

О. А. Бурий, Н. А. Андрущак, О. М. Яремко, С. Б. Убізький
Національний університет “Львівська політехніка”

ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРІЇ ЛІНІЙНОГО ЕЛЕКТРООПТИЧНОГО ЕФЕКТУ В КРИСТАЛАХ $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$

© Бурий О. А., Андрущак Н. А., Яремко О. М., Убізький С. Б., 2016

За методом екстремальних поверхонь визначено глобальний максимум лінійного електрооптичного ефекту в кристалах $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$. Показано, що максимально досяжні наведені значення зміни оптичного шляху для звичайної та незвичайної хвиль становлять 119 та 277 пм/В для довжини хвилі 632.8 нм та кімнатної температури, а глобальний максимум за різницею ходу для хвиль ортогональної поляризації становить 269 пм/В. Ці величини перевищують у ~1.5; 1.7 та 2.3 рази відповідні значення ефекту на прямих зрізах цих кристалів.

Ключові слова: електрооптичний ефект, оптимізація геометрії, глобальний максимум, кристал $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$, екстремальні поверхні.

O. Buryy, N. Andrushchak, O. Yaremko, S. Ubizskii
Lviv Polytechnic National University

GEOMETRY OPTIMIZATION OF LINEAR ELECTRO-OPTIC EFFECT IN $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ CRYSTALS

© Buryy O., Andrushchak N., Yaremko O., Ubizskii S., 2016

The global maxima of linear electro-optic effect are determined for $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ crystal by extreme surfaces method. As it is shown, the maximal achievable values of the reduced optical pathlength changes for the ordinary and extraordinary waves are equal to 119 and 277 pm/V correspondingly for the wavelength of 632.8 nm and room temperature whereas the global maximum of the path difference between the orthogonally polarized waves is equal to 269 pm/V. These maxima are 1.5, 1.7 and 2.3 times higher than the corresponding values for the direct cuts of these crystals.

Key words: electro-optic effect, geometry optimization, global maximum, $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$, extreme surfaces.

Вступ

Електрооптичний (ЕО) ефект, що полягає у зміні оптичної індикатриси кристала під дією електричного поля, широко застосовується в модуляторах, дефлекторах, перетворювачах мод, фільтрах [1, 2]. Ефективність роботи цих приладів залежить від взаємних орієнтацій хвильового вектора світлової хвилі та напруженості прикладеного електричного поля. Завдання знаходження оптимальної геометрії ЕО ефекту полягає у встановленні таких напрямків цих векторів, які б забезпечували максимальну величину зміни оптичного шляху для хвилі певної поляризації або ж максимальне абсолютне значення різниці ходу для хвиль ортогональної поляризації. Така задача розв'язувалася у [3–6], проте представлений аналіз стосувався лише поздовжнього або поперечного ЕО ефекту. Крім того, у [3–5] не брали до уваги зворотного п'єзоелектричного ефекту. Разом із тим,

для анізотропних матеріалів можна очікувати, що максимального ЕО ефекту можна досягнути у геометріях, відмінних від поздовжньої або поперечної [3, 4, 7–10]. Загальний аналіз всіх таких геометрій за методом вказівних поверхонь потребував би побудови дуже великої кількості цих поверхонь. Для усунення цієї складності в цій роботі для розв’язання задачі оптимізації в загальній постановці використовуються поверхні, подібні до вказівних, проте отримувані після проведення додаткової оптимізації за кутами, що визначають напрямок прикладання електричного поля або напрямок походження світлової хвилі. Такий підхід виявився ефективним для оптимізації геометрій акусто- та п’єзооптичної взаємодій у [11–14]. У цій роботі всі розрахунки виконано для кристала $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$, висока радіаційна стійкість якого [15] робить його перспективнішим матеріалом, порівняно із чистим LiNbO_3 , для використання у пристроях керування потужним лазерним випромінюванням.

Основні співвідношення

Як відомо, за лінійного ЕО ефекту зміна компонент тензора діелектричної непроникуваності \hat{h} є прямо пропорційною до напруженості прикладеного електричного поля \vec{E}_l [16]:

$$\begin{pmatrix} \eta_1 - \eta_{10} \\ \eta_2 - \eta_{20} \\ \eta_3 - \eta_{30} \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де h_v та h_{v0} – компоненти тензора діелектричної непроникуваності в присутності та за відсутності електричного поля в шестиіндексних позначеннях (враховуючи симетричність тензора \hat{h} , матимемо $h_1 \equiv h_{11}$, $h_2 \equiv h_{22}$, $h_3 \equiv h_{33}$, $h_4 \equiv h_{23}$, $h_5 \equiv h_{13}$, $h_6 \equiv h_{12}$, де h_{ij} – компоненти тензора діелектричної непроникуваності у тензорному позначенні), r_{ij} – компоненти тензора ЕО ефекту. Використані в розрахунку значення ненульових коефіцієнтів r_{ij} кристала $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ для довжини хвилі випромінювання 632.8 нм та за кімнатної температури становлять: $r_{22} = -r_{12} = -r_{61} = 7.47$, $r_{13} = r_{23} = 10.9$, $r_{33} = 34.3$, $r_{51} = r_{42} = 34.9$ (в одиницях 10^{-12} м/В \equiv пм/В) [17]. Головні показники заломлення на 632.8 нм для $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ дорівнюють $n_o = 2.2841$, $n_e = 2.1994$ [18].

За відомих значень компонент тензора \hat{h} , показники заломлення світла n для довільного напрямку одиничної нормалі до хвильового фронту \vec{k} можна знайти з рівняння [16]:

$$\begin{vmatrix} \eta_{11} - n^{-2} & \eta_{12} & \eta_{13} & k_1 \\ \eta_{12} & \eta_{22} - n^{-2} & \eta_{23} & k_2 \\ \eta_{13} & \eta_{23} & \eta_{33} - n^{-2} & k_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (2)$$

де k_i – компоненти вектора хвильової нормалі \vec{k} . Розв’язками рівняння (2) є:

$$\begin{aligned} n_{i,j}^{-2} = & \frac{1}{2} \left[(\eta_{22} + \eta_{33})k_1^2 + (\eta_{11} + \eta_{33})k_2^2 + (\eta_{11} + \eta_{22})k_3^2 \right] - \eta_{12}k_1k_2 - \eta_{13}k_1k_3 - \eta_{23}k_2k_3 \pm \\ & \sqrt{\frac{1}{4} \left[(\eta_{22} + \eta_{33})k_1^2 + (\eta_{11} + \eta_{33})k_2^2 + (\eta_{11} + \eta_{22})k_3^2 \right] - \eta_{12}k_1k_2 - \eta_{13}k_1k_3 - \eta_{23}k_2k_3}^2 - \\ & \pm \sqrt{-(\eta_{22}\eta_{33} - \eta_{23}^2)k_1^2 - (\eta_{11}\eta_{33} - \eta_{13}^2)k_2^2 - (\eta_{11}\eta_{22} - \eta_{12}^2)k_3^2 - 2(\eta_{13}\eta_{23} - \eta_{12}\eta_{33})k_1k_2 -} \\ & - 2(\eta_{12}\eta_{23} - \eta_{22}\eta_{13})k_1k_3 - 2(\eta_{12}\eta_{13} - \eta_{11}\eta_{23})k_2k_3, \end{aligned} \quad (3)$$

де n_i та n_j – показники заломлення для хвиль ортогональних поляризацій, що поширюються в напрямку \vec{k} (вважатимемо, що знак “+” відповідає n_i^{-2} , а знак “-”, відповідно, n_j^{-2}). За відсутності електричного поля всі недиагональні h_{ij} у (3) дорівнюють нулеві й для одновісного кристала

LiNbO₃:MgO вираз (3) визначає показники заломлення для хвиль незвичайної та звичайної поляризації, при цьому завжди $n_j = n_o$.

Дія на одновісний кристал електричного поля веде до зміни показників заломлення, а отже, і до зміни оптичного шляху для звичайного $\delta\Delta_j$ та незвичайного $\delta\Delta_i$ променів. Ці зміни залежать від взаємної орієнтації світлової хвилі та електричного поля, вони пропорційні до товщини кристала t_k в напрямку поширення електромагнітної хвилі \hat{k} , а також, в першому наближенні, до модуля напруженості $E_1 \equiv \left| \hat{E}_1 \right|$. Для врахування лише геометричного фактора, пов'язаного із напрямками \hat{k} та \hat{E}_1 , для характеристики електроіндукованих змін оптичного шляху використовуватимемо не абсолютні, а приведені зміни оптичного шляху $\delta\Delta'_i$, $\delta\Delta'_j$, що дорівнюють $\delta\Delta_i$ та $\delta\Delta_j$, які поділені на добуток $t_k \cdot E_l$. Із урахуванням зміни товщини кристала за рахунок оберненого п'єзоелектричного ефекту величини приведених різниць ходу для незвичайної та звичайної хвилі становлять [17]:

$$\delta\Delta'_i = E_1^{-1} \left| (n'_i - n_i) + (n_i - n_c) \frac{\delta t_k}{t_k} \right|, \quad (4)$$

$$\delta\Delta'_j = E_1^{-1} \left| (n'_j - n_j) + (n_j - n_c) \frac{\delta t_k}{t_k} \right|, \quad (5)$$

де n_c – показник заломлення середовища, у якому міститься вимірюваний зразок (здебільшого цим середовищем є повітря, для якого приймемо $n_c = 1$). Відносне видовження $\delta t_k / t_k$ кристала в напрямку проходження світлової хвилі \hat{k} внаслідок оберненого п'єзоелектричного ефекту становить [16]

$$\frac{\delta t_k}{t_k} = \hat{\epsilon} \hat{k} = k E_1 \hat{d} k, \quad (6)$$

де $\hat{\epsilon}$ – тензор деформації, \hat{d} – тензор п'єзоелектричних коефіцієнтів, \hat{k} позначає вектор \hat{k} у контраваріантному базисі. Ненульові компоненти тензора п'єзоелектричних коефіцієнтів для LiNbO₃:MgO дорівнюють $d_{22} = -\frac{1}{2} d_{16} = -d_{21} = 19.2$, $d_{31} = d_{32} = 0.40$, $d_{33} = 4.1$, $d_{15} = d_{24} = 66.6$ (в одиницях пм/В) [19].

Відповідно до (4), (5) зміна різниці ходу для променів ортогональних поляризацій під дією прикладеного електричного поля, віднесена до $t_k \cdot E_l$, становить

$$\delta\Delta'_k = \frac{\delta(\Delta n_k t_k)}{t_k E_l} = E_l^{-1} \left| (n'_i - n_i) - (n'_j - n_j) + (n_i - n_j) \frac{\delta t_k}{t_k} \right|. \quad (7)$$

Залежно від призначення пристрою, в якому використовується кристалічний зразок, задача оптимізації геометрії взаємодії може формулюватися відносно зміни оптичного шляху для променя певної поляризації (4), (5) або зміни різниці ходу для променів ортогональних поляризацій (7) відповідно до інтерферометричного або поляризаційно-оптичного способу використання досліджуваного матеріалу. Щоб збільшити загальність представлених результатів як цільових функцій, в оптимізації ми використовували як окремі приведені зміни оптичного шляху $\delta\Delta'_i$, $\delta\Delta'_j$, так і приведену зміну різниці ходу $\delta\Delta'_k$.

Пошук максимальних значень цільової функції у вигляді (4), (5) або (7) можна здійснити за допомогою методу, аналогічного до запропонованого у [11], що оснований на побудові спеціального типу поверхонь (“екстремальних”). Такі поверхні представляють всі можливі максимуми досліджуваного ефекту для всіх напрямків вхідного сигналу або, альтернативно, для всіх напрямків прикладання керуючого поля. Інакше кажучи, екстремальну поверхню для ЕО

взаємодії можна побудувати двома еквівалентними способами залежно від того, компоненти якого вектора (\mathbf{k} чи \mathbf{E}_1) вважаються змінними в процесі оптимізаційної процедури. Відповідно, надалі поверхнею хвильового вектора називатимемо поверхню, під час побудови якої кути сферичної системи координат \mathbf{q}, \mathbf{j} , що задають напрямки радіус-векторів від центра координат до точок на поверхні, збігаються з кутами $\mathbf{q}_k, \mathbf{j}_k$ напрямку нормалі до хвильового фронту, а кутами, за якими здійснюється оптимізація (параметрами оптимізації) $\mathbf{q}_p, \mathbf{j}_p$ є кути, що визначають напрямок вектора напруженості електричного поля $\mathbf{q}_l, \mathbf{j}_l$. Навпаки, якщо $\mathbf{q} = \mathbf{q}_l, \mathbf{j} = \mathbf{j}_l$, а $\mathbf{q}_p = \mathbf{q}_k, \mathbf{j}_p = \mathbf{j}_k$, то таку поверхню називатимемо поверхнею електричної напруженості. Вочевидь, максимальні значення цільових функцій для обох поверхонь мають бути однаковими, тобто для розв'язання задачі оптимізації достатньо побудови лише одного типу поверхонь. Пошук глобального максимуму здійснювався в області значень кутів $\mathbf{q}_p \in [0; \pi], \mathbf{j}_p \in [0; 2\pi]$ за методом Левенберга–Марквардта [20].

Аналіз результатів

На рис. 1–3 наведено екстремальні поверхні хвильового вектора (а) та напруженості електричного поля (б) для цільових функцій $\delta\Delta'_i, \delta\Delta'_j$ та $\delta\Delta'_k$ відповідно. Отримані в результаті оптимізації максимальні значення цих функцій, а також кути $\mathbf{q}_k, \mathbf{j}_k, \mathbf{q}_l, \mathbf{j}_l$; за яких вони реалізуються, наведено у табл. 1. Всі зазначені величини кутів відповідають лише одному з максимумів, вибраному в I чи II квадранті; положення інших легко отримати, застосовуючи операції, що властиві класу симетрії $\bar{3}m$. Як і треба очікувати, аналіз поверхонь різних типів (хвильового вектора та електричного поля) для однієї і тієї самої цільової функції веде до тотожних результатів. З наведених даних випливає, що максимумами $\delta\Delta'_i, \delta\Delta'_j$ та $\delta\Delta'_k$ реалізуються у неортогональних геометріях: кут між напрямками хвильового вектора та напруженістю електричного поля $\delta\theta$ (див. табл. 1), що відповідає максимумам $\delta\Delta'_i, \delta\Delta'_j, \delta\Delta'_k$ становить близько $73^\circ, 68^\circ$ та 60° відповідно. Порівняння цих результатів із даними, отримуваними в поздовжній або поперечній геометріях (на прямих зрізах), вказує на те, що використання таких оптимальних косих геометрій дає змогу збільшити ефект в ~ 1.5 разу для $\delta\Delta'_i$, у 1.7 разу для $\delta\Delta'_j$ та у 2.3 разу для $\delta\Delta'_k$.

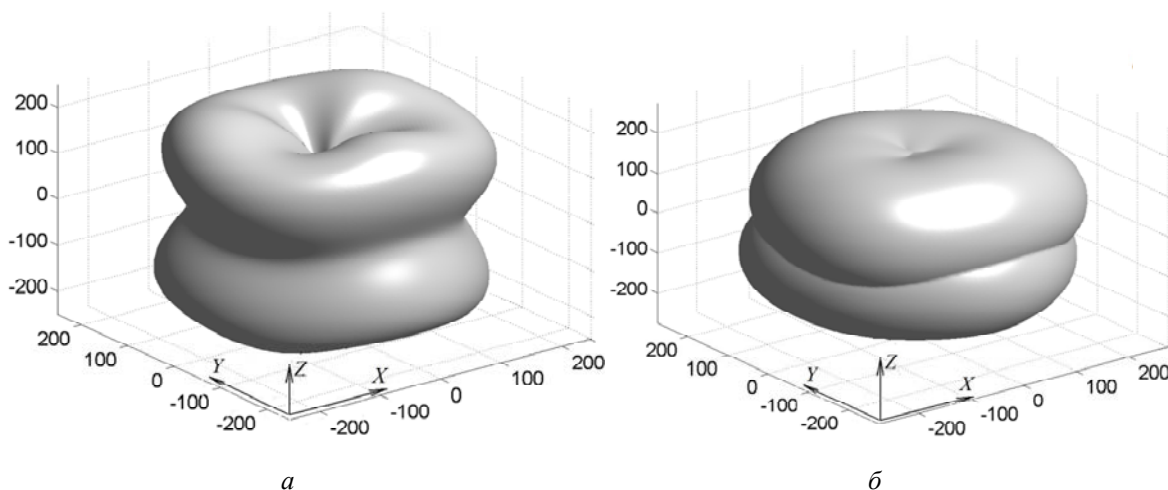


Рис. 1. Екстремальні поверхні хвильового вектора (а) та електричної напруженості (б) (в од. пм/В) лінійного ЕО ефекту для індукованих змін оптичного шляху незвичайної хвилі $\delta\Delta'_i$ у кристалі $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$

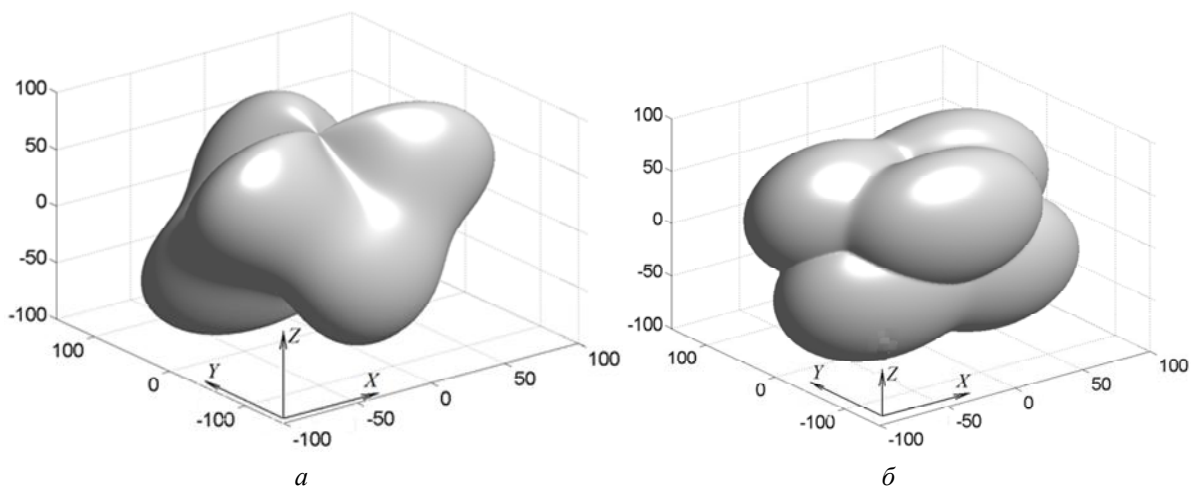


Рис. 2. Екстремальні поверхні хвильового вектора (а) та електричної напруженості (б) (в од. пм/В) лінійного ЕО ефекту для індукованих змін оптичного шляху звичайної хвилі $\delta\Delta'_j$ у кристалі $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$

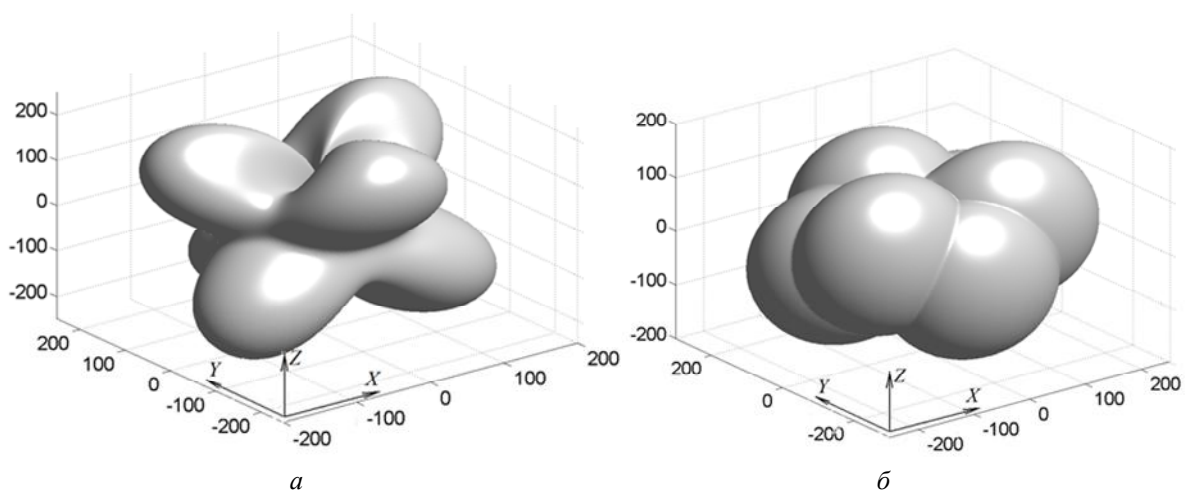


Рис. 3. Екстремальні поверхні хвильового вектора (а) та електричної напруженості (б) (в од. пм/В) лінійного ЕО ефекту для індукованих змін різниці ходу $\delta\Delta'_k$ у кристалі $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$

Таблиця 1

Абсолютні значення та кутові параметри глобальних максимумів ЕО ефекту для різних цільових функцій у кристалах $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$

Цільова функція	Світлова хвиля				Напрямок прикладання електричного поля		dq , град	Значення глобального максимуму, пм/В
	Напрямок поширення		Напрямок поляризації		q_b , град	j_b , град		
	q_k , град	j_k , град	q_i , град	j_i , град				
$\delta\Delta'_i$	43	30	133	30	116	30	73	277
$\delta\Delta'_j$	54	90	90	0	122	90	68	119
$\delta\Delta'_k$	42	30	132 (e), 90(o)	30 (e), 120(o)	102	30	60	269

Щоб оцінити залежність величини глобального максимуму від довжини хвилі, розраховували зміни оптичного шляху $\delta\Delta'_i$, $\delta\Delta'_j$ та різниці ходу $\delta\Delta'_k$ в спектральному діапазоні 370–700 нм на

основі дисперсійних залежностей із роботи [21]. Як показують розрахунки, у разі зміни довжини хвилі випромінювання в зазначеному інтервалі форма екстремальних поверхонь зберігається, значення кутів q_k, j_k, q_l, j_l , за яких індукована різниця ходу максимальна, також залишаються практично незмінними. Самі максимальні значення змін оптичного шляху та різниці ходу зменшуються (рис. 4) відповідно до зменшення головних показників заломлення n_o, n_e та подвійного променезаломлення $n_o - n_e$ кристала $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ за збільшення l . Загалом зменшення глобального максимуму ЕО ефекту в разі збільшення l від 370 до 700 нм становить $\sim 22\%$ для $\delta\Delta'_i$, $\sim 20\%$ для $\delta\Delta'_j$ та $\sim 23\%$ для $\delta\Delta'_k$ від відповідних значень за 370 нм.

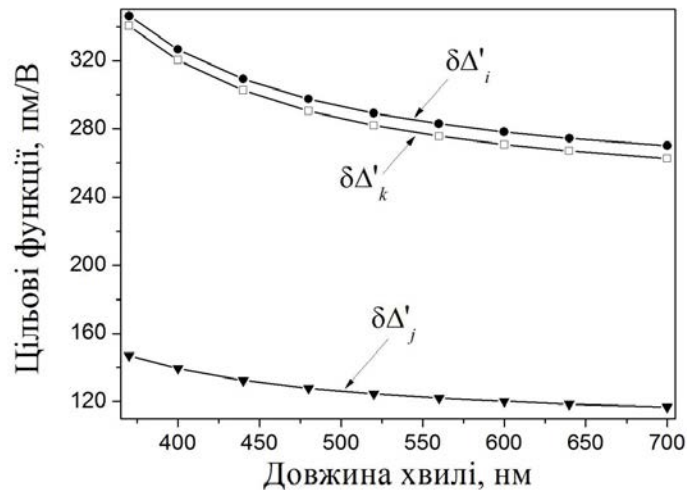


Рис. 4. Залежності максимальних значень приведених індукованих змін оптичного шляху $\delta\Delta'_i$, $\delta\Delta'_j$ та різниці ходу $\delta\Delta'_k$ для лінійного ЕО ефекту в кристалі $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ від довжини хвилі випромінювання

Висновки

На прикладі кристала $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ запропоновано загальний, придатний для кристалів всіх класів симетрії, метод оптимізації геометрії електрооптичного ефекту, що базується на побудові екстремальних поверхонь. Як цільові функції під час оптимізації розглядалися індуковані зміни оптичного шляху для звичайної та незвичайної хвиль, а також індукована різниця ходу для хвиль ортогональної поляризації, приведені до одиничних напруженості електричного поля та довжини кристала в напрямку проходження світлової хвилі. Як параметри оптимізації використовувалися кути, що визначають напрямок хвильового вектора світлової хвилі або, в іншому варіанті аналізу, напрямок вектора напруженості електричного поля. Показано, що максимально досягне значення приведених індукованих змін оптичного шляху для незвичайної хвилі становить $\delta\Delta'_{i \max} = 277$ пм/В, для звичайної хвилі – $\delta\Delta'_{j \max} = 119$ пм/В, максимально досягне значення зміни різниці ходу – $\delta\Delta'_{k \max} = 269$ пм/В, що перевищує максимальні значення на прямих зрізах кристалів $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ у $\sim 1.5, 1.7$ та 2.3 рази відповідно. Зі збільшенням довжини хвилі випромінювання в межах від 370 нм до 700 нм форма екстремальних поверхонь та глобальні максимуми лінійного електрооптичного ефекту залишаються практично незмінними, а максимальні значення приведених змін оптичного шляху та різниці ходу зменшуються на 20–23% відповідно до зменшення показників заломлення та подвійного променезаломлення кристала.

Дослідження проведено за підтримки Міністерства освіти і науки України в межах проектів ДБ/Анізотропія (номер держреєстрації 0116U004136), ДБ/ЕМША (номер держреєстрації 0116U004134) та спільного українсько-індійського проекту М/120 – 2015 (номер держреєстрації 0215U002485).

1. Yariv A., Yeh P. *Optical waves in crystals*. Wiley, 2002. 604 p. 2. Davis C.C. *Lasers and Electro-optics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 868 p. 3. Demyanyshyn N. M., Mytsyk B. G.,

Andrushchak A. S. and Yurkevych O. V. Anisotropy of the Electro-Optics Effect in Magnesium-Doped LiNbO_3 Crystals // *Cryst. Reports*. 2009. Vol. 54. P. 306–312. 4. Гусин Б. В. Оптимальная ориентация кристаллов при использовании линейного электрооптического эффекта для модуляции света // *Кристаллография*. 1971. Т. 1. С. 151–157. 5. Блистанов А. А., Переломова Н. В., Чирков Л. Е., Шкутин В. А. Анизотропия линейного электрооптического эффекта в кристаллах тригональной сингонии // *Кристаллография*. 1979. Т. 24. С. 501–507. 6. Andrushchak A. S., Mytsyk B. G., Demyanyshyn N. M., Kaidan M. V., Yurkevych O. V., Dumych S. S., Kityk A. V., Schranz W. Spatial anisotropy of linear electro-optic effect in crystal materials: II. Indicative surfaces as efficient tool for electro-optic coupling optimization in LiNbO_3 // *Opt. Las. Eng.* 2009. Vol. 47. P. 24–30. 7. Hevia V., Virgos J. M. The rank and anisotropy of antracites: the indicating surface of reflectivity in uniaxial and biaxial substances // *J. Microscopy*. 1977. Vol. 109. P. 23–28. 8. Slivka A. G., Kedyulich V. M., Guyvan H. M. External field effect on the anisotropy of dielectric permeability of KH_2PO_4 and $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ crystals under high pressure // *Condens. Matter Phys.* 2008. Vol. 11. P. 571–581. 9. Wang J., Han Q., Ning J., Zhang W., He Y. Analysis of integrated acousto-optic modulators fabricated on 128-deg-rotated Y-cut X-propagation LiNbO_3 // *Opt. Eng.* 2012. Vol. 51. 074602 (4 pages). 10. Han P., Yan W., Tian J., Huang X., Pan H. Cut directions for the optimization of piezoelectric coefficients of lead magnesium niobate–lead titanate ferroelectric crystals // *Appl. Phys. Lett.* 2005. V. 86. 052902. 11. Buryy O. A., Andrushchak A. S., Kushnir O. S., Ubizskii S. B., Vynnyk D. M., Yurkevych O. V., Larchenko A. V., Chaban K. O., Gotra O. Z., Kityk A. V. Method of extreme surfaces for optimizing geometry of acousto-optic interactions in crystalline materials: Example of LiNbO_3 crystals // *J. Appl. Phys.* 2013. Vol. 113. 083103. 12. Buryy O., Demyanyshyn N., Mytsyk B., Andrushchak A. Optimizing the piezo-optic interaction geometry in SrB_4O_7 crystals // *Optica Applicata*. 2016, accepted for publication. 13. Pfeiffer J. B., Wagner K. H. Acousto-optic figure of merit search // *Physics Procedia*. 2015. Vol. 70, P. 762–765. 14. Ahmad A. K., Majeed M. F. Calculation of acousto-optic figure of merit for some of oxide crystals // *International Journal of Optics and Applications*. 2016. Vol. 6. P. 1–6. 15. Arizmendi L. Photonic applications of lithium niobate crystals // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 2004. Vol. 201. P. 253–283. 16. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975. 680 с. 17. Andrushchak A. S., Mytsyk B. G., Demyanyshyn N. M., Kaidan M. V., Yurkevych O. V., Dumych S. S., Kityk A. V., Schranz W. Spatial anisotropy of linear electro-optic effect in crystal materials: I. Experimental determination of electro-optic tensor in LiNbO_3 by means of interferometric technique // *Opt. Las. Eng.* 2009. Vol. 47. P. 31–38. 18. Andrushchak A. S., Tybinka B. V., Ostrovskij I. P., Schranz W., Kityk A. V. Automated interferometric technique for express analysis of the refractive indices in isotropic and anisotropic optical materials // *Opt Las. Eng.* 2008. Vol. 46: P. 162–16. 19. Andrushchak A. S., Mytsyk B. G., Laba H. P., Yurkevych O. V., Solskii I. M., Kityk A. V., Sahraoui B. Complete sets of elastic and photoelastic constants of pure and MgO doped lithium niobate crystals at room temperature // *J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 106. 073510. 20. Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. *Numerical Recipes in Pascal. The Art of Scientific Computing*. – Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 781 p. 21. Sugak D. Yu., Matkovskii A. O., Solskii I. M., Kopko B. M., Oliinyk V. Ya., Stefanskii I. V., Gaba V. M., Grabovskii V. V., Zaritskii I. M., Rakitina L. G. Growth and optical properties of $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$ single crystals // *Cryst. Res. Technol.* 1997. V. 32. P. 805–811.