

## РОЗРАХУНОК КОНСОЛЬНИХ ТРИШАРОВИХ ПЛАСТИН З НЕЗАВАНТАЖЕНОЮ ДІЛЯНКОЮ З БОКУ ВІЛЬНОГО КІНЦЯ

© Ткаченко П.А., Шиндер В.К., 2006

Описано спосіб визначення впливу наявності вільної від навантаження ділянки тришарової пластини, закріпленої по консольній схемі на поперечний згин завантаженої частини. Розрахунок ґрунтується на теорії розрахунку складених стрижнів.

The methods of determination of influence of free from load area of three-layered plate fixed using the cantilever scheme on transversal bend of loaded area has been described. Calculations are based on theory of calculation of assembled rods.

### Постановка проблеми

Поперечний згин тришарових пластин з середнім шаром з маложорсткого матеріалу товщиною, значно більшою за товщину зовнішніх шарів  $h \gg \delta_1, \delta_2$ , характеризується значними зсувними деформаціями. Деформації зсуву, пропорційні до товщини середнього шару і обернено пропорційні до його жорсткості (за розрахунку однорідних стрижнів або пластин зсувними деформаціями нехтують).

Розглядається розрахунок тришарових пластин зацмєлєних одним кінцем, завантажєних довільним поперечним навантаженням на ділянці з боку зацмєленої опори і з незавантажєною ділянкою з боку вільного кінця (рис. 1) Вільна від навантаження частина пластини на ділянці завдовжки  $l_1$  під впливом завантажєної частини також зазнає зсувних деформацій, і тим самим чинить опір деформаціям завантажєної частини. Отже, напружено-деформаційний стан ділянки  $l_2$  пластини на рис. 1 відрізняється від напружено-деформаційного стану пластини, зображеної на рис. 2.

### Мета та постановка задачі

Розробити методикє розрахунку тришарових пластин, закріплєних по консольній схемі з врахуванням впливу незавантажєної частини на деформативність та напружений стан всієї пластини.

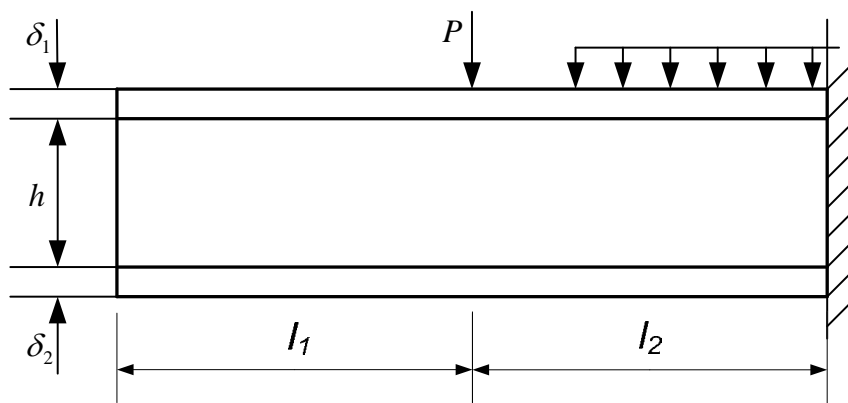


Рис. 1. Пластїна з вільною від навантаження ділянкою

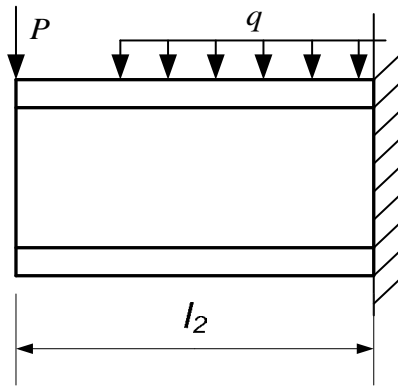


Рис. 2. Пластина завантажена по всій довжині

### Розв'язання задачі

Для розрахунку пластини, зображеної на рис. 1, скористаємося диференціальним рівнянням поперечного згину складених стрижнів для двох пластин з середнім шаром<sup>1</sup>:

$$T'' \frac{h}{G} = \gamma \cdot T + \Delta,$$

де  $T$  – сумарне зсувне зусилля, що накопичується по довжині пластини від її початку до перетину, що розглядається:

$$T = \int_0^x \tau dx,$$

$h$  – висота середнього шару пластини;  $G$  – модуль зсуву матеріалу середнього шару;

$$\gamma = \frac{1}{E_1 \delta_1} + \frac{1}{E_2 \delta_2} + \frac{h^2}{\sum EI};$$

$$\Delta = -\frac{N_1^0}{E_1 \delta_1} + \frac{N_2^0}{E_2 \delta_2} - \frac{M_0 h}{\sum EI}.$$

Розв'язком такого рівняння буде

$$T = c_1 sh \lambda x + c_2 ch \lambda x + \frac{G}{h \lambda} \int_0^x \Delta(t) sh \lambda (x-t) dt;$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{G}{h} \left( \frac{1}{E_1 \delta_1} + \frac{1}{E_2 \delta_2} + \frac{1}{\sum EI} \right)}.$$

Для спрощення викладок приймемо для схеми рис. 1  $q=0$ . Тоді на ділянці  $l_2$   $M_0(x) = 0$ , на ділянці  $l_1$  за умови  $M_0(x) = -px$  за умови  $\delta_1, \delta_2 \ll h$ :

$$M_T = -T_1 u - T_2 v, \quad M = M_0 + M_T,$$

$$u + v = h.$$

На вільному кінці пластини  $x=0$ ,  $T=0$ ,  $c_2=0$ . При  $x=l_1+l_2$ ,  $T=N_2$ :

$$c_1 = \frac{1}{sh \lambda l} \left( \frac{G}{h \lambda} \int_0^1 \Delta t sh(l-t) dt - N_2 \right).$$

<sup>1</sup> Ржаницин А.Р. Строительная механика. – М.: Высш. шк., 1982. – С. 150–164.

Тоді

$$T = \frac{\Delta}{\gamma} \left( \frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} sh\lambda x + ch\lambda x - 1 \right);$$
$$\tau_x = T' = \frac{\Delta\lambda}{\gamma} \left( \frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} ch\lambda x + sh\lambda x \right).$$

Використовуючи наведені вирази, обчислюємо дотичні і нормальні напруження в усіх точках пластини.

### Висновок

Результати розрахунку описаних пластин показують, що пластини з незавантаженою ділянкою є жорсткішими, ніж звичайні. При  $l_1 = l_2$  прогин пластини є під силою, на 20 % меншою в пластинах з незавантаженою ділянкою.

УДК 539-3; 620.0.12

В.К. Шиндер, П.А. Ткаченко, С.І. Томецька  
Національний університет "Львівська політехніка"

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ВЗАЄМОДІЇ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ПОЛІВ

© Шиндер В.К., Ткаченко П.А., Томецька С.І., 2006

Викладено основні положення загального математичного підходу та алгоритм розв'язку двовимірних задач квазістатичної термопружності. Застосування апарата аналітичних функцій узагальненої комплексної змінної дало можливість отримати прості аналітичні співвідношення для визначення працездатності пластинчастих конструкцій із технологічними вирізами та включеннями із врахуваннями взаємодії фізико-механічних полів.

Basic principles of general mathematical approach and algorithm of solving two-dimensional problems of quasi-static thermoelasticity are revealed. The usage of apparatus of analytical functions of generalazied complex variable gave the possibility to get simple analytical correlations for designation of efficiency of lamellar constructions with consideration of interaction of physico-mathematical fields.

### Проблема та її аналіз

Актуальним питанням теорії та практики будівництва сьогодні є проблема впливу фізико-механічних полів на міцність споруд та будівельних конструкцій. Аналіз чинників, які призводять до передчасного їх руйнування, показав, що фізико-механічні поля та їх взаємодія істотно впливають на розподіл механічних напружень і ними не можна нехтувати під час проектування будівельних конструкцій та споруд. Зв'язаність механічних і електричних полів та анізотропія будівельних матеріалів, зокрема бетону, вносять додаткові труднощі до аналізу граничних задач електропружності. Підвищується порядок диференціальних рівнянь для польових величин, механічні та електричні граничні умови, як правило, не розділяються, що необхідно для розгляду складних граничних задач математичної фізики. Поблизу неоднорідностей (технологічних вирізів та включень) зустрічаються великі градієнти механічних та електричних польових величин, що викликає концентрацію механічних напружень і електричного поля, а це призводить до руйнування і насамперед в цих зонах. Тому актуальним є не тільки одержання формального математичного розв'язку, але і розробка методу, який