ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"
"Фізико-математичні науки"
№ 566, 2006, с. 29–32

JOURNAL OF LVIV POLYTECHNIC
NATIONAL UNIVERSITY
"Physical and mathematical sciences"
№ 566, 2006, p. 29–32

ЗБІЖНІСТЬ РОЗВИНЕНЬ ЗА СИСТЕМОЮ ВЛАСНИХ ТА ПРИЄДНАНИХ ВЕКТОРІВ АБСТРАКТНОГО ОПЕРАТОРА З КРАТНИМ СПЕКТРОМ

В.М. Бушмакін, П.І. Каленюк

Національний університет "Львівська політехніка"
вул. С. Бандери 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 2 листопада 2005 р.)

Досліджується збіжність розвинень за власними та приєднаними векторами абстрактного оператора з кратним спектром у сепарабельному гільбертовому просторі.

Ключові слова: абстрактний оператор, кратний спектр, базис Рісса.

2000 MSC: 42C15

УДК: 517.983

I. Постановка проблеми і її зв'язок з важливими науковими завданнями

Під час розв'язання крайових задач математичної фізики методом Фур'є важливе значення має питання збіжності цього методу.

Цю проблему досліджували багато математиків, наприклад [1–6], причому одержані ними результати стосувались переважно розвинень елементів гільбертового простору в ряд за власними елементами самоспряжених операторів (класичний метод Фур'є).

У розглядуваній роботі вивчається збіжність розвинень за власними та приєднаними елементами несамоспряженого абстрактного оператора з кратним спектром. Такий оператор трапляється в деяких задачах з некласичними граничними умовами (нелокальні умови типу Іонкіна, Біцадзе-Самарського тощо). Додатковим ускладненням сформульованої задачі окрім несамоспряженості оператора є також те, що розглядається випадок зростання кратності його власних значень із збільшенням їх модуля.

У роботі запозичена методика використання дробових степенів строго позитивних самоспряжених операторів до вивчення рядів Фур'є за власними елементами [5, 6], а також використана теорія узагальненого методу Фур'є, розроблена П.І. Каленюком [7].

Наступні пункти описують досліджуваний абстрактний оператор A, що діє в абстрактному сепарабельному гільбертовому просторі H:

1) A – оборотний оператор з точковим спектром $\sigma_p(A) = \{z_k \in \mathbb{C} : k \in \mathbb{N}\}$; власні значення z_k занумеровані так, що $|z_k| \leq |z_{k+1}|$;

2) $V = \left\{\mathbf{v}_k^j \in H : k \in \mathbb{N}, j = \overline{0;\nu_k}\right\}$ – система власних та приєднаних векторів оператора A, яка утворює базис Рісса в H.

$$A\mathbf{v}_k^0 = z_k\mathbf{v}_k^0, \quad A\mathbf{v}_k^j = z_k\mathbf{v}_k^j + \xi_k^j\mathbf{v}_k^{j-1},$$

$$\xi_k \in \mathbb{C}, \quad k \in \mathbb{N}, \quad j = \overline{1;\nu_k};$$

3) $|\xi_k^j| \leq M_0|Rez_k|$, $0 < M_0 < 1$, $k \in \mathbb{N}$, $j = \overline{1;\nu_k}$;

4) $\exists\, \nu > 0 \quad \forall\, k \in \mathbb{N} \quad 1 + \nu_k \leq \nu$;

4*) Умова 4) не виконується, але $\exists\, c > 0,\ \tau > 0$ $\forall\, k \in \mathbb{N} \quad 1 + \nu_k \leq c|z_k|^{2\tau}$.

Клас всіх операторів A, що задовольняють умови 1) - 4), позначимо через $K_0(H)$, а умови 1), 2), 3), 4*) – через $K_\tau(H)$.

Отже, класи $K_0(H)$, $K_\tau(H)$ відрізняються лише властивостями кратностей власних значень операторів: для $K_0(H)$ кратності рівномірно по $k \in \mathbb{N}$ обмежені, для $K_\tau(H)$ – вони такими не є, але накладено обмеження типу 4*) на їх ріст.

Далі через $D(A)$, $R(A)$ позначено відповідно область визначення та область значення оператора A; $B(X;Y)$ – простір лінійних обмежених операторів $A : X \to Y$ з $D(A) = X$; Л.О. $\{u_i\}_{i=1}^p$ – лінійна оболонка системи векторів $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_p$; $||\mathbf{u}|| = ||\mathbf{u}||_H$ – норма вектора $\mathbf{u} \in H$.

II. Формулювання та доведення основних результатів

1. Внаслідок п.2) вважатимемо, що в H здійснено відповідне перенормування і базис Рісса $V = \{\mathbf{v}_k^j\}$ перетворився в ортонормований базис простору H (теорема М. К. Барі).

Позначимо через $H_k \overset{def}{=}$ Л.О. $\left\{\mathbf{v}_k^j\right\}_{j=1}^{\nu_k}$, тоді, очевидно,

$$H_k \perp H_l \quad (k \neq l) \quad \text{і} \quad H = \overset{\infty}{\underset{k=1}{\oplus}} H_k.$$

2. У [7, 8] доведено, що оператор $A \in K_0(H)$ ($A \in K_\tau(H)$) є позитивним оператором [6] і тому визначені степені A^β для $\forall\beta \in \mathbb{R}$.

Спочатку A^β визначаються на векторах $\mathbf{v}_k^j$, які утворюють ортонормований базис підпростору H_k:

$$A^\beta \mathbf{v}_k^j = \sum_{r=0}^{j} \left[\frac{1}{r!}\left(D_{z_k}^r z_k^\beta\right)\eta_k^{j,r}\mathbf{v}_k^{j-r}\right], \tag{1}$$

де

$$\eta_k^{j,r} = \xi_k^j \cdot \xi_k^{j-1} \cdot \ldots \cdot \xi_k^{j-(r-1)},$$

а потім за лінійністю задаються на всьому H_k, бо A^β обмежені в H_k. Далі A^β визначаються на всьому просторі H так:

$$D(A^\beta) = \left\{ \mathbf{u} \in H \ : \ \sum_{k=1}^{\infty} \left\| A^\beta np_{H_k} \mathbf{u} \right\|^2 < \infty \right\},$$

$$\forall \mathbf{u} \in D(A^\beta) \quad A^\beta \mathbf{u} \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{\infty} A^\beta np_{H_k} \mathbf{u}.$$

3. Нехай $\mathbf{u} \in H$ і $\mathbf{u} = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \sum\limits_{j=0}^{\nu_k} u_k^j \mathbf{v}_k^j$ – ряд, що дає розвинення вектора $\mathbf{u}$ за власними та приєднаними векторами $\mathbf{v}_k^j$ оператора A. Тоді через $\mathbf{u}_n$ позначатимемо таку n-ту частину суми цього ряду:

$$\mathbf{u}_n \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=0}^{\nu_k} u_k^j \mathbf{v}_k^j.$$

4. Теорема 1. *Нехай оператор* $A \in K_0(H)$ ($A \in K_\tau(H)$), *а вектор* $\mathbf{u} \in D(A^\omega)$ ($\mathbf{u} \in D(A^{\omega+\tau})$), $\omega > 0$, *тоді*

$$||\mathbf{u} - \mathbf{u}_n|| = 0 \ \left(|z_n|^{-\omega} \right), \ \ n \to \infty. \qquad (2)$$

Коментар до теореми 1. Теорема свідчить про зв'язок між гладкістю вектора $\mathbf{u} \in H$ щодо оператора A ($\mathbf{u} \in D(A^S)$ і означає, що вектор $\mathbf{u}$ має порядок гладкості S щодо A) і швидкістю збіжності його розвинення за системою власних та приєднаних векторів у термінах спектра. Вона відображає таке: щоб розвинення $\mathbf{u} \in H$ за власними та приєднаними векторами оператора $A \in K_\tau(H)$ мало таку саму швидкість збіжності, як відповідне розвинення для $A \in K_0(H)$, потрібно вимагати від вектора $\mathbf{u}$ більший порядок гладкості щодо A (запас гладкості не менший, ніж τ). Отже, наростання кратностей власних значень оператора призводить до сповільнення швидкості збіжності розвинень за його власними та приєднаними векторами.

☐ *Доведення.*

4.1. ***Випадок*** $A \in K_0(H)$.

Оскільки $\mathbf{u} \in D(A^\omega)$ і $0 \notin \sigma_p(A)$ (п. 1)), то

$$\exists \mathbf{w} \in H \text{ такий, що } \mathbf{u} = A^{-\omega}\mathbf{w}, \mathbf{w} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j \mathbf{v}_k^j. \quad (3)$$

Враховуючи (3) та ортогональність підпросторів H_k, можемо записати

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_n\|^2 = \left\| A^{-\omega}\mathbf{w} - A^{-\omega}\mathbf{w}_n \right\|^2 = \left\| A^{-\omega}(\mathbf{w} - \mathbf{w}_n) \right\|^2 =$$

$$= \left\| A^{-\omega} \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j \mathbf{v}_k^j \right) \right\|^2 =$$

$$= \left\| \sum_{k=n+1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2 = \sum_{k=n+1}^{\infty} \left\| \sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2. \quad (4)$$

Використавши спочатку нерівність трикутника, а потім – нерівність Коші, матимемо

$$\left\| \sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\| \le \sum_{j=0}^{\nu_k} \left| w_k^j \right| \left\| A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\| \le$$

$$\le \left(\sum_{j=0}^{\nu_k} \left| w_k^j \right|^2 \cdot \sum_{j=0}^{\nu_k} \left\| A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2 \right)^{1/2},$$

звідки

$$\left\| \sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2 \le \sum_{j=0}^{\nu_k} \left| w_k^j \right|^2 \cdot \sum_{j=0}^{\nu_k} \left\| A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2. \quad (5)$$

На основі формули (1), враховуючи ортогональність $\mathbf{v}_k^j$, одержимо

$$\left\| A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2 = \left\| \sum_{r=0}^{j} \left[\frac{1}{r!} \left(D_{z_k}^r z_k^{-\omega} \right) \eta_k^{j,r} \cdot \mathbf{v}_k^{j-r} \right] \right\|^2 =$$

$$= \left\| \sum_{r=0}^{j} \left[\frac{1}{r!} \left(\prod_{i=0}^{r-1} (-\omega - i) z_k^{-\omega - r} \right) \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \xi_k^j \cdot \xi_k^{j-1} \cdot \ldots \cdot \xi_k^{j-(r-1)} \mathbf{v}_k^{j-r} \right] \right\|^2 =$$

$$= \sum_{r=0}^{j} \frac{1}{(r!)^2} \left| \prod_{i=0}^{r-1} (-\omega - i) z_k^{-\omega - r} \right|^2 \times$$

$$\times \left| \xi_k^j \right|^2 \cdot \left| \xi_k^{j-1} \right|^2 \cdot \ldots \cdot \left| \xi_k^{j-(r-1)} \right|^2 \qquad (6)$$

Далі, оскільки $\left| \xi_k^j \right| \le M_0 |Re z_k| \le M_0 |z_k|$, то, продовжуючи (6), доходимо до оцінки

$$\left\| A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2 \le$$

$$\le \left(\sum_{r=0}^{j} \left| \frac{(-\omega)(-\omega-1)\cdots(-\omega-(r-1))}{r!} M_0^r \right| \right)^2 \cdot |z_k|^{-2\omega} \le$$

$$\le \left(\sum_{r=0}^{\infty} \left| \frac{(-\omega)(-\omega-1)\cdots(-\omega-(r-1))}{r!} M_0^r \right| \right)^2 \cdot |z_k|^{-2\omega}.$$

Оскільки біноміальний ряд $\sum\limits_{r=0}^{\infty} \frac{\beta(\beta-1)\cdots(\beta-(r-1))}{r!} x^r = (1+x)^\beta$ є абсолютно збіжним $\forall \ x \in (-1, 1)$, а $0 < M_0 < 1$, то ряд у круглих дужках у правій частині останньої нерівності збігається до своєї суми $S = S(\omega, M_0)$.

Скориставшись цим, можемо записати

$$\left\| A^{-\omega} \mathbf{v}_k^j \right\|^2 \le S^2 \cdot |z_k|^{-2\omega} \qquad (7)$$

Враховуючи оцінку (7) і властивість $1+\nu_k \le \nu$ (п. 4)), нерівність (5) можна переписати так:

$$\left\|\sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega}\mathbf{v}_k^j\right\|^2 \le \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot \sum_{j=0}^{\nu_k} S^2|z_k|^{-2\omega} =$$

$$= \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot (1+\nu_k)\cdot S^2|z_k|^{-2\omega} \le$$

$$\le \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot \nu \cdot S^2 \cdot |z_k|^{-2\omega} =$$

$$= \gamma^2 \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot |z_k|^{-2\omega}, \qquad (8)$$

де

$$\gamma \stackrel{def}{=} \nu \cdot S^2.$$

Із рівності (4) з врахуванням оцінки (8) отримуємо

$$\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\|^2 \le \gamma^2 \sum_{k=n+1}^{\infty}\sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot |z_k|^{-2\omega} \le$$

$$\le \gamma^2|z_{n+1}|^{-2\omega}\sum_{k=n+1}^{\infty}\sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 = \gamma^2|z_{n+1}|^{-2\omega}\|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\|^2 \le$$

$$\le \gamma^2|z_n|^{-2\omega}\|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\|^2.$$

Отже, отримано оцінку

$$\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\| \le \gamma \cdot \|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\| \cdot |z_n|^{-\omega},$$

де $\|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\| \to 0$ при $n \to 0$ як залишок збіжного ряду (3). Властивість (2) доведено.

4.2. *Випадок* $A \in K_\tau(H)$.

Припустивши $\mathbf{u} \in D(A^{\omega+\tau})$, повністю повторюємо викладення доведення першого випадку теореми і доходимо до рівності (4), нерівностей (5), (7) із заміною $-\omega$ на $-\omega-\tau$:

$$\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\| = \sum_{k=n+1}^{\infty}\left\|\sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega-\tau}\mathbf{v}_k^j\right\|^2, \qquad (4^*)$$

$$\left\|\sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega-\tau}\mathbf{v}_k^j\right\|^2 \le$$

$$\le \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot \sum_{j=0}^{\nu_k}\left\|A^{-\omega-\tau}\mathbf{v}_k^j\right\|^2, \qquad (5^*)$$

$$\left\|A^{-\omega-\tau}\mathbf{v}_k^j\right\|^2 \le S_*^2 \cdot |z_k|^{-2\omega-2\tau}, \qquad (7^*)$$

де

$$S_*^2 = S(\omega,\tau,M_0) \stackrel{def}{=}$$

$$\stackrel{def}{=} \sum_{r=0}^{\infty}\left|\frac{(-\omega-\tau)(-\omega-\tau-1)\cdots(-\omega-\tau-(r-1))}{r!}M_0^r\right|.$$

Враховуючи оцінку (7^*) і властивість $1+\nu_k \le c|z_k|^{2\tau}$ (п. 4*)), нерівність (5^*) можна уточнити так:

$$\left\|\sum_{j=0}^{\nu_k} w_k^j A^{-\omega-\tau}\mathbf{v}_k^j\right\|^2 \le \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot \sum_{j=0}^{\nu_k} S_*^2 \cdot |z_k|^{-2\omega-2\tau} =$$

$$= \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot (1+\nu_k)\cdot S_*^2 \cdot |z_k|^{-2\omega-2\tau} \le$$

$$\le \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot |z_k|^{2\tau} \cdot S_*^2 \cdot |z_k|^{-2\omega-2\tau} =$$

$$= \gamma_*^2 \sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot |z_k|^{-2\omega}, \qquad (8^*)$$

де

$$\gamma_*^2 \stackrel{def}{=} c \cdot S_*^2.$$

Із рівності (4^*) з врахуванням нерівності (8^*) отримуємо оцінку

$$\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\|^2 \le \gamma_*^2 \sum_{k=n+1}^{\infty}\sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 \cdot |z_k|^{-2\omega} \le$$

$$\le \gamma_*^2|z_{n+1}|^{-2\omega}\sum_{k=n+1}^{\infty}\sum_{j=0}^{\nu_k}\left|w_k^j\right|^2 = \gamma_*^2|z_{n+1}|^{-2\omega}\|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\|^2 \le$$

$$\le \gamma_*^2|z_n|^{-2\omega}\|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\|^2$$

або

$$\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\| \le \gamma_* \cdot \|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\| \cdot |z_n|^{-\omega}.$$

Оскільки $\|\mathbf{w}-\mathbf{w}_n\| \to 0$ при $n \to 0$, то $\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\| = 0\,(|z_n|^{-\omega})$, що завершує доведення теореми 1 для випадку $A \in K_\tau(H)$. ■

5. Розглянемо ще одну теорему, яка дає умови збіжності розвинень за власними та приєднаними векторами елемента гільбертового простору H і в сенсі інших норм.

Теорема 2. *Припустимо, що виконуються такі умови:*

1. $A \in K_0(H) \quad (A \in K_\tau(H))$*;*

2. $\exists$ *банахів простір* E, $\sigma > 0$ *такі, що* $A^{-\sigma} \in B(H;E)$*, тобто*

$$\|A^{-\sigma}\mathbf{u}\|_E \le \alpha\|\mathbf{u}\|_H \quad \forall \mathbf{u} \in H; \qquad (9)$$

3. $\mathbf{u} \in D(A^{\sigma+\omega}) \quad (\mathbf{u} \in D(A^{\sigma+\omega+\tau})), \quad \omega > 0.$ *(10)*

Тоді справедливі твердження

1. $\mathbf{u} \in E$*;* *(11)*

2. Ряд $\mathbf{u} = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{\nu_k} u_k^j \mathbf{v}_k^j$ *збігається до* $\mathbf{u}$ *за нормою простору* E*;*

3. $\|\mathbf{u}-\mathbf{u}_n\|_E = 0\,(|z_n|^{-\omega}), \quad n \to 0.$ *(12)*

□ *Доведення.*

Доводитимемо теорему 2 лише для випадку $A \in K_0(H)$. Доведення для випадку $(A \in K_\tau(H))$ здійснюється за аналогією з його доведенням для теореми 1.

Справедливість твердження (11) випливає з умови (10):

$$\mathbf{u} \in D(A^{\sigma+\omega}) \subset D(A^{\sigma}) = R(A^{-\sigma}) \subset E$$

Згідно з побудовою степенів A^{β} власні та приєднані вектори $\mathbf{v}_k^j \in D(A^{\beta})$ для $\forall\ \beta \in R$, зокрема $\mathbf{v}_k^j \in D(A^{\sigma}) = R(A^{-\sigma}) \subset E$, тому частинні суми $\mathbf{u}_n \in E$ і можна розглядати їх збіжність і за нормою банахового простору E.

З умови (10) випливає, що $\exists\ \mathbf{w} \in H$ такий, що

$$\mathbf{u} = A^{-\sigma-\omega}\mathbf{w} = A^{-\sigma}(A^{-\omega}\mathbf{w}). \qquad (13)$$

Використовуючи умову (9) та вираз (13), матимемо

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_n\|_E = \left\|A^{-\sigma}(A^{-\omega}(\mathbf{w} - \mathbf{w}_n))\right\|_H \leq \leq \alpha \left\|A^{-\omega}(\mathbf{w} - \mathbf{w}_n)\right\|_H, \qquad (14)$$

а в попередній теоремі (випадок $A \in K_0(H)$) було доведено, що

$$\left\|A^{-\omega}(\mathbf{w} - \mathbf{w}_n)\right\|_H \leq \gamma \cdot \|\mathbf{w} - \mathbf{w}_n\|_H \cdot |z_n|^{-\omega},$$

звідки отримуємо оцінку

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_n\|_E \leq \alpha \cdot \gamma \cdot \|\mathbf{w} - \mathbf{w}_n\|_H \cdot |z_n|^{-\omega}.$$

Це й означає справедливість твердження (12). ■

6. Коментар до теореми 2. Відзначимо, що за умов теореми 2, ряд

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\nu_k} u_k^j \mathbf{v}_k^j$$

збігається в просторі E за будь-якої перестановки його членів, що випливає з безумовної збіжності в гільбертовому просторі H відповідного ряду для вектора $A^{-\omega}\mathbf{w}$. Якщо, наприклад, E – простір C неперервних функцій, то можливість переставляти члени вказаного ряду означає, що він збігається абсолютно.

Література

[1] Бари Н.К. Тригонометрические ряды // Физмат, 1963.

[2] Ильин В.А Ядро дробного порядка // Матем. сб. 41 (1957).

[3] Ильин В.А. О сходимости разложений по собственным функциям оператора Лапласа // УМН13. Вып. 1 (1958).

[4] Ладыженская О.А. Смешанная задача для гиперболического уравнения. – М.: Гостехтиздат., 1953.

[5] Красносельский М.А., Пустыльник Е.В. Использование дробных степеней операторов при изучении рядов Фурье по собственным функциям дифференциальных операторов // ДАН СССР 122, № 6 (1958).

[6] Красносельский М.А., Забрейко П.П., Пустыльник Е.В., Соболевский П.Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. – М., 1966.

[7] Каленюк П.И., Баранецкий Я.Е., Нитребич З.Н. Обобщенный метод разделения переменных. – К.: Наук. думка, 1993. – 232 с.

[8] Бушмакін В.М. Деякі крайові задачі для диференціальнооператорних рівнянь з кратним спектром: Автореф. дис.канд. ... фіз.-мат. наук. – Львів, 1997. – 20 с.

THE CONVERGENCE OF EIGEN AND ASSOCIATED VECTOR EXPANSIONS FOR THE ABSTRACT OPERATOR

V.M. Bushmakin, P.I. Kalenyuk

National University "Lvivska Politechnika"
12 S. Bandera Str., 79013, Lviv, Ukraine

The paper considers the convergence of eigen and associated vector expansions for the abstract operator with multiple spectrum in separable Hilbert space.

Keywords: abstract operator, multiple spectrum, Riesz basis.

2000 MSC: 42C15

UDK: 517.983