

кріплена оболонка, в якій крайні циліндричні ділянки спряжені кінчною оболонкою з відношенням діаметрів і довжин ділянок 1,5 і 1,4:1,6:1 відповідно (рис. 2, а). Раціональний проект штанги (без підкріплень) з шириною захвату 12 м становить видовжена східчаста циліндрична оболонка із внутрішніми діаметрами 150, 150, 50 мм і товщинами стінок оболонок 6, 3, 3 мм (рис. 2, б). Одержані результати можна використати як рекомендації в галузевих стандартах для проектування стрижневих конструкцій із композиційних матеріалів.

1. А.с. СССР №1117031 МКИ А 01 М 7/00. Штанга опрыскивателя / Б.Л. Пелех, О.П. Тушицкий, Т.И. Рыбак, И.Н. Преображенский, М.И. Незбрицкий, С.Д. Шеруда, И.С. Козут // Открытия. Изобретения.– 1984.– №37.– С.12. 2. Тушицкий О.П., Рыбак Т.И. Функционально-несущие элементы конструкций из композиционных материалов для штанговых опрыскивателей сельхозмашин.– К.: Общество "Знание" УССР, 1983.– 16с. 3. Козут І., Марчук М. Застосування армованих полімерів у конструкціях штанг обприскувачів // Машинознавство.– 2006.– №1.– С.33–37. 4. А.с. СССР №1419651 МКИ А 01 М 7/00. Штанга опрыскивателя / Б.Л. Пелех, М.В. Марчук, И.С. Козут, М.И. Незбрицкий, С.Д. Шеруда, С.А. Мачуга и О.П. Тушицкий // Открытия. Изобретения.– 1988.– №32.– С.28. 5. Марчук М., Козут І. Застосування армованих композитних матеріалів у конструкціях штанг обприскувачів // Вісник ТДТУ. – 2000, №1.– С.26–29. 6. Баничук Н.В. Оптимизация форм упругих тел.– М.: Наука, 1980.– 256с. 7. Ройтман М.И., Шапиро Г.С. Методы оптимального проектирования деформируемых систем.– М.: Наука, 1976.– 285с. 8. Prager W., Taylor J. Problems of optimal structural design.– Appl. Mech., 1968. – №35.– P.102–106. 9. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование.– М.: Мир, 1975.– 536с. 10. Вікович І.А. Конструкції і динаміка штангових обприскувачів.– Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2003.– 460 с.

УДК 621

Х.А. Висоцька

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра транспортних технологій

## РОБОТА ПЕРЕМОТУВАЛЬНИХ МАШИН ВІДКРИТОГО ТИПУ

© Висоцька Х.А., 2006

**Розроблено математичну модель перемотувальної машини відкритого типу текстильних сувоїв. Систему нелінійних диференціальних рівнянь, які описують коливальні процеси у цій намотувальній машині, розв'язано числовим методом. Проаналізовано ці коливання, спрямовані на підвищення ефективності роботи перемотувальної машини текстилю відкритого типу.**

**The mathematical model of a rewinding machine of open type textile rolls is developed. The system of nonlinear differential equations, which describe the oscillation process of a rewinding machine, was created by the Lagrange equations of the second level.**

Перемотувальні машини поширені в різних галузях промисловості як допоміжні, що застосовуються на підготовчих операціях перемотувальних довгомірних тонких матеріалів, без яких неможливий подальший технологічний процес для подальшої їх переробки.

Розглянемо роботу типової для текстильної промисловості перемотувальної машини відкритого типу (рис. 1).

Привід для перемотувальної машини здійснюється від асинхронного електродвигуна через пасову передачу на черв'ячний редуктор, а від редуктора через пасову передачу на ведучий намо-

тувальний барабан (тіло 3). Під час перемотування сувоїв тканини з веденого барабана (тіло 8) матеріал тканини проходить через валки 7, вирівнювальний натяжний пристрій (тіло 6), валки 5 і 4 до намотувального барабана (тіло 3). На проміжних валках 4, 5 і 7 встановлено гальмівні механізми, які забезпечують необхідний натяг тканини і відповідно якість намотування. Важливу роль у перемотуванні тканини відіграє вирівнювальний натяжний пристрій, який за допомогою фотоелементів підтримує необхідний натяг тканини. На поверхню проміжних валків напилено матеріал з високим коефіцієнтом тертя. Для поперечного вирівнювання тканини за шириною і створення необхідного натягу тканини на її краях на проміжних валках, від середини до країв, у різні боки, зроблено малої глибини гвинтові пази.

Підвищення швидкості перемотування тканини призводить до деякого зростання вібрації рухомих елементів цієї машини, що негативно позначається на якості намотаних рулонів. Зокрема, з'являються невеликі складки в рулонах тканини, переважно на початку запуску роботи перемотувальної машини. Це пов'язано насамперед з характеристикою електродвигуна, а також з недостатньою здатністю гальмівного механізму миттєво реагувати на зміни натягу тканини.

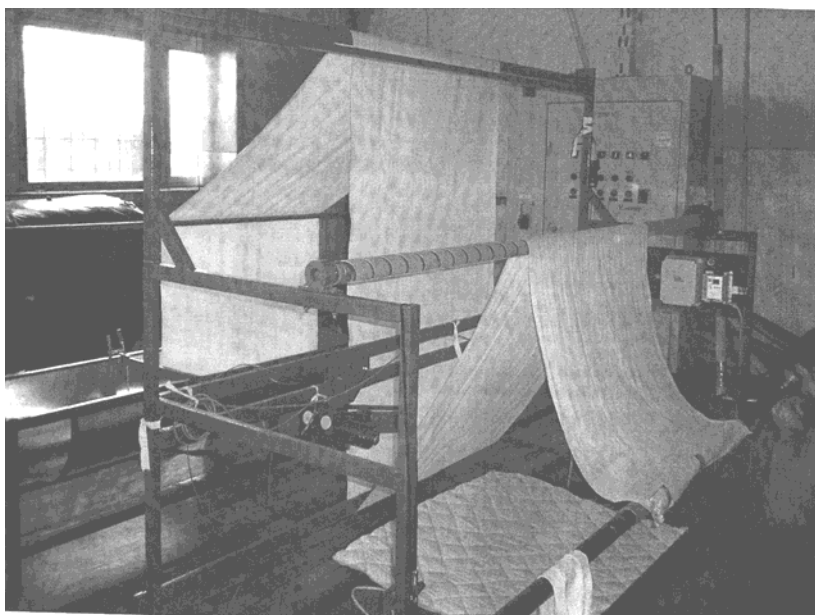


Рис. 1. Перемотувальна машина текстильних сувоїв відкритого типу:  
 1 – привідний двигун, 2 – редуктор, 3 – намотувальний рулон,  
 4, 5, 7 – розправляючі валки, 6 – натяжно-вирівнювальний валок,  
 8 – розмотувальний рулон

Цю перемотувальну машину можна подати у вигляді розрахункової схеми (рис. 2) з дискретно-розподільними інерційними та пружними параметрами.

На рис.2 позначено:  $I_1, I_2, I_4, I_5, I_6, I_7$  – моменти інерції сталі,  $c_{12}, c_{23}, c_{34}, c_{45}, c_{56}, c_{67}, c_{78}$  – жорсткості відповідних ділянок,  $r_1, r_2, r_4, r_5, r_6, r_7$  – радіуси тіл,  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8$  – момент двигуна та опору.

Для опису руху елементів машини використаємо рівняння Лагранжа II роду у формі

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{dq_j} \right) - \frac{dT}{dq_j} = Q_j, \quad j=1 \dots n, \quad (1)$$

де  $T$  – сумарна кінетична енергія інерційних елементів машини,  $q_j, \dot{q}_j$  –  $j$ -ті узагальнені координата та швидкість,  $Q_j$  –  $j$ -та узагальнена сила,  $n$  – кількість ступенів вільності елементів машини.

Інерційних елементів було виділено вісім (рис. 2). Вони з'єднані між собою пружними безінерційними елементами (текстиль у прольотах). Тому машина має вісім ступенів вільності ( $n=8$ ).

Як узагальнені координати вибираємо кути поворотів  $\varphi_i$  восьми інерційних елементів відповідно до розрахункової схеми (рис. 2).

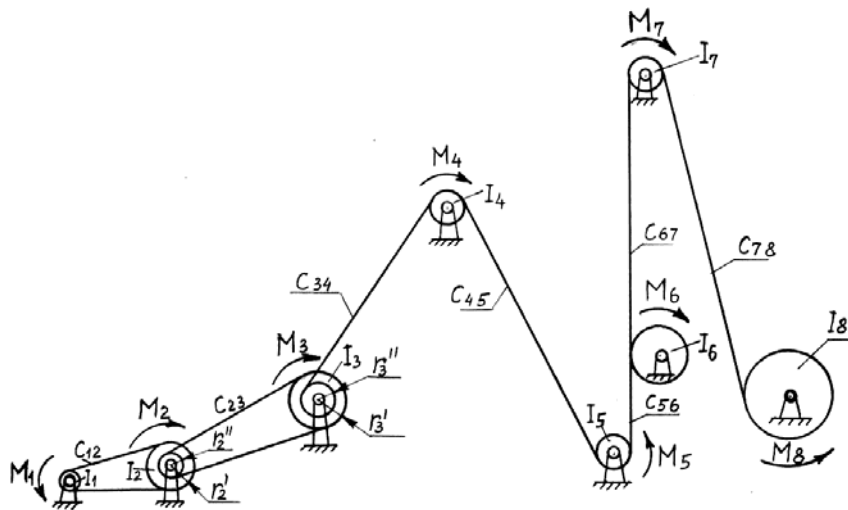


Рис. 2. Розрахункова схема роботи перемотувальної машини відкритого типу

Нами прийнято такі припущення:

1. Проковзування перемотувального матеріалу по поверхні розправляючих валків – відсутні.
2. Провисання матеріалу в прольотах відсутні.
3. Моменти інерції та радіуси третього та восьмого тіл змінюються за законом.

$$\begin{cases} I_j = I_{jII} (1 \pm \alpha_j \varphi_j) \\ r_j = r_{jII} ((1 \pm \beta_j \varphi_j)), \end{cases} \quad (2)$$

де  $j=3, 8$ ;  $+ \rightarrow 3$  тіло  $- \rightarrow 8$  тіло;  $I_{jII}$  – початкові моменти інерції 3 і 8 тіл,  $r_{jII}$  – початкові радіуси 3 і 8 тіл,  $\alpha_j, \beta_j$  – коефіцієнти, що враховують зміни моментів інерції та радіусів 3 та 8 тіл.

Оскільки всі інерційні тіла згідно розрахункової схеми перебувають в обертальному русі тому їх сумарна кінетична енергія дорівнює:

$$T = \sum_{j=1}^8 T_j = \sum_{j=1}^8 \frac{I_j \dot{\varphi}_j^2}{2}, \quad (3)$$

де  $\dot{\varphi}_j$  – кутова швидкість обертання  $j$ -того елемента розрахункової схеми (рис. 2).

Взявши частинні похідні від рівнянь кінетичної енергії системи і підставивши їх у рівняння (3) одержимо:

$$\frac{dT}{d\dot{q}_j} = \frac{dT}{d\dot{\varphi}_j} = I_j \dot{\varphi}_j, \quad j=1, \dots, 8 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{d\dot{q}_j} \right) = I_j \ddot{\varphi}_j, \quad j=1, 2, 4, 5, 6, 7 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dT}{d\dot{q}_j} \right) = \pm I_{jII} \alpha_j \dot{\varphi}_j^2 + I_{jII} (1 + \alpha_j \varphi_j) \ddot{\varphi}_j, \quad (6)$$

$j=3, 8$ ;  $+ \rightarrow 3$  тіло  $- \rightarrow 8$  тіло.

$$\frac{dT}{dq_j} = 0; \quad j=1, 2, 4, 5, 6, 7 \quad (7)$$

$$\frac{dT}{dq_j} = \frac{1}{2} I_{jII} \alpha_j \dot{\varphi}_j^2. \quad (8)$$

Підготуємо праві частини рівнянь (1). Надамо узагальненій координаті  $\varphi_1$  можливої віртуальної зміни  $\delta\varphi_1$ . При цьому виконують роботу привідний момент  $M_1$ , що діє на ротор двигуна та момент відпружних сил пасової передачі між першим і другим тілами:

$$\delta A_1 = [M_1(\dot{\varphi}_1) - c_{12}r_1(r_1\varphi_1 - r_2'\varphi_2)]\delta\varphi_1.$$

Узагальнена сила  $Q_1$  дорівнює

$$Q_1 = \frac{\delta A}{\delta\varphi_1} = M_1(\dot{\varphi}_1) - c_{12}r_1(r_1\varphi_1 - r_2'\varphi_2). \quad (9)$$

Надамо узагальненій координаті  $\varphi_2$  можливої віртуальної зміни  $\delta\varphi_2$ . Роботу виконують момент опору гальма та пружні сили в пасових передачах між тілами 1–2 та 2–3:

$$\delta A_2 = [+c_{12}r_2'(r_1\varphi_1 - r_2'\varphi_2) + M_2\sigma_0(-\dot{\varphi}_2) - c_{23}r_2''(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3)]\delta\varphi_2,$$

де  $\sigma_0$  – символ одиничної функції Хевісайда.

Тоді:

$$Q_2 = +c_{12}r_2'(r_1\varphi_1 - r_2'\varphi_2) + M_2\sigma_0(-\dot{\varphi}_2) - c_{23}r_2''(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) \quad (10)$$

Надамо узагальненій координаті  $\varphi_3$  можливої віртуальної зміни  $\delta\varphi_3$ . Роботу виконують момент опору гальма та пружні сили пасової передачі між 2–3 тілом та перемотувального матеріалу в прольоті між тілами 3–4:

$$\delta A_3 = \{+c_{23}r_3'(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) + M_3\sigma_0(-\dot{\varphi}_3) - c_{34}r_{3\Pi}(1 + \beta_3\varphi_3)[\varphi_3r_{3\Pi}(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4]\}\delta\varphi_3.$$

Тоді:

$$Q_3 = c_{23}r_3'(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) + M_3\sigma_0(-\dot{\varphi}_3) - c_{34}r_{3\Pi}(1 + \beta_3\varphi_3)[\varphi_3r_{3\Pi}(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4]. \quad (11)$$

Надамо узагальненій координаті  $\varphi_4$  можливої віртуальної зміни  $\delta\varphi_4$ . Роботу виконують момент опору гальма та пружні сили в прольотах 3–4 та 4–5 перемотувального матеріалу:

$$\delta A_4 = \{+c_{34}r_4[\varphi_3r_{3\Pi}(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4] + M_4\sigma_0(-\dot{\varphi}_4) - c_{45}r_4(\varphi_4r_4 - \varphi_5r_5)\}\delta\varphi_4.$$

Тоді узагальнена сила  $Q_4$  дорівнює:

$$Q_4 = c_{34}r_4[\varphi_3r_{3\Pi}(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4] + M_4\sigma_0(-\dot{\varphi}_4) - c_{45}r_4(\varphi_4r_4 - \varphi_5r_5). \quad (12)$$

Узагальнені сили  $Q_5, Q_6$  мають однаковий вигляд. А саме:

$$Q_j = +c_{j-1,j}r_j(\varphi_{j-1}r_{j-1} - \varphi_jr_j) + M_j\sigma_0(-\dot{\varphi}_j) - c_{j,j+1}r_j(\varphi_jr_j - \varphi_{j+1}r_{j+1}); \quad j=5,6 \quad (13)$$

Надамо узагальненій координаті  $\varphi_7$  можливої віртуальної зміни  $\delta\varphi_7$ . Роботу виконують момент опору гальма та пружні сили в прольотах 6–7 та 7–8 перемотувального матеріалу:

$$\delta A_7 = \{+c_{67}r_7(\varphi_6r_6 - \varphi_7r_7) + M_7\sigma_0(-\dot{\varphi}_7) - c_{78}r_7[\varphi_7r_7 - \varphi_8r_{8\Pi}(1 - \beta_8\varphi_8)]\}\delta\varphi_7.$$

Тоді узагальнена сила  $Q_7$  має вигляд:

$$Q_7 = c_{67}r_7(\varphi_6r_6 - \varphi_7r_7) + M_7\sigma_0(-\dot{\varphi}_7) - c_{78}r_7[\varphi_7r_7 - \varphi_8r_{8\Pi}(1 - \beta_8\varphi_8)]. \quad (14)$$

Надамо узагальненій координаті  $\varphi_8$  можливої віртуальної зміни  $\delta\varphi_8$ . Роботу виконують момент опору гальма та пружні сили в прольоті 7–8:

$$\delta A_8 = +c_{78}r_{8\Pi}(1 - \beta_8\varphi_8)[\varphi_7r_7 - \varphi_8r_{8\Pi}(1 - \beta_8\varphi_8)] + M_8\sigma_0(\dot{\varphi}_8).$$

Тоді узагальнена сила  $Q_8$  дорівнює:

$$Q_8 = c_{78}r_{8\Pi}(1 - \beta_8\varphi_8)[\varphi_7r_7 - \varphi_8r_{8\Pi}(1 - \beta_8\varphi_8)] + M_8\sigma_0(\dot{\varphi}_8). \quad (15)$$

Підставляючи в рівняння Лагранжа (1) частинні похідні від кінетичної енергії за узагальненими координатами  $q_j$  та їхніми швидкостями  $\dot{q}_j$  та вирази для узагальнених сил,

одержимо систему нелінійних диференціальних рівнянь, які описують коливальний процес перемотувальної машини текстильних сувоїв:

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12} r_1 (r_1 \varphi_1 - r_2' \varphi_2) = M_1 (\dot{\varphi}_1); (16)$$

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12} r_2' (r_1 \varphi_1 - r_2' \varphi_2) + c_{23} r_2'' (r_2'' \varphi_2 - r_3' \varphi_3) = M_2 \sigma_0 (-\dot{\varphi}_2); (17)$$

$$\ddot{I}_{3II} (1 + \alpha_3 \varphi_3) \ddot{\varphi}_3 + \frac{1}{2} I_{3II} \alpha_3 \dot{\varphi}_3^2 - c_{23} r_3' (r_2'' \varphi_2 - r_3' \varphi_3) + c_{34} r_{3II} (1 + \beta_3 \varphi_3) [\varphi_3 r_{3II} (1 + \beta_3 \varphi_3) - \varphi_4 r_4] = M_3 \sigma_0 (-\dot{\varphi}_3); (18)$$

$$I_4 \ddot{\varphi}_4 - c_{34} r_4 [\varphi_3 r_{3II} (1 + \beta_3 \varphi_3) - \varphi_4 r_4] + c_{45} r_4 (\varphi_4 r_4 - \varphi_5 r_5) = M_4 \sigma_0 (-\dot{\varphi}_4); (19)$$

$$I_j \ddot{\varphi}_j - c_{j-1,j} r_j (\varphi_{j-1} r_{j-1} - \varphi_j r_j) + c_{j,j+1} r_j (\varphi_j r_j - \varphi_{j+1} r_{j+1}) = M_j \sigma_0 (\dot{\varphi}_j), j = 5, 6 (20), (21)$$

$$I_7 \ddot{\varphi}_7 - c_{67} r_7 (\varphi_6 r_6 - \varphi_7 r_7) + c_{78} r_7 [\varphi_7 r_7 - \varphi_8 r_{8II} (1 - \beta_8 \varphi_8)] = M_7 \sigma_0 (\dot{\varphi}_7); (22)$$

$$\ddot{I}_{8II} (1 - \alpha_8 \varphi_8) \ddot{\varphi}_8 - \frac{1}{2} I_{8II} \alpha_8 \dot{\varphi}_8^2 - c_{78} r_{8II} (1 - \beta_8 \varphi_8) [\varphi_7 r_7 - \varphi_8 r_{8II} (1 - \beta_8 \varphi_8)] = +M_8 \sigma_0 (\dot{\varphi}_8). (23)$$

Система диференціальних рівнянь (16) – (23), доповнена початковими умовами, являє собою математичну модель руху інерційних елементів перемотувальної машини (рис. 1).

Якщо моделюється запуск перемотувальної машини без попереднього натягу перемотувального матеріалу і надалі її безпосередня робота, тоді початкові умови мають вигляд

$$\text{При } t = t_n = 0 \begin{cases} \varphi_j = \varphi_{jII} = 0; \\ \dot{\varphi}_j = \dot{\varphi}_{jII} = 0. \end{cases} (24)$$

У випадку моделювання якогось іншого конкретного режиму роботи машини система рівнянь (16) – (23) повинна бути доповнена відповідними початковими умовами.

Диференціальні рівняння (16) – (23) – нелінійні відносно невідомих функцій (узагальнених координат  $\varphi_j$ ).

Нелінійність такого типу рівнянь системи (16) – (23) показує, що інтегрування її можна виконати найефективніше лише числовим методом, наприклад, будь-яким з відомих методів за допомогою прикладних комп'ютерних програм. У своїй переважній більшості вони спрямовані на інтегрування систем диференціальних рівнянь першого порядку. Тому введемо підстановку

$$\varphi_j = y_j, j = 1 - 8; \quad \dot{\varphi}_j = y_{8+j}, j = 1 - 8 (25)$$

Така підстановка (25) дає змогу звести систему нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку до системи нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку і застосувати для числового розв'язування цієї системи рівнянь програму DGEAR.

Результати числових розрахунків показано на рис. 3, 4.

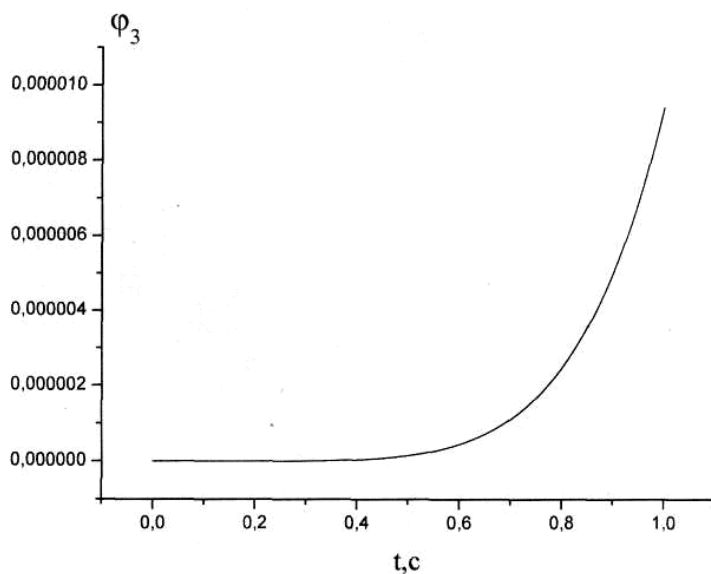
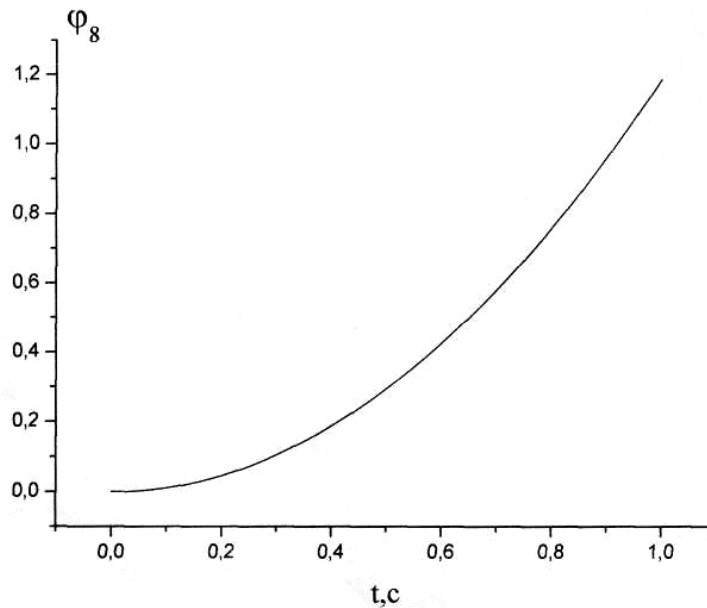


Рис. 3. Кутіві відхилення третього тіла в процесі пуску перемотувальної машини



*Рис. 4. Кутові відхилення восьмого тіла в процесі пуску перемотувальної машини*

**Висновки.** Числові розрахунки показують, що в період пуску намотувальної машини, починаючи від 0,5 с – до 1 с, зростають кутові коливання третього і восьмого тіл, що призводить до поздовжніх коливань тканини. Це негативно відбивається на якості намотування тканини в період пуску машини. Підвищення якості перемотування тканини можна досягти за рахунок раціонального підбору характеристики приводу перемотувальної машини. У подальших дослідженнях планується провести числові експерименти запропонованої математичної моделі перемотувальної машини з різними типами асинхронних електродвигунів, а також з електродвигунами постійного струму, які мають різні характеристики.

1. Акабиров А.Т. Распространение упругих волн напряжений в нити, намотанной на цилиндр, вращающийся с постоянной скоростью. – Изв. АНУзССР, серия техн. наук, 1965. – №5. – С. 97 – 102. 2. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев. – М.: “Наука”, 1967. – 279 с. 3. Грабуег Я.Е. Стабилизатор напряжения к намоточным станкам. Известия АН Латвийской ССР, 1964, – №5. – С. 84 – 90. 4. Парнес М.Г. Расчет и конструирование намоточных станков. – М.: Изд-во “Машиностроение”, 1973. – 220 с. 5. Танхамидзе Д.С. Автоматическое регулирование натяжной нити в процессе намотки и перемотки с барабана. – Тбилиси, 1965. – № 5. – С. 34 – 39.

**УДК 621.01:621-868**