то отримуємо можливість швидкого і корисного пошуку в графічних об’єктах за змістом та з подальшим аналізом знайдених даних.

1. Alji Maow, Adam Nowosielski. Extraction methods in the process of image searching. – Szczecin University of Technology. – 8 с. http://fccs.wshe.lodz.pl 2. Форсайт Д., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход. – Нью-Йорк: Вильямс, 2004. – 928 с. 3. Вежбицкая А. Семантика грамматики. – М.: РАН, Институт научной информации по общественным наукам, 1992. – 588 с. 4. Когаловский М.Р. Стандарты XML и электронные библиотеки // Электронные библиотеки. – 2003. – Т. 6, вып. 2. – 5 с., http://www.elbib.ru

УДК 531.36+534

І. Дронюк, М. Назаркевич
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

МОДЕЛІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ АТЕВ-ФУНКЦІЙ В ТРИГОНОМЕТРИЧНИЙ РЯД ФУР’Є

Описано математичні моделі для Ateb-функцій, за якими можна отримати точні розв’язки для деяких класів нелінійних систем диференційних рівнянь. Розглядаються моделі перетворення періодичних Ateb-функцій в ряд Фур’є. Досліджено часткові випадки.

Described mathematical models for Ateb-functions which allow to obtain the exact upshots for some classes of the nonlinear systems of differential equalizations. The models of transformation of periodic Ateb-functions in the Fourier row are examined. Partial cases are explored.

Вступ

Диференціальні рівняння широко застосовують у багатьох галузях науки і техніки, зокрема для дослідження кількості атомів речовини під час її радіоактивного розпаду, поведінки ідеального гармонічного осцилятора, складних коливань у нелінійних системах та середовищах (нелінійні оптичні резонатори, лазерні пристрої та ін.). Використовуючи методику складання диференціальних рівнянь, можна скласти рівняння для будь-якого елемента автоматичної системи управління. Розв’язуючи ці рівняння, можна досліджувати динамічні і статичні властивості елементів системи. Під час розгляду як динамічних, так і статичних процесів у складних нелінійних системах з’ясовано, що ефекти від дії малих збурень можуть накопичуватися і впливати на стійкість систем [1, 2].

Нелінійні системи диференціальних рівнянь, які використовують для опису поведінки елементів системи, можна розв’язати класичним методом або за допомогою математичного апарату Ateb-функцій [3]. Розклади у ряд Фур’є застосовують під час моделювання складних систем, що мають періодичні коливання. З метою моделювання та розрахунків поведінки складних систем у цій роботі виведено формули перетворення періодичних Ateb-функцій в ряд Фур’є. Запропоновані формули застосовують у комп’ютерному моделюванні.

Ateb-функції як математичний апарат для моделювання нелінійних систем

Розглянемо питання розкладу добутку степеневих періодичних Ateb-функцій. Розглянемо функцію *f(g)* у вигляді

$$f(g) = Ca(m,n,g)^{s_1} \cdot Sa(n,m,g)^{s_2}, \tag{1}$$

де $Ca(m,n,g)$ – *Ateb*–косинус і $Sa(n,m,g)$ - *Ateb*–синус. Розкладемо *f(g)* в тригонометричний ряд Фур'є на проміжку $\left[-\Pi(m,n), \Pi(m,n)\right]$ відносно змінної g. Вважаємо, що показники степеней s_1 і s_2 такі, що функція f(g) неперервна і не має екстремумів на заданому інтервалі. Тоді ряд Фур'є для такої функції збігається на всьому проміжку [4, 5].

Введемо такі позначення

$$g_1 = \frac{\Pi(m,n)}{2} - \frac{m+1}{2} \cdot \int_0^u \frac{d\bar{u}}{(1-\bar{u}^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}}, \quad 1 \ge u \ge -1; \tag{2}$$

$$g_2 = \frac{3\Pi(m,n)}{2} + \frac{m+1}{2} \cdot \int_0^u \frac{d\bar{u}}{(1-\bar{u}^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}}, \quad -1 \le u \le 1, \tag{3}$$

де g_1 відповідає *Ateb*–косинусу, а g_2 - *Ateb*–синусу.

Розклад в ряд Фур'є для функції *f(g)* матиме вигляд

$$f(g) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)} + b_k \sin\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)} \right], \tag{4}$$

де

$$a_k = \frac{1}{\Pi(m,n)} \cdot \int_{-\Pi}^{\Pi} f(g) \cdot \cos\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)} dg; \tag{5}$$

$$b_k = \frac{1}{\Pi(m,n)} \cdot \int_{-\Pi}^{\Pi} f(g) \cdot \sin\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)} dg. \tag{6}$$

Замінивши змінні в інтегралах (5) та (6), за формулами (2) та (3), вирази для коефіцієнтів a_k та b_k запишуться

$$a_k = \pm \frac{m+1}{2\Pi(m,n)} \int_{-1}^{1} \frac{f(g)}{(1-u^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}} \cdot \left[\cos\frac{k\pi g_2}{\Pi(m,n)} \pm \cos\frac{k\pi g_1}{\Pi(m,n)} \right] du \tag{7}$$

$$b_k = \pm \frac{m+1}{2\Pi(m,n)} \int_{-1}^{1} \frac{f(g)}{(1-u^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}} \cdot \left[\sin\frac{k\pi g_2}{\Pi(m,n)} \pm \sin\frac{k\pi g_1}{\Pi(m,n)} \right] du \tag{8}$$

Верхній знак у виразах (7), (8) необхідно брати, коли $s_2 = 0$ і парне, нижній, – коли s_2 непарне.

Якщо в виразах (7) та (8) перетворити суму і різницю тригонометричних функцій на добуток, то для практичного використання виділимо коефіцієнти розкладу Фур'є $I_1(s_1, s_2)$ і $I_2(s_1, s_2)$ у вигляді

$$I_1^{(k)}(s_1, s_2) = \int_0^1 u^{s_1} (1-u^{m+1})^{\frac{s_2-n}{n+1}} \cdot \sin\left[\frac{k\pi(m+1)}{2\Pi(m,n)} \cdot \int_0^u \frac{d\bar{u}}{(1-\bar{u}^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}} \right] du, \tag{9}$$

$$I_2^{(k)}(s_1, s_2) = \int_0^1 u^{s_1}(1-u^{m+1})^{\frac{s_2-n}{n+1}} \cdot \cos\left[\frac{k\pi(m+1)}{2\Pi(m,n)} \cdot \int_0^u \frac{d\bar{u}}{(1-\bar{u}^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}}\right] du, \qquad (10)$$

Інтеграли (9) та (10) будуть збіжними, якщо за ознакою Коші виконуватиметься умова

$$|s_1| + |s_2| > -\frac{1}{2}$$

Оскільки s_1 та s_2 дійсні числа, то вирази (9), (10) будуть завжди збіжними.

Часткові випадки перетворення періодичних Ateb-функцій в тригонометричний ряд Фур'є

Оскільки тригонометричні ряди Фур'є для Ateb-функцій мають достатньо складну форму, для практичного затосування в багатьох випадках достатньо обмежитись частковими випадками. Розглянемо такі часткові випадки.

1. s_1 – парне і нуль та s_2 – парне і нуль

$$f(g) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(1)} \cos\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)}; \qquad (11)$$

$$a_k^{(1)} = (-1)^k \cdot \frac{2(m+1)}{\Pi(m,n)} \cdot \cos\left(\frac{k\pi}{2} \cdot I_2^{(k)}(s_1, s_2)\right);$$

$$b_k^{(1)} = 0;$$

2. s_1 – непарне та s_2 – парне і нуль

$$f(g) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(2)} \cos\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)}; \qquad (12)$$

$$a_k^{(2)} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{2(m+1)}{\Pi(m,n)} \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{2} \cdot I_1^{(k)}(s_1, s_2)\right);$$

$$b_k^{(2)} = 0;$$

3. s_1 – парне і нуль та s_2 – непарне

$$f(g) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^{(1)} \sin\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)}; \qquad (13)$$

$$a_k^{(1)} = 0;$$

$$b_k^{(1)} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{2(m+1)}{\Pi(m,n)} \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{2} \cdot I_2^{(k)}(s_1, s_2)\right);$$

4. s_1 – непарне та s_2 – непарне

$$f(g) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^{(2)} \sin\frac{k\pi g}{\Pi(m,n)}; \qquad (14)$$

$$a_k^{(2)} = 0;$$

$$b_k^{(2)} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{2(m+1)}{\Pi(m,n)} \cdot \cos\left(\frac{k\pi}{2} \cdot I_1^{(k)}(s_1, s_2)\right).$$

Комплексна форма ряду Фур'є для Ateb-функцій

У багатьох випадках зручно використовувати комплексне подання функцій. Для виразу (4) запишемо комплексну форму для ряду Фур'є

$$f(g)=\sum_{-\infty}^{\infty} c_k \cdot e^{\frac{ikg}{\Pi(m,n)}}, \tag{15}$$

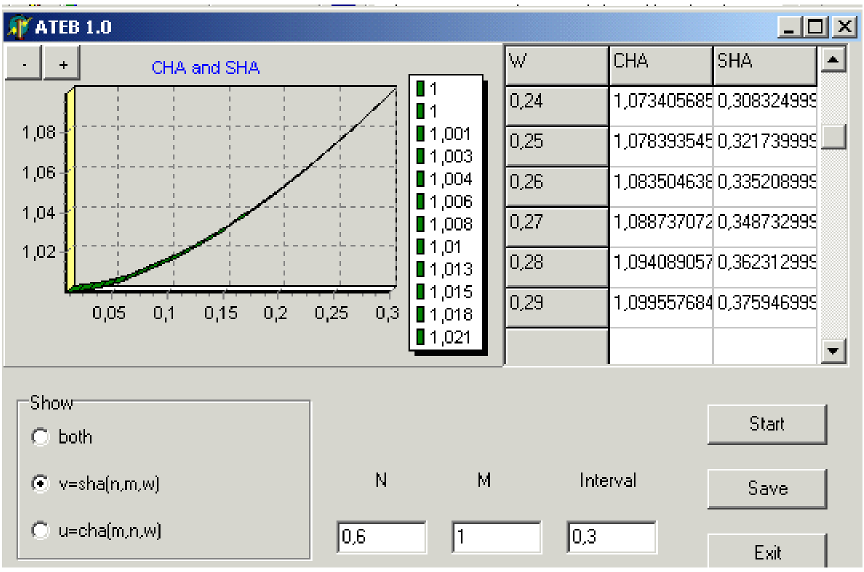
де

$$c_0=\frac{a_0}{2}, \qquad c_k=\frac{a_k-ib_k}{2}, \qquad c_{-k}=\frac{a_k+ib_k}{2}, (k=1,2,3,\ldots).$$

Необхідно відзначити, що в алгебраїчному виді коефіцієнтів a_k і b_k розклад Ateb-функцій $f(g)$ в ряд Фур'є отримати досить складно, за винятком випадку $m=n=1$.

Комп'ютерне моделювання Ateb-функцій

Записані у цій роботі формули (11)–(14) можна використати для комп'ютерного моделювання періодичних *Ateb*-функцій (рисунок).



Комп'ютерне моделювання періодичних Ateb-функцій

З появою нових інформаційних технологій та сучасних обчислювальних машин з'явилась можливість нових застосувань теорії періодичних Ateb-функцій [6,7]. У технічних системах, де існують поздовжні та поперечні коливання одновимірних тіл, які рухаються з постійною чи змінною швидкістю, можуть виникати резонансні стани, що може привести до катастрофічних явищ. Тому актуальною є проблема опису руху таких систем та моделювання резонансних явищ з врахуванням нелінійностей. Важливою є задача керування такими системами з метою діагностики та прогнозування їхньої поведінки.

Висновки

1. Математичний апарат Ateb-функцій дає змогу отримати точні розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь із степеневою нелінійністю.
2. Виведено формули перетворення добутку періодичних степеневих Ateb-функцій в ряд Фур'є.
3. Проаналізовано часткові випадки перетворення періодичних Ateb-функцій в тригонометричний ряд Фур'є.
4. Наведено комп'ютерні моделі Ateb-функцій.

1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 503 с. 2. Сокіл Б.І. Про асимптотичні наближення розв'язку для одного нелінійного неавтономного рівняння // Укр. мат. журн. – 1997. – 49, № 11, – С. 1580–1583.

3. Возний А.М. Застосування Ateb-функцій для побудови розв'язку одного класу істотно нелінійних диференціальних рівнянь // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1970. – № 9. – С. 971–974. 4. Сеник П.М. Обращение неполной Beta – функции // Укр. мат. журн. – 1969. – Т. 21, № 3. – С. 325–333. 5. Сеник П.М. Про Ateb-функції // Докл. АН УРСР. Сер. А. – 1968. – № 1. – С. 23–27. 6. Грицик В.В., Назаркевич М.А. Дослідження періодичних Ateb – функцій у математичному моделюванні // Інтелектуальні системи прийняття рішень та прикладні аспекти інформаційних технологій, 18–21 травня 2005. Євпаторія. – С. 142–145. 7. Дронюк І.М., Назаркевич М.А. Розробка програмного пакету для здійснення моделювання нелінійних коливних систем // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 2005. – № 543. – С. 184–188.

УДК 621.391.331

А. Нога*, Л. Сікора
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматизованих систем управління
* Центр стратегічних досліджень екобіотехнічних систем

МОДЕЛІ ПЛАНУВАННЯ ЦІЛЕОРІЄНТОВАНИХ ДІЙ ТА СТРАТЕГІЇ ОПЕРАЦІЙНОГО УПРАВЛІННЯ ІАСУ В УМОВАХ ЗАГРОЗ

Розглянуто способи подання задач управління в ІАСУ та стратегії операційного управління ІАСУ в умовах нормальних і надзвичайних ситуацій в технологічних виробничих системах і господарських комплексах. Області використання моделей при організаційному управлінні. Проблема інтеграції оператора в структуру ІАСУ і в процеси управління, координації в них.

Ways of representation of problems of management in in Intellectual management control systems and strategy of operational management by in Intellectual management control systems in conditions of normal and extreme situations in technological industrial systems and economic complexes are considered. Areas of use of models at organizational management. A problem of integration of the operator in structure of in Intellectual management control systems and in managerial processes, coordination in them.

Вступ

Оперативне управління командами в умовах нормальних і надзвичайних ситуацій у технологічних виробничих системах і господарських комплексах, у випадку природних катастроф ґрунтується на оперативному плануванні і супервізорному синхронному керуванні всіма компонентами системи та людським колективом, а також неорганізованими масами людей, які опинились у критичній ситуації [1–3].

Найважливішим елементом [1] керування такими інтегрованими об'єктами є забезпечення тактичного рівня із стратегічним для прийняття як операційних рішень, так і на циклі термінального часу.

Аналіз проблеми

Формалізований опис системи повинен будуватись з використанням однотипного математичного апарату (графи, дослідження операцій, теорія ігор та прийняття рішень), а для його стикування застосовувати зв'язуючі оптимізаційні алгоритми. Деякі моделі розв'язання цієї проблеми розглянуто для систем імітаційного моделювання GPSS [6].