

тика и транспорт. 1990. № 5. С.3–11. 9. Бевз С.В., Бурбело С.М. Критеріальне моделювання в задачах прогнозування // Наукові вісті НТУУ “Київський політехнічний інститут”. 1998. № 3. С.39–42. 10. Лежнюк П.Д., Бевз С.В. Транзитивна система відносних одиниць у критеріальному моделюванні // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. 1999. № 372. С.91–97.

УДК 621.34

Лозинський О.Ю., Бойчук Б.Г.  
ДУ “Львівська політехніка”, кафедра ЕАП

## ПРО ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕДАТНИХ ФУНКЦІЙ З НУЛЯМИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

© Лозинський О.Ю., Бойчук Б.Г., 2000

**Для налаштування систем автоматичного керування на “модульний оптимум” пропонується застосувати передатні функції з нулями. Виведені формули для визначення їх коефіцієнтів. Наводяться графіки перехідних функцій, які забезпечують вказаний критерій.**

У сучасних електроприводах широко застосовують стандартні налаштування контурів регулювання, найпоширенішим з яких є налаштування на “модульний оптимум”. Вважається, що він забезпечується, якщо структурна схема і відповідна їй передатна функція утворюються як ряд послідовно вкладених один в одного контурів, першим з яких є інтегральна ланка із сталою часу  $T_{\mu}$ , охоплена від’ємним зворотним зв’язком. Другий контур утворюється ввімкненням послідовно з першим інтегральної ланки із сталою часу, в два рази більшою, та охопленням їх знову від’ємним зворотним зв’язком. Аналогічно формуються і наступні контури. Запис передатної функції такої системи можна представити у вигляді

$$W_n(s) = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{1}{\dots(8T_{\mu}s(4T_{\mu}s(2T_{\mu}s(T_{\mu}s+1)+1)+1)+1)+1\dots} \quad (1)$$

Раніше виведені\* співвідношення між коефіцієнтами передатної функції, за яких забезпечується умова “модульного оптимуму”, причому ця функція може мати і нулі. Перевіримо спочатку дотримання цих співвідношень в передатних функціях вигляду (1), тобто без нулів. Виявляється, що вони дотримані для систем другого і третього порядків, але для систем четвертого порядку вони порушуються. Справді, для цього випадку маємо

$$N_4(s) = 64T_{\mu}^4 s^4 + 64 T_{\mu}^3 s^3 + 32 T_{\mu}^2 s^2 + 8 T_{\mu} s + 1. \quad (2)$$

\* Коцегуб П.Х. Синтез вентильних приводів постійного струму. К., 1997.

Згідно з [1], умовами забезпечення “модульного оптимуму” є вирази

$$A_1^2 - 2A_2 = 0; \quad A_2^2 - 2A_1A_3 + 2A_4 = 0; \quad A_3^2 - 2A_2A_4 = 0, \quad (3)$$

де  $A_i$  – коефіцієнт при  $s^i$ .

Легко переконатися, що для коефіцієнтів полінома (2) друге рівняння із системи (3) не дотримується. Рішення системи (3) можна представити через коефіцієнт  $A_1$ . Тоді значення  $A_i$ , за яких дотримується “модульний оптимум”, матиме вигляд

$$A_4 = 0,0215A_1^4; \quad A_3 = 0,14663A_1^3; \quad A_2 = \frac{A_1^2}{2}.$$

Тоді відповідний характеристичний поліном системи буде

$$N_4^*(s) = 0.0215A_1^4s^4 + 0.14663A_1^3s^3 + 0.5A_1^2s^2 + A_1s + 1.$$

Підставивши  $0,14663A_1 = T_\mu$ , одержимо

$$\begin{aligned} N_4^*(s) &= 46.514T_\mu^4s^4 + 46.514T_\mu^3s^3 + 23.256T_\mu^2s^2 + 6.82T_\mu s + 1 = \\ &= 6.28T_\mu s(3.41T_\mu s(2T_\mu s(T_\mu s + 1) + 1) + 1) + 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Отже, одержаний поліном відрізняється від традиційно застосовуваного (2), в ньому відношення сталих часу інтегрування мають значення:  $a_1 = 2$ ;  $a_2 = 1.7$ ;  $a_3 = 2$ .

Якщо застосувати відоме співвідношення\* до відомих поліномів Баттерворта, то виявляється, що їх коефіцієнти (принаймні, до п'ятого порядку включно) забезпечують суворе дотримання “модульного оптимуму”. Записані у формі вкладених один в одного контурів вони матимуть вигляд

$$\begin{aligned} N_2(s) &= 2T_\mu s(T_\mu s + 1) + 1; \\ N_3(s) &= 4T_\mu s(2T_\mu s(T_\mu s + 1) + 1) + 1; \\ N_4(s) &= 6,82T_\mu s(3,41T_\mu s(2T_\mu s(T_\mu s + 1) + 1) + 1) + 1; \\ N_5(s) &= 10,49s(5,24T_\mu s(3,24T_\mu s(2T_\mu s(T_\mu s + 1) + 1) + 1) + 1) + 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналіз виразів (5) свідчить про наступне. Для систем четвертого і п'ятого порядків (очевидно і для вищих) співвідношення між сталими часу інтегрування сусідніх контурів не обов'язково дорівнює 2. У цих же випадках деякі внутрішні контури не мають оптимального налаштування. Наприклад, для системи четвертого порядку передатна функція третього контуру не збігається з  $N_3(s)$ . У зв'язку з цим налаштування, які відповідають поліномам (5), доцільно застосовувати там, де якість перехідних процесів таких внутрішніх контурів не має значення. Якщо ж у цьому випадку практичне налаштування здійснюється по екрану осцилографа, то, наприклад, для системи четвертого порядку, її третій контур можна спочатку налаштувати як  $N_3(s)$ , тобто із сталою інтегрування  $4T_\mu$ , а після одержання оптимального перехідного процесу зменшити її до значення  $3,41T_\mu$ . Реально це можливо в дворазово інтегральній системі підпорядкованого регулювання з контурами струму і швидкості, якщо контур швидкості спочатку реалізувати з  $\Pi$  – регулятором, а потім доповнити його інтегральним регулятором. Тоді  $\Pi$  – регулятор швидкості спочатку треба було б налаштувати на оптимальний перехідний процес з 5 %-м перерегулюванням (по

\* Там само, див. с.83.

екрану осцилографа), а потім збільшити його коефіцієнт в  $\frac{4}{3,41} = 1,17$  разів і переходити до налаштування інтегрального регулятора.

Спільним недоліком передатних функцій без нулів із знаменником вигляду (5) є те, що із збільшенням номера контуру його швидкодія знижується. Треба сподіватися, що цей недолік буде меншим, якщо застосувати передатні функції вигляду

$$W(s) = \frac{\sum_{j=1}^m b_j s^j + 1}{\sum_{i=1}^n a_i s^i + 1}, \quad m < n$$

Наведені умови\* для забезпечення “модульного оптимуму” дозволяють знайти співвідношення між  $a_i$  і  $b_j$ , за яких цей оптимум досягається. Для системи другого порядку матимемо

$$b_1 = T_\mu \sqrt{a_1(a_1 - 2)}. \quad (6)$$

Для системи третього порядку

$$b_2 = a_1 a_2 T_\mu^2 \sqrt{a_1(a_1 - 2)}; \quad (7)$$

$$b_1^2 = a_1 a_2 T_\mu^2 \left[ a_1(a_2 - 2) + 2\sqrt{a_1(a_1 - 2)} \right].$$

Кількість умов-рівнянь, які наведені в [1], на одиницю менша, ніж порядок знаменника. Тому з появою невідомих коефіцієнтів в чисельнику система стає недоозначеною. Але в реальних випадках деякі коефіцієнти можуть бути наперед фіксованими.

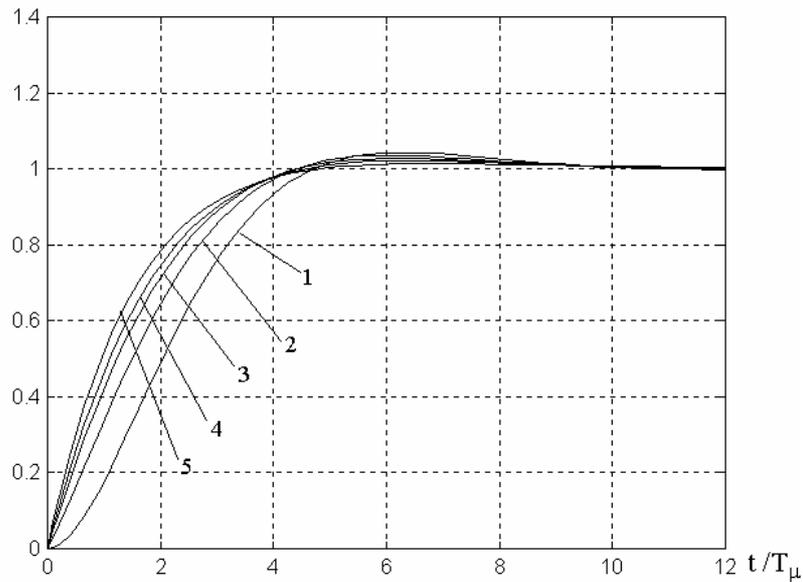
Візьмемо передатні функції другого і третього порядку з нулями

$$W_2(s) = \frac{b_1 s + 1}{a_1 T_\mu^2 s^2 + a_1 T_\mu s + 1} \quad W_3(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + 1}{a_1^2 a_2 T_\mu^3 s^3 + a_1^2 a_2 T_\mu^2 s^2 + a_1 a_2 T_\mu s + 1}.$$

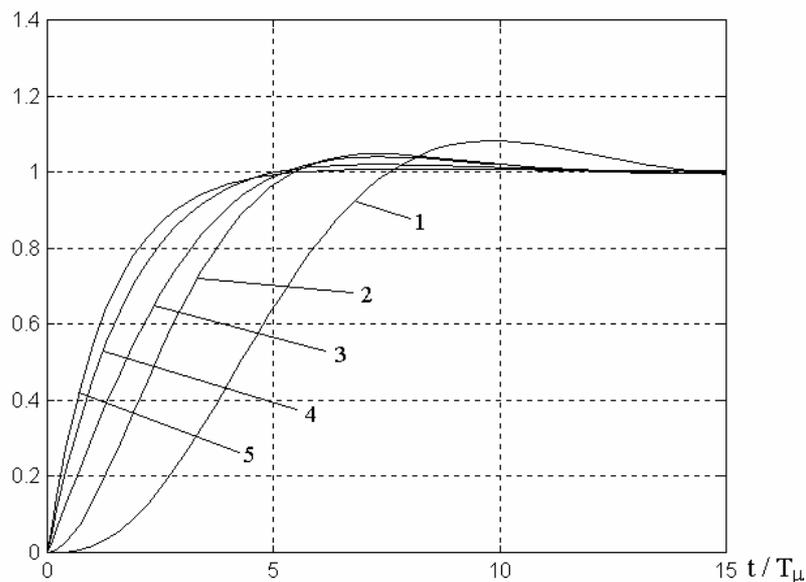
Обчислимо їх перехідні функції для варіантів значень коефіцієнтів  $a$  і  $b$ , значення яких розраховані з умов “модульного оптимуму”. Такі графіки показані на рис.1 для системи другого порядку і на рис.2 для системи третього порядку. Для рис.1 криві зняті при таких значеннях параметрів: крива 1 –  $a_1 = 2$ ;  $b_1 = 0$ , крива 2 –  $a_1 = 2,2$ ;  $b_1 = 0,66$ , крива 3 –  $a_1 = 2,6$ ;  $b_1 = 1,25$ , крива 4 –  $a_1 = 3,0$ ;  $b_1 = 1,73$ , крива 5 –  $a_1 = 4,0$ ;  $b_1 = 2,83$ .

Для рис.2 графіки відповідають таким параметрам: крива 1 –  $a_1 = 2$ ;  $a_2 = 2$ ;  $b_1 = 0$ ;  $b_2 = 0$ , крива 2 –  $a_1 = 2$ ;  $a_2 = 4$ ;  $b_1 = 5,66$ ;  $b_2 = 0$ , крива 3 –  $a_1 = 2,2$ ;  $a_2 = 3,0$ ;  $b_1 = 4,82$ ;  $b_2 = 4,38$ , крива 4 –  $a_1 = 3$ ;  $a_2 = 4$ ;  $b_1 = 10,66$ ;  $b_2 = 20,78$ , крива 5 –  $a_1 = 5$ ;  $a_2 = 4$ ;  $b_1 = 8,84$ ;  $b_2 = 77,5$ .

\* Там само, див. с.83.



**Рис.1.** Перехідні функції системи другого порядку.



**Рис.2.** Перехідні функції системи третього порядку.

Криві 1 на обох рисунках відповідають традиційному налаштуванню, коли передатна функція не має нулів.

Аналіз одержаних графіків дозволяє зробити висновок про те, що наявність нулів у передатній функції дає можливість

1. Одержати набагато більшу швидкодню, ніж при традиційно застосовуваних передатних функціях без нулів, причому з меншим перерегулюванням.

2. У системі третього порядку досягнути практично такої самої швидкодії, як і в системі другого порядку.