спостережень передбачає великий обсяг трудомістких обчислень подвійних інтегралів, ядром яких є $n(n+1)/2$ різних двовимірних густин сумісного розподілу всіх пар порядкових статистик. Числові методи обчислень цих інтегралів при збільшенні n дають менш точні результати.

Тому актуальним є завдання створення простої і надійної методики опрацювання результатів вимірювань з метою визначення найкращих (з мінімальним значенням стандартної непевності) оцінок результатів, які би враховували діапазон можливих відхилень розподілів спостережень від нормального.

Створення таких методик дозволить розширити метрологічну базу та сприятиме розвитку теорії і практики оцінювання непевності результатів під час контролю параметрів якості продукції, й відповідно - до покращення якості виробництва продукції України згідно з потребами споживачів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Робота виконувалась в межах пріоритетних напрямків розвитку науки і техніки в Україні, а також в межах держбюджетної науково-дослідницької роботи: «Вимірювання температури мікро- та наноструктурованих об'єктів методом комбінаційного розсіювання світла» (№ держреєстрації 015U000431, 2015-2016 рр.) і в межах договору про науково-технічну співпрацю між ТзОВ «Ельпласт-Львів» і Національним університетом «Львівська політехніка».

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є створення, удосконалення й дослідження ефективності методик опрацювання та оцінювання непевності результатів спостережень, для яких результатом є екстремальне спостереження із всіх зареєстрованих результатів, а також удосконалення методики опрацювання спостережень, якщо їх розподіл істотно відрізняється від нормального.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити такі завдання:

1. Проаналізувати сучасні методи опрацювання результатів спостережень і встановити основні проблеми, які пов'язані з впливом відхилення властивостей розподілу спостережень від нормального.
2. Опрацювати та дослідити методики оцінювання непевності результатів, якими є екстремальні спостереження при нормальному та інших розподілах.
3. На основі методу порядкових статистик удосконалити та дослідити методику опрацювання спостережень з довільним розподілом, яка забезпечить оптимальне (близьке до мінімального) значення непевності результату вимірювання.
4. Реалізувати оцінювання ефективності запропонованих методик за допомогою симуляційних досліджень методом Монте-Карло (ММК).
5. Реалізувати запропоновану методику до опрацювання спостережень, отриманих під час реальних вимірювальних експериментів.

Об'єкт дослідження – екстремальні спостереження, спостереження з розподілами, які відрізняються від нормального та методики оцінювання непевності таких спостережень, які враховують їх специфіку.

Предмет дослідження – методи оцінювання непевності екстремальних спостережень та випадкових спостережень при відхиленні їх розподілу від нормального, оцінювання точності та ефективності запропонованих методик.

Методи дослідження **–** методи опрацювання результатів вимірювань з багаторазовими випадковими спостереженнями, теорія похибок і непевності результатів вимірювань, теорія ймовірності та математичної статистики, теоретичні основи вимірювальної техніки, симуляційний метод Монте-Карло при дослідженні ефективності запропонованих методик оцінювання результату вимірювання та його непевності. Експериментальні дослідження проводилися у метрологічній лабораторії ТзОВ «Ельпласт-Львів» за допомогою сучасних ЗВТ та з використанням стандартних і опрацьованих методик виконання досліджень під час контролю.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Вперше для різновидів контролю параметрів виробів, для яких критичним є отримане з декількох контрольних вимірювань мінімальне (максимальне) значення, на основі врахування ймовірнісних властивостей екстремальних спостережень, опрацьовано методику оцінювання їх непевності, яка ґрунтується на попередньому обчисленні теоретичних параметрів першої (останньої) порядкових статистик, а також експериментальних характеристиках зареєстрованих спостережень, та яка забезпечує обчислення стандартної та розширеної непевності екстремальних значень, і завдяки якій результат контролю встановлюють на основі порівняння з допустимим значенням не самих екстремальних значень, які є випадковими величинами, а з урахуванням їх непевності.
2. Одержано залежності для обчислення стандартної та розширеної непевності екстремального спостереження, у яких стандартна непевність обчислюється як добуток теоретичного стандартного відхилення екстремального спостереження для нормованого розподілу на оцінку стандартного відхилення всіх спостережень, а розширена - як добуток попередньо визначеного коефіцієнта розширення екстремального спостереження на оцінку стандартного відхилення всіх спостережень. Одержані залежності забезпечують просте обчислення характеристик непевності екстремального спостереження і надалі використовуються при порівнянні екстремального значення з допустимим.
3. Показано, що при $n \leq 10$ розширена непевність екстремальних значень вибірок з широкого класу відмінних від нормального розподілів з достатньою для практики точністю (відхилення <14%, а при $n \leq 5$ відхилення <3%) може бути обчислена з використанням коефіцієнта розширення для екстремальних спостережень з нормально розподілених вибірок. Тому ця методика за невеликої кількості спостережень може бути застосована без аналізу розподілу самих спостережень.
4. На основі аналізу інструментальної складової непевності встановлено, що систематичні та випадкові відхилення у результатах вимірювань по різному впливають на непевність екстремальних спостережень. Зміни розширеної непевності при різних розподілах і різному вмісті цих впливів відносно стандартного відхи-

лення самих спостережень досліджено методом Монте-Карло. Встановлено, що якщо стандартні відхилення цих впливів не перевищують приблизно 1/3 від стандартного відхилення самих спостережень, то зміну розширеної непевності від цих впливів можна обчислювати за спрощеними виразами, для яких потрібне знання лише стандартних відхилень цих впливів.

5. На основі асимптотичних властивостей математичного сподівання, дисперсії та коефіцієнта кореляції порядкових статистик запропоновано і отримано прості залежності для безпосереднього обчислення зразкових спостережень, які ідеально відповідають густині розподілу генеральної сукупності, та коваріаційної функції, які необхідні для реалізації удосконаленого методу порядкових статистик, на основі якого можна визначити найкращі (з близьким до мінімального значення стандартної непевності) параметри розташування та ширини вибірки випадкових спостережень з апріорі невідомим розподілом, а лише відомим набором можливих розподілів.
6. Вперше застосовано модифікований метод порядкових статистик для опрацювання спостережень, які є сумою нормально і рівномірно розподілених спостережень з апріорі невідомим взаємним вмістом складових, і які описуються так званим плоско-нормальним розподілом зі змінним параметром, який забезпечує просте і швидке обчислення результату і його непевності, а його точність зростає із збільшенням кількості спостережень.

Практичне значення одержаних результатів.

1. Результати, одержані у дисертаційній роботі, дають можливість вдосконалити метрологічне забезпечення контролю якості продукції, для якої критичним параметром є найменше чи найбільше з виміряних значень.
2. Вперше нову методику оцінювання непевності екстремальних спостережень застосовано у експериментальних дослідженнях з контролю параметрів пластмасових виробів.
3. Розроблена нова методика доведена до рівня практичного застосування у формі алгоритму, у якому вхідними даними є кількість спостережень, значення самих спостережень, рівень довіри, шуканий параметр (мінімальний чи максимальний результат) та його допустиме значення, а вихідними - оцінка шуканого параметру, оцінки його математичного сподівання та стандартного відхилення, а також стандартна та розширена непевність.
4. Одержані результати та запропоновану методику опрацювання результатів вимірювання використано при контролі параметрів (відносного видовження та межі плинності) виробів із пластмаси згідно з договором про науково-технічну співпрацю між ТзОВ «Ельпласт-Львів» і НУ «Львівська політехніка».
5. Розроблено та доведено до рівня практичного застосування спосіб безпосереднього обчислення коваріаційної матриці впорядкованих спостережень, яка необхідна для використання методу порядкових статистик, і який забезпечує підвищення швидкості (у кілька десятків-сотень разів) та точності обчислень необхідних матричних компонентів (особливо при n>50).

Особистий внесок здобувача. Основні наукові результати, викладені в роботі, отримані автором особисто. Із публікацій, написаних у співавторстві, здобувачу належить: [1,9] – обґрунтування можливості формування матричних компонентів за асимптотичними залежностями дисперсії і коефіцієнтів кореляції, опрацювання наближеного методу порядкових статистик, дослідження його ефективності методом Монте-Карло; [2,8] – збирання і аналіз вимірювальних даних, обчислення стандартної та розширеної непевності параметрів пластмасових труб; [3,11,12] – отримання загального виразу нормованого плоско-нормального розподілу та дослідження впливу параметру цього розподілу при опрацюванні спостережень, формування зразкових спостережень, дослідження методу зразкових вибірок; [5,10] – розроблення методики оцінювання непевності мінімального значення при нормальному розподілі спостережень та дослідження її ефективності ММК; [6] – застосування нестандартного статистичного методу оцінювання непевності мінімального спостереження, яке приймається за результат контрольного вимірювання при контролі якості пластмасових виробів; [7] - аналіз статистичної методики оцінювання непевності екстремальних спостережень для n = 3, …, 10 при різних розподілах.

Апробація результатів роботи. Основні положення і результати роботи апробовано у 7 доповідях, що доповідалися на таких конференціях: Всеукраїнська науково-технічна конференція молодих вчених у царині метрології «Technical Using of Measurement-2015», Славське, 2-6 лютого 2015 року; II Міжнародна науково-практична конференція «Управління якістю в освіті та промисловості: досвід, проблеми та перспективи», Львів, 28-30 травня 2015 року; XI Scientific–Technical Conference: Problems and Progress in Metrology. Kościelisko, Poland, 07–10 June 2015; XX Międzynarodowe Seminarium Metrologów MSM’2015, Rzeszów i Iwonicz Zdrój, Poland, 21-24 września 2015; The 8th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications. Warsaw, Poland, 24-26 September 2015; The 11th International Conference Mechatronics 2015, Warsaw, Poland, 21-23 September 2015; Всеукраїнська науково-технічна конференція молодих вчених у царині метрології «Technical Using of Measurement-2016», Славське, 1-5 лютого 2016 року.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 12 наукових праць, у тому числі 3 статті у наукових фахових виданнях України, 4 статті у наукових періодичних виданнях інших держав та 5 праць у матеріалах науково-технічних конференцій, із 12 друкованих праць 2 публікації знаходяться у виданнях, що включені до науково-метричної бази SCOPUS.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 127 найменувань та 5 додатків, викладено на 168 сторінках друкованого тексту, у тому числі основний зміст дисертації подано на 137 сторінках тексту, включаючи 50 ілюстрацій і 25 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та основні завдання дослідження. Зазначено зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Визначено об’єкт, предмет та методи дослідження, а також наукову новизну та практичне значення одержаних результатів. Наведені дані про особистий внесок здобувача, апробацію та публікації результатів.

У першому розділі проаналізовано літературні джерела та публікації за напрямком дисертаційних досліджень, а саме: статистичні методи опрацювання результатів спостережень. Виявлено, що існуючі методики не завжди можна застосувати до опрацювання результатів спостережень при відхиленні їх статистичних властивостей від типових, коли спостереження описуються симетричним, найчастіше нормальним, або іншим типовим розподілом, а самі спостереження статистично незалежні. Зокрема, у вимірювальній практиці результатом вимірювання може бути інший ніж середнє значення (медіана, середина розмаху чи інша центральна характеритика) параметр вибірки. Тоді цей параметр може мати інший розподіл, ніж нормальний, навіть якщо самі спостереження підпорядковані нормальному розподілу.

Наприклад, під час контролю параметрів якості продукції чи виробів досліджують декілька (невелику кількість) зразків і критичним параметром є найменше спостереження (наприклад, при дослідженні на міцність, розтяг чи інших механічних властивостей параметрів матеріалів у виробничому процесі) чи найбільше (наприклад, при дослідженні наявності шкідливих домішок чи елементів у продуктах харчової промисловості). Відомо, що екстремальні (найменше чи найбільше) спостереження загалом підпорядковані іншому, ніж нормальний, розподілові, навіть, якщо самі спостереження підпорядковані нормальному розподілу, і тим більше, коли спостереження описуються іншими розподілами. Для коректного порівняння екстремальних спостережень з допустимими значеннями необхідно знати параметри їх непевності (стандартну та розширену). В зазначених випадках до оцінювання стандартної та розширеної непевності результату практично неможливо безпосередньо застосувати методику опрацювання результатів з багаторазовими спостереженнями. Тому виникає завдання створення й дослідження ефективності методики опрацювання результатів під час таких вимірювань.

Існують також вимірювання, при яких розподіл самих спостережень істотно відрізняється від нормального. Як відомо, у таких випадках середнє значення не є найкращою оцінкою центральної характеристики розташування спостережень (з мінімальною стандартною непевністю). За апріорі відомого розподілу спостережень можна знайти оцінку центральної характеристики розташування спостережень (з мінімальною стандартною непевністю), використовуючи метод порядкових статистик, однак у разі апріорі невідомого розподілу застосування цього методу пов’язане зі складними обчисленнями матричних компонентів алгоритму опрацювання. Зокрема, це стосується точного і швидкого обчислення набору коваріаційних матриць порядкових статистик, пов’язаних з обчисленням подвійних інтегралів від $n(n+1)/2$ різних двовимірних густин розподілу ймовірностей всіх можливих різних пар наборів порядкових статистик. Кількість таких обчислень залежить від кількості спостережень n та кількості аналізованих густин розподілів L і пропорційно до $\sim L(n+1)^2/4$. Тому важливо сформувати й дослідити просту в обчисленні і достатньо точну методику опрацювання спостережень з апріорі невідомим розподілом, але з відомим діапазоном можливих розподілів.

Отже, у дисертаційній роботі передбачено встановити шляхи розв’язання важливого науково-прикладного завдання – створення й дослідження нової методики визначення непевності результатів вимірювань, якими є екстремальні спостереження, а також простої і ефективної методики опрацювання результатів спостережень з відмінними від нормального розподілами, яка забезпечує визначення найкращих (з мінімальною стандартною непевністю) оцінок результатів вимірювань, що призведе до покращення якості виробництва продукції.

У другому розділі розроблено методику оцінювання стандартної та розширеної непевності екстремальних спостережень та досліджено її ефективність. Отже, розглянемо випадки, коли результатом контрольного вимірювання може бути екстремальне значення (рис.1): мінімальне (найменше) значення x_{min}, яке є першим $x_{min} = x_1$ з впорядкованих спостережень, чи максимальне (найбільше) значення x_{max}, яке є останнім $x_{max} = x_n$ з впорядкованих спостережень.

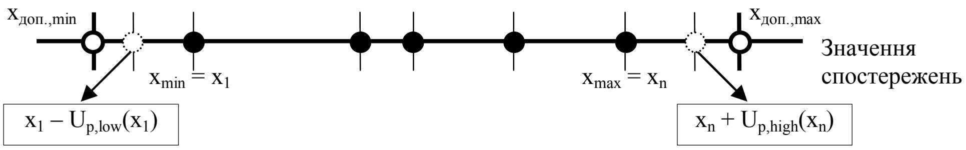


Рисунок 1. Порівняння екстремальних спостережень з допустимими значеннями

Ці значення порівнюють із відповідно допустимими значеннями $x_{доп,min}$ чи $x_{доп,max}$. Однак, для отримання коректного результату контролю, порівняння з допустимими значеннями слід виконувати із урахування непевності $U_{p,low}(x_1)$ чи $U_{p,high}(x_n)$ відповідних екстремальних спостережень x_1 чи x_n (рис.1).

Непевність мінімального x_1 та максимального x_n спостереження зумовлена двома чинниками: 1 – випадковим розкидом контрольного параметру у n досліджуваних зразках (статистична складова); 2 – непевністю результатів первинних вимірювань для кожного зразка та їх опрацювання (інструментальна складова).

З метою дослідження 1-ої складової проаналізовано теоретичні розподіли $p1(x_1)$ мінімального x_1 та $pn(x_n)$ максимального x_n спостереження, які за відомої густини $p(x)$ та функції $F(x)$ розподілу самих спостережень описуються залежностями:

$$p1(x_1) = n \cdot [1 - F(x_1)]^{n-1} \cdot p(x_1), \qquad pn(x_n) = n \cdot F(x_n)^{n-1} \cdot p(x_n). \tag{1}$$

Показано, що для довільного симетричного розподілу $p(x)$ і довільних значень математичного сподівання m_x та стандартного відхилення σ_x, очікувані значення математичного сподівання m_1, m_n та стандартного відхилення σ_1, σ_n (стандартна непевність) для x_1 чи x_n (табл. 1) згідно з (1) можна обчислити за виразами:

$$m_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x_1 \cdot p1(x_1) dx_1 = m_x + m_{0,1} \cdot \sigma_x, \qquad m_n = \int_{-\infty}^{\infty} x_n \cdot pn(x_n) dx_n = m_x - m_{0,1} \cdot \sigma_x, \tag{2}$$

$$\sigma_1^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x_1^2 \cdot p1(x_1) dx_1 - m_{0,1}^2 = \sigma_x^2 \cdot \sigma_{0,1}^2, \qquad \sigma_n^2 = \sigma_1^2 = \sigma_{0,1}^2 \cdot \sigma_x. \tag{3}$$

де $m_{0,n} = -m_{0,1}$ та $\sigma_{0,1} = \sigma_{0,n}$ - математичне сподівання та стандартне відхилення x_1 чи x_n для нормованого розподілу спостережень ($m_x = 0$, $\sigma_x = 1$).

Якщо m_x і σ_x є невідомими, тоді обчислюють їх оцінки: середнє значення $\bar{x}$ та стандартне відхилення s_x. Використовуючи ці оцінки у формулі (2), (3), можна обчислити оцінки параметрів екстремальних спостережень:

$$\hat{m}_1 = \bar{x} + m_{0,1} \cdot s_x, \quad \hat{\sigma}_1 = \hat{\sigma}_n = \sigma_{0,1} \cdot s_x, \qquad \hat{m}_n = \bar{x} - m_{0,1} \cdot s_x, \quad \hat{\sigma}_n = \sigma_{0,1} \cdot s_x. \tag{4}$$

Тоді оцінка стандартної непевності мінімального $u_A(x_1)$ та максимального $u_A(x_n)$ спостереження збігається з оцінкою $\hat{\sigma}_1$, тобто:

$$u_A(x_1) = u_A(x_n) = \sigma_{0,1} \cdot s_x . \tag{5}$$

Таблиця 1

Очікувані значення $m_{0,1}$ і $\sigma_{0,1}$ мінімального x_1 спостереження ($m_x = 0$, $\sigma_x = 1$)
(для максимального x_n - значення $m_{0,1}$ мають протилежний знак, а $\sigma_{0,n} = \sigma_{0,1}$)

Для нормального розподілу			Для рівномірного розподілу	
$m_{0,1}$	$\sigma_{0,1}$	n	$m_{0,1}$	$\sigma_{0,1}$
-1,16296	0,66898	5	-1,15470	0,48795
-1,53875	0,58681	10	-1,41713	0,28748

Для обчислення односторонньої нижньої границі $x_{1,1,p,low}$ для x_1 чи верхньої $x_{n,1,p,high}$ для x_n використано формули:

$$x_{1,1,p,low} = \bar{x} + z_{1,1,low}(n,p) \cdot s_x , \qquad x_{n,1,p,high} = \bar{x} - z_{n,1,high}(n,p) \cdot s_x . \tag{6}$$

де $z_{1,1,low}(n, p)$ та $z_{n,1,high}(n, p)$ – коефіцієнти, які обчислюють для кількості спостережень n та рівня довіри p з густини розподілу $p1(z_1)$ (рис. 2) чи $pn(z_n)$ величин:

$$z_1 = (x_1 - \bar{x})/s_x , \qquad z_n = (x_n - \bar{x})/s_x , \tag{7}$$

значення яких не залежать від параметрів $\bar{x}$, s_x самої вибірки, а лише від густини розподілу $p(x)$ спостережень і їх кількості n.

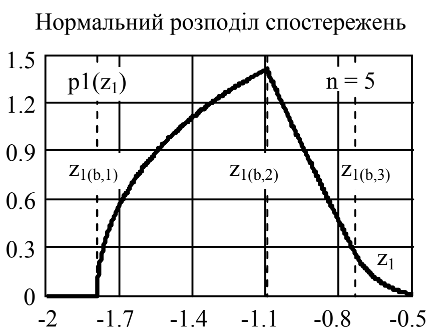


Рисунок 2. Розподіл $p1(z_1)$ випадкової змінної z_1

Встановлено, що незалежно від густини розподілу $p(x)$ самих спостережень, густина розподілу $p1(z_1)$ складається із ($n - 2$) ділянок, межі між ними $z_{b,i} = -\sqrt{(n-1)(n-i)/(n \cdot i)}$, $i = 1, 2, ..., n-1$, а границі $-(n-1)/\sqrt{n} \le z_1 \le -1/\sqrt{n}$.

Густину розподілу $p1(z_1)$ (рис. 2) чи $pn(z_n)$ знаходять ($n - 2$) кратним інтегруванням n вимірної сумісної густини розподілу ($n - 2$) порядкових статистик та $\bar{x}$ і s_x.

Якщо $n = 5$, тоді весь інтервал можливих значень z_1 складається із $n - 2 = 3$ ділянок межі яких: $z_{1(b,1)} = -4/\sqrt{5}$, $z_{1(b,2)} = -\sqrt{6/5}$, $z_{1(b,3)} = -\sqrt{8/15}$, $z_{1(b,4)} = -1/\sqrt{5}$. При 3-ох ділянках на першій між $z_{1(b,1)}$ та $z_{1(b,2)}$ ймовірність становить $\ge 1/3$, тому для розрахунку лівосторонньої розширеної непевності при $p = 0{,}90; \ldots; 0{,}99$ можна використати аналітичний опис густини розподілу лише на першій ділянці. Зокрема, для нормального розподілу спостережень ($n = 5$) показано, що теоретичний розподіл $p1(z_1)$ на першій ділянці між $z_{1(b,1)}$ та $z_{1(b,2)}$ (рис. 2) можна описати залежністю:

$$p1(z_1) = \frac{5\sqrt{5}}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{5}{16} z_1^2} , \quad -\frac{4}{\sqrt{5}} \le z_1 \le -\sqrt{\frac{6}{5}} . \tag{8}$$

Інтегральну функцію розподілу у цьому інтервалі можна знайти, проінтегрувавши вираз (8):

$$F1(z_1) = \int_{-4/\sqrt{5}}^{z_1} p1(z_1)dz_1 = \frac{5}{2}\left[\frac{1}{2\pi}\cdot z_1\sqrt{5-\left(\frac{5}{4}z_1\right)^2} + \frac{2}{\pi}\arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{4}z_1\right)+1\right]. \qquad (9)$$

Для $z_1 = -\sqrt{6/5}$ інтегральна функція (9), приймає значення $F1\left(-\sqrt{6/5}\right) = 0{,}6806$, тобто на першій ділянці $-4/\sqrt{5} \le z_1 \le -\sqrt{6/5}$ міститься понад 68 % площі густини розподілу, а для знаходження лівосторонньої розширеної непевності використовують значення ймовірності ($\alpha = 1 - p$) від 1 % до 10 %, які << 68%.

Оскільки для порівняння мінімального спостереження з допустимим значенням слід мати лише нижню границю, тому в цьому випадку слід обчислити односторонню розширену непевність $U_{p,low}(x_1)$. Тобто, коефіцієнт розширення $z_{1,1,low}(n, p)$ (його значення при $n = 5$ наведено у табл. 2) для заданого рівня довіри p розраховуємо із розв'язку нелінійного рівняння для функції розподілу $F1(z_1)$ (9):

$$\int_{z_{1(b,1)}}^{z_{1,1,low}(n,p)} p1(z_1)dz_1 = F1\left(z_{1,1,low}(n,p)\right) = 1 - p\,. \qquad (10)$$

Таблиця 2

Значення коефіцієнтів $z_{1,1,low}$ та $k_{1,low}$ при нормальному розподілі спостережень

	p = 0,90	p = 0,925	p = 0,95	p = 0,975	p = 0,99
$z_{1,1,\text{low}}(5,\text{p})$	-1,6020	-1,6338	-1,6718	-1,7166	-1,7498
$k_{1,\text{low}}(5,\text{p})$	-0,5447	-0,5922	-0,6489	-0,7159	-0,7656

Односторонні нижню $x_{1,1,p,low}$ чи верхню $x_{n,1,p,high}$ границі відповідно до рекомендацій щодо вираження непевності результатів вимірювань слід виразити відносно самих значень x_1 (x_n) та їх стандартних непевностей $u_A(x_1)$ ($u_A(x_n)$). Для цього використаємо математичні сподівання m_{z1} (m_{zn}) величин z_1 (z_n) і у відповідності з (7) очікувані значення екстремальних спостережень: $x_{1(n),\text{очік.}} = \bar{x} + m_{z1(n)} \cdot s_x$. Тоді, з урахуванням (6), значення довірчих границь можна записати у формі:

$$x_{1,1,p,\text{low}} = x_{1,\text{очік.}} - k_{1,\text{low}}(n,p)\cdot u_A(x_1), \quad x_{n,1,p,\text{high}} = x_{n,\text{очік.}} + k_{1,\text{high}}(n,p)\cdot u_A(x_n), \qquad (11)$$

де $k_{1,\text{low}}(n,p) = -(z_{1,1,\text{low}}(n,p) - m_{z1})/\sigma_{0,1}$, $k_{1,\text{high}}(n,p) = -(z_{n,1,\text{high}}(n,p) - m_{zn})/\sigma_{0,1}$, - коефіцієнти розширення екстремальних спостережень (табл. 2).

Приймаючи до уваги, що у першому наближенні $x_{1(n),\text{очік.}} \approx x_{1(n)}$, згідно з (11):

$$x_{1,1,p,\text{low}} \approx x_1 - k_{1,\text{low}}(n,p)\cdot u_A(x_1), \qquad x_{n,1,p,\text{ high}} \approx x_n + k_{1,\text{high}}(n,p)\cdot u_A(x_n). \qquad (12)$$

Значення коефіцієнтів розширення для $n = 3, \dots, 10$, при нормальному, рівномірному, Лапласа та арксинусоїдному розподілах, які охоплюють основну частину (згідно з контрексцесу) практичних розподілів обчислено за ММК. На основі аналізу отриманих значень встановлено, що у випадку відсутності даних про розподіл спостережень за невеликої їх кількості ($n \le 6, 7$) для обчислення розширеної непевності можна використати значення коефіцієнта розширення для нормального розподілу. Наприклад, для досліджених розподілів при $n \le 5$ коефіцієнт розширення відхиляється від нормального коефіцієнта не більше 3%, а для $n = 10$ близько 14%.

Проаналізовано вплив систематичних Δs та випадкових Δr відхилень результатів спостережень, зумовлених неточністю показів використовуваних для контролю ЗВТ.

Випадкові впливи Δr з дисперсією σ_r^2 змінюють всі n спостережень ($y_i = x_i + \Delta r_i$), тому вплив таких спостережень можна описати згорткою розподілу самих спостережень $p(x)$ та розподілу випадкового впливу. Випадковий вплив призводить до зміни стандартного відхилення: $s_y = \sqrt{s_x^2 + \sigma_r^2}$. Якщо розподіл спостережень та випадкових впливів нормальний, тоді густина розподілу $p1(z_1)$ і решта параметрів та коефіцієнт розширення, не змінюються і залишаються такими, як для нормального. Якщо ж розподіл відрізняється від нормального, тоді завдяки згортці результуючий розподіл нормалізується, внаслідок цього коефіцієнт розширення ще менше відрізняється від коефіцієнту розширення, обчисленого відповідно до розподілу самих спостережень, тобто для $n \le 10$ не перевищує кількох відсотків.

Систематичні впливи із стандартним відхилення $\sigma_{\Delta s}$ під час контрольного дослідження однаково зміщують всі n спостережень: $y_i = x_i + \Delta s$, у тому числі середнє значення, але не змінюють оцінки стандартного відхилення s_x, тобто, систематичні впливи не змінюють значення z_1 чи z_n. Вплив систематичного зміщення мінімального (аналогічно максимального) спостереження можна описати розподілом $p1_y(z_{y1})$, який є згорткою розподілу $p1(z_1)$ з промасштабованим на s_x розподілу $p(\Delta s/s_x)$ систематичного впливу. Тоді стандартне відхилення мінімального спостереження становить $\sigma_{y_1} = s_x \sqrt{\sigma_{z_1}^2 + (\sigma_{\Delta s}/s_x)^2} = u_A(x_1) \cdot \sqrt{1 + (u_{cB}(x_1)/u_A(x_1))^2}$, де $u_{cB}(x_1) = \sigma_s$ – стандартна непевність обчислена за методом типу В (інструментальна складова непевності), яка спричинена нескоригованими систематичними зміщеннями показів застосованих ЗВТ. Якщо $u_{cB}(x_1)/u_A(x_1) \approx \le 1/3$, тобто вплив систематичного зміщення відносно непевності $u_A(x_{1(n)})$, знайденої статистичним методом є незначним, а також враховуючи, що при малих n коефіцієнт розширення є приблизно таким, як для нормального розподілу, тоді у (11) і (12) замість $u_A(x_{1(n)})$ слід застосувати сумарну непевність:

$$u_c(x_{1(n)}) = \sqrt{u_A^2(x_{1(n)}) + 3 \cdot u_{cB}^2(x_{1(n)})}. \tag{13}$$

Під час контролю пластмасових труб складова інструментальної непевності $u_{cB}(x_1)$ (для конкретних ЗВТ і результатів вимірювань) визначена та проаналізована у розділі 4. Залежності коефіцієнтів розширення від випадкових та систематичних впливів при різних розподілах та різній їх інтенсивності досліджено за ММК. Результати досліджень підтвердили наближення, отримані при теоретичному аналізі.

Алгоритм використання запропонованої методики оцінювання непевності екстремальних спостережень полягає у виконанні наступної послідовності операцій:

1. Реєстрація, сортування n спостережень та обчислення $\bar{x}$ і s_x;
2. Обчислення непевності $u(x_1)$ чи $u(x_n)$ для x_1 чи x_n спостережень;
3. Обчислення інструментальної складової непевності $u_{cB}(x_{1(n)})$;
4. Обчислення сумарної стандартної непевності $u_c(x_{1(n)})$ (13);
5. Обчислення розширеної непевності $U_{p,low(high)}(x_{1(n)}) = k_{1,low(high)}(n, p) \cdot u_c(x_{1(n)})$;

6. Порівняння екстремальних значень з урахуванням їх непевності із встановленими допустимими значеннями (x_1-$U_{p,low}(x_1) \geq x_{доп,min}$ чи $x_n+U_{p,high}(x_n) \geq x_{доп,max}$) (рис.1).
7. Формулювання висновку відповідності (невідповідності) параметрів виробу НТД.

Третій розділ присвячено вдосконаленню методу порядкових статистик для опрацювання спостережень з апріорі невідомим розподілом спостережень, який забезпечує найкращі (з мінімальною стандартною непевністю) оцінки параметрів розташування $\hat{\mu}$ та ширини $\hat{\sigma}$ розкиду (необов'язково математичного сподівання та стандартного відхилення), які у цьому методі знаходять за виразом:

$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma})^T = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{X}_s = \mathbf{REC} \cdot \mathbf{X}_s, \qquad (14)$$

де $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ - матриця зразкових спостережень $xref = (xref_1, xref_2, ..., xref_k, ..., xref_n)^T$ (k - номер k-ої порядкової статистики серед n спостережень), зразкові спостереження – математичні сподівання порядкових статистик $xref$, які ідеально відповідають вибраній моделі густини розподілу $p(x)$; $\mathbf{W} = \mathbf{COV}^{-1}$ - вагова матриця, яка є оберненою до коваріаційної матриці **COV** порядкових статистик; $\mathbf{REC} = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{W}$ - реконструктивна матриця; $\mathbf{X_S} = (x_1, x_2, ..., x_n)^{\mathrm{T}}$ – вектор впорядкованих спостережень.

Показано, що практичною проблемою застосування методу порядкових статистик є складність і невисока точність розрахунку матриці **COV**:

$$\mathrm{COV_{k,l}} = \iint\limits_{x_l > x_k} s \cdot z \cdot p2_{k,l}(s,z)\, ds dz - xref_k \cdot xref_l, \qquad (15)$$

де $p2_{k,l}(s,z)$ - сумісний розподіл ймовірностей k-тої і l-тої порядкових статистик:

$$p2_{k,l}(s,z) = C(n,k,l) \cdot [F(s)]^{k-1} [F(z) - F(s)]^{l-k-1} [1 - F(z)]^{n-l} p(s) p(z), \qquad (16)$$

де $F(x)$ - функція розподілу спостережень, $C(n,k,l) = n! / [(n-l)! \cdot (l-k-1)! \cdot (k-1)!]$.

Складність і невисока точність обчислення коваріаційної матриці **COV** зумовлена тим, що лише для окремих густин розподілу спостережень є можливість аналітично обчислити інтеграли (15), а в загальному випадку слід використовувати числові методи обчислення таких інтегралів, які зокрема для великої кількості спостережень дають щораз більші похибки.

Для спрощеного розрахунку матриці **COV** запропоновано використати асимптотичні наближення для дисперсії та коефіцієнтів кореляції між двома порядковими статистиками для великих n. Оскільки квантилі λ_k і λ_l з вибірки взятої з генеральної сукупності з розподілом $p(x)$ при $n \to \infty$ мають асимптотично нормальний розподіл з параметрами:

$$m_k = \lambda_k,\ m_l = \lambda_l,\ \sigma_k^2 \approx \frac{\lambda_k(1-\lambda_k)}{n\,(p(\lambda_k))^2},\ \sigma_l^2 \approx \frac{\lambda_l(1-\lambda_l)}{n\,(p(\lambda_l))^2},\ \rho_{k,l} \approx \sqrt{\frac{\lambda_k(1-\lambda_l)}{\lambda_l(1-\lambda_k)}}, \qquad (17)$$

де m_k, m_l - математичні сподівання відповідних квантилів λ_k і λ_l; σ_k^2, σ_l^2 - дисперсії; $p(\lambda_k)$, $p(\lambda_l)$ - значення густини розподілу для квантилів λ_k і λ_l. Тоді на підставі залежностей (17) наближені значення коефіцієнтів коваріаційної матриці можна обчислити за простим виразом:

$$\mathrm{COV}_{\mathrm{k,l}} \approx \rho_{k,l} \cdot \sigma_k \cdot \sigma_l = \frac{k \cdot (n+1-l)}{n(n+1)^2} \cdot \frac{1}{p(\lambda_k) \cdot p(\lambda_l)}, \ 1 \le k < l \le n. \tag{18}$$

Досліджено вплив такого наближення на точність реконструктивної матриці **REC**, на основі якої обчислюють $\hat{\mu}$ та $\hat{\sigma}$ (14). При оцінюванні точності обчислень елементів матриці **REC** використано нормальний розподіл спостережень, для яких відомі точні значення коефіцієнтів матриці **REC** (всі значення її 1-го рядка дорівнюють $1/n$). Значення відносних похибок коефіцієнтів коваріаційної матриці у програмному середовищі Mathcad 11 із точністю 10^{-13} обчислено числовим методом (15) та вдосконаленим методом (18) для нормального розподілу спостережень (рис. 3).

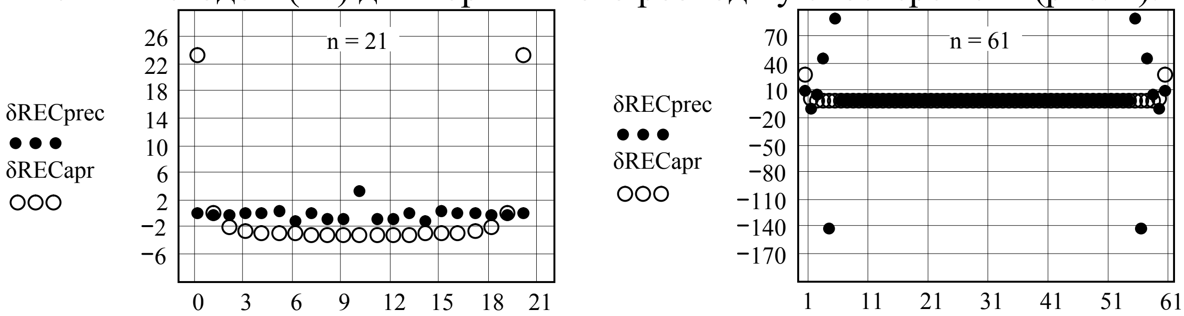


Рисунок 3. Значення відносних похибок обчислення коефіцієнтів першого рядка «точної» матриці $\delta_{\mathrm{RECprec}}$ (●) та наближеної δ_{RECapr} (○)

Виявлено, що при $n \ge 40$ визначення коваріаційної матриці числовими методами обчислення подвійних інтегралів у виразі (15) дають менш точний результат, ніж запропонований наближений вираз (18) (рис. 3). Крім того, запропонований наближений метод забезпечує істотний виграш у часі, оскільки не вимагає обчислень складних двовимірних інтегралів (15), а використовує просту залежність (18).

Вдосконалений метод порядкових статистик застосовано для опрацювання спостережень з плоско-нормальним розподілом, який є результатом згортки нормального та рівномірного розподілів. Оскільки на практиці взаємний вміст нормальної та рівномірної складових у спостереженнях є невідомий, то при опрацюванні таких спостережень можна застосувати метод порядкових статистик. Коваріаційну матрицю **COV** отримано згідно з (18) на основі виразу нормованої густини плоско-нормального розподілу випадкової величини $y = (x - m_x)/\sigma_x$ ($m_x = 0$, $\sigma_x = 1$):

$$p_{n,u}(x,b) = \frac{\sqrt{1+b^2}}{2\sqrt{3}}\left[F\left(\frac{x\cdot\sqrt{1+b^2}+\sqrt{3}}{b}\right) - F\left(\frac{x\cdot\sqrt{1+b^2}-\sqrt{3}}{b}\right)\right], \tag{19}$$

де $b = \sigma_n/\sigma_u = \sigma_n\sqrt{3}/a$ - співвідношення стандартних відхилень нормальної σ_n складової до рівномірної σ_u, з умови нормованого розподілу $\sigma_x = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_u^2} = \sqrt{\sigma_n^2 + a^2/3} = 1$ у (19) ($a = \sqrt{3}/\sqrt{1+b^2}$, $\sigma_n = b/\sqrt{1+b^2}$ - параметри розкиду обидвох розподілів); $F(x)$ - функція нормального розподілу спостережень.

Досліджено ефективність запропонованого вдосконаленого методу порядкових статистик до опрацювання спостережень з плоско-нормальним розподілом за ММК: $M = 10^5$; для кількості спостережень $n = 21; 31; 41; 51$ та параметру розподілу

b = 0,1; 0,4219; 0,7722; 1,295;2,370; 20; m_x = 5, σ_x = 0,1. Для кожної реалізації було визначено: стандартні відхилення похибок параметрів $\hat{\mu}$ і $\hat{\sigma}$, а також середні стандартні непевності цих параметрів. Моделюванням ММК здійснено порівняння результатів обчислення стандартних непевностей параметра розташування з теоретичною стандартною непевністю середньоарифметичного значення, і виявлено, що ефективність запропонованого методу збільшується зі зменшенням параметра b (переважає рівномірна складова у плоско-нормальному розподілі) та кількості спостережень n. Подібні результати отримані для непевності параметра ширини. Якщо параметр b зростає (переважає нормальна складова), запропонований метод дає стандартну непевність параметра розташування, яка стає близькою до стандартної непевності середньоарифметичного (рис. 4).

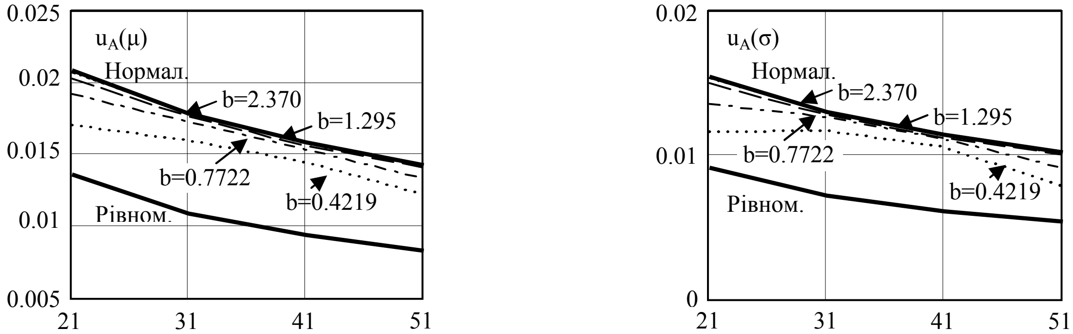
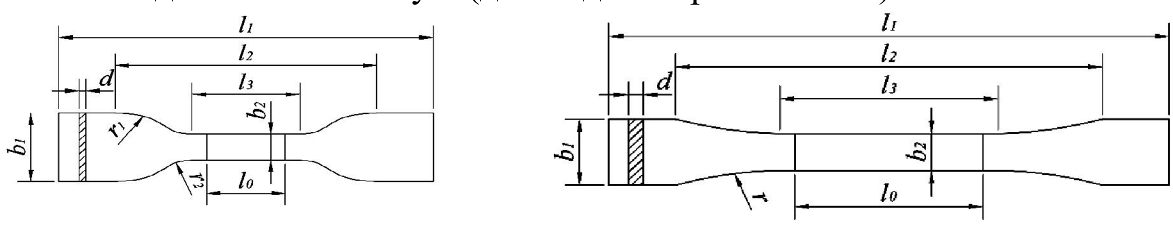


Рисунок 4. Знайдені за ММК значення стандартних непевностей параметрів розташування $u_A(\mu)$ і ширини $u_A(\sigma)$ в залежності від n і значення параметра b

У четвертому розділі представлено результати апробації, опрацьованої у розділі 2 методики оцінювання непевності екстремальних спостережень стосовно результатів, отриманих під час контролю якості пластмасових труб, що використовуються для будівництва газових та водяних мереж чи інших потреб.

Випробування пластмасових труб виконували в лабораторії ТзОВ «Ельпласт-Львів» відповідно до існуючої нормативної документації. Досліджувані зразки лопаток вирізували з пластмасових труб згідно з затвердженими правилами (рис. 5), довжиною l_1 не менше 115 мм - для лопаток типу 1 (для подачі холодної води) та не менше 150 мм - для лопаток типу 2 (для подачі горючих газів).



а б

Рисунок 5. Форма і розміри досліджуваних лопаток: а - лопатка типу 1; б - типу 2

При випробуванні контрольованими показниками якості пластмасових труб є межа плинності при розтягу та відносне видовження при розриві. Межу плинності та відносне видовження визначають відповідно до нормативної документації на n = 5 зразках-лопатках, при цьому із контрольного зразка (труби) виготовляють один зразок-лопатку.

Випробування проводять на розривній машині з нормованими метрологічними характеристиками. Для кожного досліджуваного зразка $i = 1, \ldots, n$ на розривній машині вимірюють навантаження $F_{PT,i}$, H, при якому досягається межа плинності та видовження $\Delta l_{P,i}$, мм зразка в момент його розриву.

Отримані результати вимірювань використовують для розрахунку відносного видовження $\varepsilon_{P,i}$ та межі плинності $\sigma_{PT,i}$ для кожного з $n = 5$ досліджуваних зразків за формулами:

$$\varepsilon_{p,i} = \frac{\Delta l_{p,i}}{L_{0,i}} \cdot 100\% , \qquad \sigma_{PT,i} = \frac{F_{PT,i}}{A_{0,i}} , \ i = 1, \ldots, 5 . \tag{20}$$

де $L_{0,i}$ – початкова довжина i-го зразка, мм; $A_{0,i} = D_i \cdot b_{2,i}$ – площа поперечного перерізу i-го зразка, мм^2 (D_i – товщина робочої частини, мм; $b_{2,i}$ – ширина робочої частини, мм). Геометричні величини були виміряні відповідними до стандартів засобами з нормованими метрологічними характеристиками.

Відповідно до ДСТУ Б В.2.7-73-98 та ДСТУ Б В.2.7-151:2008 за результат приймають мінімальне значення межі плинності та відносного видовження.

За отриманими результатами відповідно до пропонованої методики вимірювання були розраховані наступні параметри: мінімальне значення $\varepsilon_{P,1}$; середнє значення $\bar{\varepsilon}_P$; стандартне відхилення s_{ε_P}; за показами та метрологічними характеристиками ЗВТ відносна сумарна стандартна непевність за методом типу В $u_{cB,rel}(\varepsilon_{P,1})$; експериментальна стандартна непевність за методом типу А мін. значення $u_A(\varepsilon_{P,1})$; відносна сумарна стандартна непевність мінімального значення $u_{c,rel}(\varepsilon_{P,1})$; сумарна стандартна непевність мінімального значення $u_c(\varepsilon_{P,1})$ та граничне значення з урахуванням розширеної непевності $\varepsilon_{P,1;0,95}$ (при $p = 0{,}95$), які наведені у табл. 3.

Таблиця 3

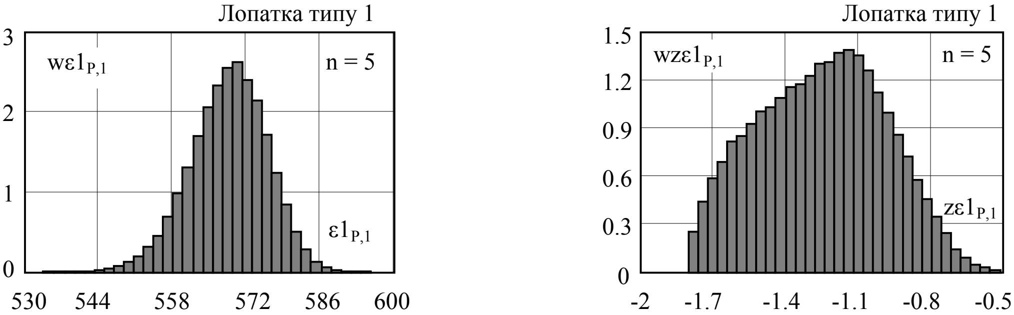
Результати вимірювань та оцінювання непевності ε_P лопатки типу 1, у %

$\varepsilon_{P,1}$	$\bar{\varepsilon}_P$	s_{ε_P}	$u_{cB,rel}(\varepsilon_{P,1})$	$u_A(\varepsilon_{P,1})$	$u_{c,rel}(\varepsilon_{P,1})$,	$u_c(\varepsilon_{P,1})$	$\varepsilon_{P,1;0,95}$
563,38	581,89	10,87	0,41	1,25	1,32	7,42	545,21

Порівнюючи екстремальне значення з урахуванням його непевності $\varepsilon_{P,1;0,95} = 545{,}21\ \%$ з допустимим $\varepsilon_{p,\,доп} = 350\ \%$ бачимо, що $545\ \% > 350\ \%$, тобто досліджувані під час контролю пластмасові труби відповідають вимогам чинній в Україні нормативно-технічній документації (НТД), які на практиці дуже близькі до стандартів ЄС і ASTM.

Для перевірки достовірності отриманих результатів статистичних параметрів і непевності за типом А було використано метод Монте-Карло. Кількість симуляцій $M = 10^5$, кількість спостережень $n = 5$, параметри лопатки типу 1 з нормальним розподілом: очікуване значення математичного сподівання $m = \bar{\varepsilon}_P = 581{,}89\,\%$ і стандартного відхилення $\sigma = s_{\varepsilon_P} = 10{,}87\,\%$. Гістограму $w\varepsilon 1_{P,1}$ мінімального значення відносного видовження $\varepsilon 1_{P,1}$ подано на рис. 6 а та гістограму $wz1\varepsilon 1_{P,1}$

стандартизованого відхилення мінімального значення від середнього $z_1 = \left(\varepsilon_{P,1} - \overline{\varepsilon_P}\right) / s_{\varepsilon_p}$ (7) подано на рис. 6 б.



а б

Рисунок 6. Гістограми відносного видовження:
а - мінімального значення $\varepsilon 1_{P,1}$; б - нормованого відхилення $z\varepsilon 1_{P,1}$

З порівняння гістограм (рис. 6 а, б) і теоретичного розподілу (рис. 2), а також із порівняння (табл. 4) виявлено дуже добру збіжність експериментальних результатів із результатами отриманих за симуляційним методом Монте-Карло.

Таблиця 4

Експериментальні та обчислені за ММК результати мінімального значення відносного видовження $\varepsilon 1_{P,1}$ досліджуваного зразка типу 1

Параметри	Експериментально	ММК
$\varepsilon 1_{P,1}$	569,25 %	569,26 %
$u1_c(\varepsilon_{P,1})$	7,42 %	7,28 %
$\varepsilon 1_{P,1;0,95}$	545,21 %	542,98 %

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язано важливе науково-прикладне завдання у галузі стандартизації, сертифікації та метрологічного забезпечення — створення й дослідження нової методики визначення непевності результатів вимірювань, якими є екстремальні (найбільші чи найменші) спостереження, а також створення методики опрацювання результатів спостережень з метою визначення найкращих (з мінімальною стандартною непевністю) оцінок шуканих параметрів розташування і ширини розкиду, що забезпечить покращення якості виробництва продукції відповідно до передбачуваних потреб споживачів. Отримано такі основні результати роботи:

1. Охарактеризовано специфіку статистичного та нестатистичного оцінювання непевності результатів вимірювань, проаналізовано особливості і переваги відомих методів опрацювання результатів вимірювання та оцінювання їх непевності. На основі огляду методів опрацювання випадкових результатів спостережень та оцінювання їх непевності встановлено, що при відмінності статистичних параметрів спостережень від теоретичних моделей непевність екстремальних спостережень не можна обчислити за існуючими методиками, а якщо розподіл спостережень істотно відрізняється від нормального, тоді

стандартна методика, рекомендована у GUM, взагалі не забезпечує отримання найкращих оцінок непевності результату.

2. Вперше розроблено методику, яку можна використати для оцінювання стандартної та розширеної непевності екстремального результату за невеликої кількості спостережень. Оскільки функція густини розподілу максимального значення є симетричною до функції густини розподілу мінімального, то параметри непевності максимального значення можна обчислити так само, як і для мінімального.
3. Отримано залежності для обчислення стандартної та розширеної непевності екстремального спостереження, які дозволяють обґрунтовано здійснити порівняння з допустимим значенням із врахуванням розширеної непевності.
4. За невеликої кількості спостережень $n \leq 6, 7$ коефіцієнт розширення відхиляється від нормального не більше 3 %, а для $n = 10$ близько 14%. Тому за відсутності даних про розподіл спостережень (та $n \leq 6, 7$) розширену непевність можна обчислити, використовуючи коефіцієнт розширення для нормального розподілу.
5. Встановлено, що випадкові впливи на результати спостережень безпосередньо змінюють їх стандартне відхилення. Вплив систематичних зміщень можна врахувати обчисленням згортки розподілу систематичного впливу з розподілом нормованого відхилення екстремального спостереження. Встановлено, що якщо стандартне відхилення систематичного впливу не перевищує $\approx 1/3$ від стандартного відхилення самих спостережень, то розширену непевність можна обчислити за спрощеним виразом на основі модифікації коефіцієнта розширення для нормального розподілу. Для цього слід обчислити сумарну стандартну непевність з урахуванням обчисленої за методом типу В непевності показів ЗВТ.
6. Розроблена методика опрацювання спостережень з апріорі невідомим розподілом за методом порядкових статистик доведена до рівня практичного застосування у формі структурної схеми алгоритму. Обчислені за цією методикою параметри розташування і ширини характеризуються стандартними непевностями, які є мінімальними для прийнятого набору можливих розподілів, зокрема, для плоско-нормального.
7. Запропонований метод обчислення коваріаційної матриці (яка є необхідною для застосування методу порядкових статистик) є простим (виконуються прості арифметичні операції), точним і швидким. Проведені дослідження методом Монте-Карло підтвердили ефективність цього методу.
8. Запропоновану методику опрацювання результатів вимірювань, якими є мінімальні спостереження, адаптовано для контролю параметрів відносного видовження та межі плинності виробів із пластмаси згідно з договором про науково-технічну співпрацю між ТзОВ «Ельпласт-Львів» і Національним університетом «Львівська політехніка».
9. Запропоновану методику оцінювання непевності екстремального спостереження, яка полягає у порівнянні критичного спостереження з допустимим значенням з урахуванням розширеної непевності цього спостереження, доцільно, а також рекомендовано застосовувати при опрацюванні результатів контролю концентрації шкідливих домішок у продуктах харчування та медичних препаратах тощо.

СПИСОК НАУКОВИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Дорожовець М. Опрацювання результатів спостереження на основі наближеного методу порядкових статистик / М. Дорожовець, І. Попович // Вимірювальна техніка та метрологія. - 2014. - № 75. – с. 8-12.
2. Авраменко О.В. Оцінювання непевності результатів вимірювання під час контролю відносного видовження та границі текучості при розриві виробів із пластмаси / О.В. Авраменко, М.М. Дорожовець, І.В. Попович // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». - 2014. - № 802. - с. 9-20.
3. Дорожовець М.М. Опрацювання результатів спостережень із розподілом, що є згорткою нормального і рівномірного розподілів методом порядкових статистик / М.М. Дорожовець, І.В. Попович // Український метрологічний журнал. - 2015. - № 2. - с. 3-11.
4. Bubela I. Opracowanie wyników losowych obserwacji z płasko-normalnym rozkładem metodą statystyk pozycyjnych / I. Bubela // Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Elektrotechnika. - 2015. - № 34. – s. 71-80.
5. Dorozhovets M. Uncertainty evaluation of the minimal value measurements / M. Dorozhovets, Z. L. Warsza, I. Popovych // Measurement Automation Monitoring. Aug. – 2015. - Vol. 61, no. 08. – p. 395-398.
6. Dorozhovets M. Method of evaluation the measurement uncertainty of the minimal value of observations and its application in testing of plastic products / M. Dorozhovets, I. Popovych, Z. L. Warsza // Advanced Mechatronics Solutions. Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer International Publishing Switzerland. – 2016. - Vol. 393. - p. 421 – 430. (SCOPUS).
7. Dorozhovets M. Computing uncertainty of the extreme values in random samples / M. Dorozhovets, I. Bubela // International Journal of Computing. – 2016. – Vol. 15 (2). - p. 127 – 135.
8. Авраменко О.В. Оцінювання непевності результатів вимірювання під час контролю відносного видовження та межі плинності при розриві виробів із пластмаси / О.В. Авраменко, М.М. Дорожовець, І.В. Попович // Всеукраїнська науково-технічна конференція молодих вчених у царині метрології «Technical Using of Measurement–2015»: Тези доповідей. – Славське, 2-6 лютого 2015. – с. 94–96.
9. Дорожовець М. Опрацювання результатів спостереження на основі наближеного методу порядкових статистик / М. Дорожовець, І. Попович // ІІ Міжнародна науково-практична конференція «Управління якістю в освіті та промисловості: досвід, проблеми та перспективи»: Тези доповідей. − Львів, 28-30 травня 2015. - с. 196–197.
10. Dorozhovets M. Evaluation of the measurement uncertainty of the minimal value of observations / M. Dorozhovets, I. Popovych, Z. L. Warsza // XI Scientific – Technical Conference: Problems and Progress in Metrology.: Proceedings. - Kościelisko, Poland, 07–10 June 2015. – p. 60-66.
11. Dorozhovets M. Processing of the Random Observations with Flatten - Gaussian Distribution by Approximate Order Statistics Method / M. Dorozhovets, I. Popovych // The 8th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced

Computing Systems: Technology and Applications: Proceedings. - Warsaw, Poland, 24-26 September 2015. - Vol. 1.– p. 149-152. (SCOPUS).

12. Дорожовець М.М. Опрацювання результатів спостережень з плоско-нормальним розподілом методом позиційних статистик / М.М. Дорожовець, І.В. Бубела // Всеукраїнська науково-технічна конференція молодих вчених у царині метрології «Technical Using of Measurement–2016»: Тези доповідей. – Славське, 1-5 лютого 2016. – с. 119–121.

АНОТАЦІЯ

Бубела І.В. Опрацювання результатів вимірювання при відхиленні їх статистичних властивостей від типових. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.02 – стандартизація, сертифікація та метрологічне забезпечення – Національний університет «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України, Львів, 2016.

Дисертаційна робота присвячена створенню й дослідженню нової методики визначення непевності результатів вимірювань, якими є екстремальні (мінімальне чи максимальне) спостереження, а також опрацюванню простої і ефективної методики опрацювання спостережень з відмінними від нормального розподілами, що призведе до покращення якості виробництва продукції.

Запропонована методика оцінювання непевності екстремального результату вимірювання ґрунтується на попередньому обчисленні теоретичних параметрів першої чи останньої порядкових статистик, а також експериментальних характеристиках (середнього значення та стандартного відхилення) зареєстрованих спостережень. Здійснено дослідження впливу інструментальної складової (систематичних та випадкових впливів) на непевність екстремального спостереження. Запропоновану методику застосовано до опрацювання результатів експериментальних досліджень під час контролю якості пластмасових труб на виробництві. Для опрацювання спостережень з розподілами, які істотно відрізняються від нормального, опрацьовано модифікований метод порядкових статистик, який ґрунтується на їх асимптотичних властивостях і який у практичній реалізації є простим, швидким та достатньо точним.

Основні наукові результати мають як теоретичне, так і практичне значення та можуть знайти застосування при опрацюванні результатів вимірювань під час контролю параметрів якості продукції та виробів в промисловості, сільському господарстві та медицині.

Ключові слова: вимірювання, розподіл, непевність результату, методика, екстремальні значення, мінімальне значення спостережень, максимальне значення спостережень, відносне видовження, межа плинності, контроль якості пластмасових труб, метод порядкових статистик, коваріаційна матриця, плоско-нормальний розподіл, метод Монте-Карло.

АННОТАЦИЯ

Бубела И.В. Обработка результатов измерения при отклонении их статистических свойств от типичных. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук по специальности 05.01.02 – стандартизация, сертификация и метрологическое обеспечение - Национальный университет «Львивська политэхника» Министерства образования и науки Украины, Львов, 2016.

Диссертационная работа посвящена созданию и исследованию новой методики определения неопределенности результатов измерений, которыми являются экстремальные (минимальное или максимальное) наблюдения, а также разработке простой и эффективной методики обработки результатов наблюдений с отличными от нормального распределениями, что приведет к улучшению качества производства продукции.

Предложенная методика оценки неопределенности экстремального результата измерения основывается на предварительных расчетах теоретических параметров первой или последней порядковых статистик, а также экспериментальных характеристиках (среднего значения и стандартного отклонения) зарегистрированных наблюдений. Проведено исследование влияния инструментальной составляющей (систематических и случайных воздействий) на неопределенность экстремального наблюдения. Предложенную методику применено к обработке результатов экспериментальных исследований при контроле качества пластмассовых труб на производстве. Для обработки наблюдений с распределениями, которые существенно отличаются от нормального, разработан модифицированный метод порядковых статистик, основанный на их асимптотических свойствах и который в практической реализации является простым, быстрым и достаточно точным.

Основные научные результаты имеют как теоретическое, так и практическое значение и могут найти применение при обработке результатов измерений во время контроля параметров качества продукции и изделий в промышленности, сельском хозяйстве и медицине.

Ключевые слова: измерения, распределение, неопределенность результата, методика, экстремальные значения, минимальное значение наблюдений, максимальное значение наблюдений, относительное удлинение, граница текучести, контроль качества пластмассовых труб, метод порядковых статистик, ковариационная матрица, плоско-нормальное распределение, метод Монте-Карло.

ABSTRACT

Bubela I.V. Processing of measurement results by deviation of their statistics properties from typical. – On the rights of manuscript.

This thesis submitted for the scientific degree of Candidate of Technical Sciences (PhD in Engineering) in specialty 05.01.02 – Standardization, Certification and Metrological Assurance – Lviv Polytechnic National University of Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2016.

The thesis is devoted to solving of important applied scientific task of is creation and research of new procedure for the determination of the uncertainty of measurement results when is extreme (minimal or maximal) value of observations as well as simple and effective procedures of the processing the results of observations, with other than normal

distributions with the aim of determination of the best (with the smallest standard uncertainty) evaluations of the measurement results, that will improved of quality of production of goods in accordance to the predictable necessities of consumers.

The existing methods of processing uncertainty the of observations results are analyzed, in particular the order statistics method and also processing problems are set when results of the control measurements are extreme observations and their uncertainty must be determined.

The non-standard statistical method for evaluating uncertainty, when a minimal (extreme) observation is a result the measurement (or testing) and a number of observations is significantly limited: $n = 3\ldots10$ and if the observations probability density function (PDF) differs from a normal distribution is proposed and analyzed. This method is based on some properties of order statistics. As example from the practice this method is used to evaluate the uncertainty of a percent elongation and tensile strength in testing plastic products. The accuracy of obtained theoretical and experimental results is also investigated by Monte Carlo simulation. Proposed method can be used to uncertainty evaluation of another quantities, when the minimal (or maximal) value of several normally distributed random observations is a result of measurement. As an example from practice this method is used to evaluate the uncertainty of investigations of mechanical properties when testing products (measurement results in a minimal value of observations) and in investigations of quantity a number of harmful elements in food industry products (measurement results in a maximal value of observations).

The modified method based on order statistics for processing of the random observations with so called Flatten - Gaussian distribution that is a convolution of rectangular and normal distributions is proposed. Proposed method in practical realization is simple, fast and enough accurate. This method is based on comparison of the input observations with a set of so called reference observations and provides automatic selection of the best (with the minimal standard uncertainty) location and scale parameters of the input observations. This method gives a smaller standard uncertainty of a location parameter compared to a standard uncertainty of a mean value. The efficiency of the method increases with the increase content of the uniform component. The implementation of the proposed method does not require complicated calculations and based on an analytical expression of a normalized Flatten - Gaussian density distribution. Research results, obtained by Monte Carlo method, have confirmed the effectiveness of proposed method.

Basic scientific results have both theoretical and practical value and can be used in the processing of measurement results during control of parameters of quality of products and products in industry, agriculture and medicine.

Key words: measurement, distribution, uncertainty of result, procedure, extreme values, minimal value of observations, maximal value of observations, percent elongation, tensile strength, quality control of plastic tubes, order statistics method, covariance matrix, Flatten-Gaussian distribution, Monte Carlo method.