3. Встановлено, що для обмеження викиду пускового струму в колі статора АГ на рівні номінального необхідно ввімкнути ДР з індуктивністю $L_{ДР} = 4$ мГн.

4. При шунтуванні дроселів ДР спостерігається викид струму, причому амплітуда його зростає, якщо шунтування відбувається при швидкості, яка відрізняється від синхронної.

5. Результати моделювання збігаються з дослідженнями, проведеними безпосередньо на ВЕУ і тому розроблену модель можна використовувати для дослідження різних режимів роботи ВЕУ такого типу.

1. Шидловский А.К., Лищенко А.И., Резцов В.Ф. и др. Проблемы преобразования энергии ветроэнергетических установок // Техническая электродинамика. 1993. № 3. С.41–45. 2. Плахтина Е. Г. Математическое моделирование электромашинно – вентильных систем. Львов, 1986.

УДК 621.3.019.3(075)

Лазько О.В.
ДУ "Львівська політехніка", кафедра ТРР

КОМПОЗИЦІЇ ПОЧАТКОВИХ РОЗПОДІЛІВ ПАРАМЕТРІВ РЕП І РОЗПОДІЛІВ ЇХ ВІДХИЛЕНЬ ПІД ЧАС ЕКСПЛУАТАЦІЇ

У статті наведено композиції початкових розподілів параметрів РЕП та їх відхилень під час експлуатації. Розглянуто композиції нормального, обмеженого нормального, рівномірного та анормального законів.

Кожен технічний об'єкт характеризується множиною визначальних параметрів, що є мірилом його якості. Процеси зміни визначальних параметрів в загальному випадку є випадковими і нестаціонарними [1, 3]. Це пов'язано з різноманітними явищами в матеріалах під впливом комплексу дестабілізуючих чинників. Випадковий процес зміни параметрів РЕП прийнято розглядати як адитивні функції [3].

$$x(t) = \eta(t) + \zeta(t) + \varepsilon(t),$$

де $x(t)$ – випадкова функція зміни параметра під час експлуатації; $\eta(t)$ – напіввипадковий процес незворотних змін параметра; $\zeta(t)$ і $\varepsilon(t)$ – стаціонарні або нестаціонарні випадкові процеси.

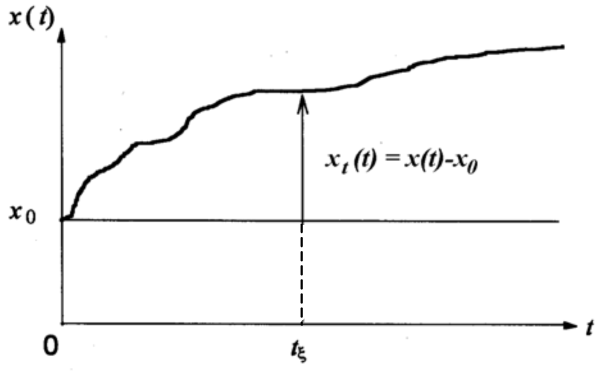
Напіввипадковий процес незворотних змін параметра $\eta(t)$ розглядається у вигляді

$$\eta(t) = x_0 + \int_0^t B(\tau)d\tau,$$

де x_0 – початкове значення параметра, з яким виріб виходить із заводу-виробника; $B(\tau)$ – напіввипадковий процес зміни швидкості повільного дрейфу параметра.

Зазначимо, що початкове значення параметра x_0 є випадковою величиною, яка встановлюється під час виготовлення пристрою. Ці початкові розподіли параметрів зумовлені впливом чинників (розкид параметрів компонентів, неідентичність і нестабільність технологічних процесів виготовлення деталей та вузлів РЕП, проведення операцій збирання, регулювання тощо). Відхилення параметрів може бути як додатним, так і від'ємним і будь-яких обмежень щодо таких відхилень у межах допуску не ставиться. При виконанні центральної граничної теореми теорії ймовірностей (теореми Ляпунова) розподіли параметрів РЕП наближаються до нормальних.

Значення вихідного параметра радіоелектронного пристрою x(t) визначається двома складовими x_0 і $x_t(t)$. Перша з них – x_0 є початковим значенням параметра, яке встановлюється під час виготовлення пристрою і з яким цей пристрій надходить до споживача. Друга складова – $x_t(t)$ є відхиленням цього параметра від значення x_0 під час експлуатації (рисунок).



Інтерпретація структури функції $x(t)$.

У момент t_ξ ці значення є випадковими і описуються відповідними законами розподілу. Треба підкреслити, що здебільшого початкове значення параметра x_0 не впливає на процес його зміни під час експлуатації пристрою, тобто на $x_t(t)$, хоча це твердження в кожному випадку потребує перевірки [2].

Дослідження свідчать, що функції $x_t(t)$ переважно є нормальними нестаціонарними функціями, а початкові значення параметрів x_0 характеризуються розмаїттям своїх розподілів.

Розподіл значень вихідного параметра x(t) в будь-який момент часу визначається композицією розподілів значень x_0 і $x_t(t)$, тобто

$$f[x(t)] = f(x_0) * f[x_t(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0) f[x_t(t)] dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0) f[x(t) - x_0] dx, \quad (1)$$

де * – знак композиції.

Найчастіше реальні початкові розподіли параметрів радіоелектронних пристроїв описуються функціями нормального, обмеженого нормального, рівномірного або якогось асиметричного розподілів. Розглянемо декілька найуживаніших композицій.

<u>Композиція нормальних розподілів $f(x_0)$ і $f[x_t(t)]$.</u> Якщо x_0 і $x_t(t)$ незалежні і характеризуються нормальними розподілами

$$f(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left\{-\frac{(x_0 - m_0)^2}{2\sigma_0^2}\right\}; \quad (2)$$

$$f[x_t(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t(t)} \exp\left\{\frac{[x_t(t) - m_t(t)]^2}{2\sigma_t^2(t)}\right\}, \quad (3)$$

де m_0, σ_0, $m_t(t)$, $\sigma_t(t)$ – параметри цих розподілів, то їх композиція має вигляд

$$f[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0) f[x(t) - x_0] dx = \frac{1}{2\pi\sigma_0\sigma_t(t)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{ -\frac{(x_0 - m_0)^2}{2\sigma_0^2} - \frac{[x(t) - x_0 - m_t(t)]^2}{2\sigma_t^2(t)} \right\} dx. \quad (4)$$

Після перетворення отримаємо

$$f[x(t)] = \frac{1}{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{(x(t) - [m_0 + m_t(t)])^2}{2[\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)]} \right\}. \quad (5)$$

Це є нормальний розподіл значення x(t) з математичним очікуванням

$$m(t)=m_0+m_t(t)$$

і середнім квадратичним відхиленням

$$\sigma(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)}.$$

Композиція обмеженого нормального розподілу $f(x_0)$ і нормального розподілу $f[x_t(t)]$. Як і в попередньому випадку, за незалежні значення візьмемо величини x_0 і $x_t(t)$, що і розподілені за нормальним законом, але розподіл x_0 є обмежений границями *a* і b, тобто

$$f[x_t(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t(t)} \exp\left\{ -\frac{[x_t(t) - m_t(t)]^2}{2\sigma_t^2(t)} \right\}, \quad (6)$$

$$\bar{f}(x_0) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left\{ -\frac{(x_0 - m_0)^2}{2\sigma_0^2} \right\}, \quad (7)$$

де C – коефіцієнт обмеження другого розподілу

$$C = \frac{1}{\int_a^b f(x)dx} = \frac{1}{\Phi(u_2) - \Phi(u_1)};$$

$$u_1 = \frac{a - m_0}{\sigma_0}; u_2 = \frac{b - m_0}{\sigma_0}; \quad (8)$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^u \exp\left(-\frac{u^2}{2} \right) du$$

– нормована функція Лапласа.

Композиція наведених розподілів має вигляд

$$f[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0) f[x(t) - x_0] dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0) f[x_t(t)] dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)}} \cdot \frac{C}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{(x(t) - [m_0 + m_t(t)])^2}{2[\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)]} \right\}. \quad (9)$$

Композиція рівномірного розподілу $f(x_0)$ і нормального розподілу $f[(x_t(t)]$. Вказані розподіли мають вигляд

$$f(x_0) = \frac{1}{b-a} \text{ при } a < x_0 < b; \qquad (10)$$

$$f[x_t(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t(t)} \exp\left\{-\frac{[x_t(t)-m_t(t)]^2}{2\sigma_t^2(t)}\right\}. \qquad (11)$$

$$f[x(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t(t)(b-a)} \int_a^b \exp\left\{-\frac{[x_t(t)-m_t(t)]^2}{2\sigma_t^2(t)}\right\} dx. \qquad (12)$$

Після інтегрування отримуємо такий вираз:

$$f[x(t)] = \frac{1}{b-a}\left\{\Phi\left[\frac{b-m_t(t)}{\sigma_t(t)}\right] - \Phi\left[\frac{a-m_t(t)}{\sigma_t(t)}\right]\right\}. \qquad (13)$$

Математичне очікування і середнє квадратичне відхилення цього розподілу визначають за формулами

$$m(t) = \frac{a+b}{2} + m_t(t);$$

$$\sigma(t) = \sqrt{\left(\frac{b-a}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \sigma_t^2(t)}.$$

Композиція анормальних розподілів початкових значень параметрів $f(x_0)$ і нормального розподілу відхилень параметрів під час експлуатації $f[x_t(t)]$. Теоретичний і практичний сенс має визначення композиції анормального розподілу початкових значень параметрів виробів, що описується рядом Грама-Шарльє [4, 5], і нормального розподілу відхилень параметрів під час експлуатації. Тобто

$$f[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f_A(x_0) f[x(t) - x_0] dx, \qquad (14)$$

де $f_A(x_0)=f(x_0) - \frac{A}{3!}f^{(3)}(x_0) + \frac{E}{4!}f^{(4)}(x_0)$; A і E – коефіцієнти асиметрії та ексцесу початкового розподілу вихідних параметрів.

$$f[x(t) - x_0] = f[x_t(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t(t)} \exp\left\{-\frac{[x_t(t)-m_t(t)]^2}{2\sigma_t^2(t)}\right\}, \qquad (15)$$

де $m_t(t)$ і $\sigma_t(t)$ – параметри розподілу відхилень $f[x_t(t)]$.

Використовуємо тричленний ряд Грама-Шарльє, оскільки як підтверджено у [6, 7] подальше нарощування кількості членів ряду не завжди є доцільним.

Отже, композиція цих розподілів має вигляд

$$f[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [f(x_0) - \frac{A}{3!}f^{(3)}(x_0) + \frac{E}{4!}f^{(4)}(x_0)] f[x_t(t)] dx. \qquad (16)$$

Перша складова розподілу $f[x(t)]$ є композицією двох нормальних розподілів $f(x_0)$ і $f[x_t(t)]$, друга і третя складові визначають вплив асиметричності і гостровершинності початкового розподілу вихідних параметрів на форму результуючого розподілу $f[x(t)]$.

Отримання сумарних значень коефіцієнтів асиметрії $A(t)$ і ексцесу $E(t)$ за відомими значеннями цих коефіцієнтів для початкових розподілів у вигляді A_0 та E_0 і для їх відхилень під впливом зовнішніх чинників і старіння елементів під час експлуатації у вигляді $A_t(t)$ і $E_t(t)$ здійснюється з використанням правил складання моментів [8]. Зв'язок між центральними моментами розподілу і коефіцієнтами асиметрії та ексцесу встановлюється так:

$$\left.\begin{aligned} &\mu_{03} = A_0\sigma_0^3; \\ &\mu_{04} = \sigma_0^4(E_0+3); \\ &\mu_{t3}(t) = A_t(t)\sigma_t^3(t); \\ &\mu_{t4}(t) = \sigma_t^4(t)[E_t(t)+3], \end{aligned}\right\} , \tag{17}$$

де μ_{03}, μ_{04} – третій і четвертий центральні моменти початкового розподілу параметрів, σ_0 – їх середнє квадратичне відхилення; $\mu_{t3}(t)$, $\mu_{t4}(t)$, $\sigma_t(t)$ – аналогічні характеристики розподілу відхилень вихідних параметрів виробів під дією зовнішніх чинників і старіння елементів.

Використовуючи правила підсумовування моментів значень x_0 і $x_t(t)$ в залежностях

$$A(t) = \frac{\mu_3[x_0 + x_t(t)]}{\sigma^3(t)},$$

$$E(t) = \frac{\mu_4[x_0 + x_t(t)]}{\sigma^4(t)} - 3,$$

отримуємо розрахункові формули для визначення коефіцієнтів $A(t)$ і $E(t)$ сумарного розподілу $f[x(t)]$:

$$A(t) = \frac{A_0\sigma_0^3 + A_t(t)\sigma_t^3(t)}{[\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)]^{3/2}}, \tag{18}$$

$$E(t) = \frac{\sigma_0^4(E_0+3) + \sigma_t^4(t)[E_t(t)+3] + 6\sigma_0^2\sigma_t^2(t)}{[\sigma_0^2 + \sigma_t^2(t)]^2}. \tag{19}$$

<u>Композиція анормальних розподілів початкових значень параметрів $f(x_0)$ і анормального розподілу відхилень параметрів під час експлуатації $f[x_t(t)]$.</u> Припускаємо, що розподіл відхилень параметрів під час експлуатації може мати анормальний характер. Проведені дослідження в цій галузі підтверджують цю думку. Тоді ми стикаємося з випадком комбінації двох анормальних розподілів. Композиція цих розподілів має вигляд

$$f(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} (f(x_0) - \frac{A1}{3!} f^{(3)}(x_0) + \frac{E1}{4!} f^{(4)}(x_0))(f(x_t(t) - \frac{A2}{3!} f^{(3)}(x_t(t)) + \frac{E2}{4!} f^{(4)}(x_t(t)))dx \tag{20}$$

Отже, внаслідок проведених досліджень було запропоновано визначати розподіл вихідного параметра у будь-який момент за допомогою композиції величин початкового значення параметра та відхилення цього параметра під час експлуатації. Моделями реальних початкових розподілів було використано нормальний, обмежений нормальний і рівномірний розподіли та запропоновано, з урахуванням результатів дослідження початкових розподілів параметрів пристроїв, використати ряд Грама-Шарльє. На підставі проведених досліджень [6, 7] встановлено, що моделювання початкових розподілів параметрів пристроїв за допомогою рядів Грама-Шарльє дає кращі результати, ніж використання нормального закону розподілу. Очевидно, що і під час використання розподілу Грама-Шарльє як моделі початкового розподілу параметрів композиції розподілів точність моделювання буде вищою, ніж при застосуванні нормального розподілу. Однак під час використання рядів Грама-Шарльє необхідно враховувати обмеження, що накладаються на ці ряди. У роботах [4, 5] було визначено допустимі значення коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, при використанні яких функція густини розподілу зберігає свою позитивність. Використання на практиці наведених аналітичних залежностей значно полегшує вирішення багатьох технічних проблем, пов'язаних з оптимальним синтезом компонентів РЕП.

1. Недоступ Л.А., Кіселичник М.Д., Бобало Ю.Я. Основи надійності радіоелектронних пристроїв. Львів, 1998. 2. Недоступ Л.А. Оптимизация контроля, регулировки и технологической приработки приборов., Львів, 1987. 3. Дружинин Г.В. Надёжность автоматизированых систем. М., 1977. 4. Nedostup L., Lazko O., Bobalo Yu. Modeling of the distribution of product parameters using Gram-Charlier and Edeworth series // Electronics and Electrical Engineering. Каунас, 1999. Сер.Технологія. № 4(22). С.54–57. 5. Оксана Лазько. Моделювання квазінормальних розподілів параметрів пристроїв рядами Грама-Шарльє та Еджворта // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". 1999. № 372. С.86–91. 6. Nedostup L., Lazko O., Bobalo Y. Distribution modeling with Gram-Charlier rows and their usage in Technological CAD // Proceedings of international conference on modern problems of telecommunications, computer science and engineers training. 14-19 February 2000. P.50–51. 7. Лазько О., Недоступ Л., Бобало Ю. Моделювання розподілів рядами Грама-Шарльє та їх використання у технологічних САПР // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". 2000. № 387. С.59–65. 8. Бобало Ю.Я., Капустій Б.О., Мандзій Б.А. Функціональна надійність цифрових пристроїв. Львів, 1997.