показателей как средство управления предприятием.// Проблемы теории и практики управления. – 2000. – №4. – С.25–32. 5. Каплан Роберт С., Нортон Дейвид П. Сбалансированная система показателей. От стратегии к действию / Пер. с англ. – М.: ЗАО "Олимп-Бизнес", 2003. – 304 с..6. Atkinson A.A., Waterhouse J.H., Wells R.B. A Stakeholder Approach to Strategic Performance Measurement. // Sloan Management Review. – 1997 – 38:3. – P. 25–37. 7. Олексів І. Метод прийняття управлінських рішень на засадах компромісного розв'язання. // Актуальні проблеми економіки. – 2004. – №12. – С. 142–150. 8. Collis D., Montgomery C. Competing on Resources: Strategy in the 1990s// Harvard Business Review. – 1995. – July/August. – P.118–128. 9. Маринченко Б.В. Управління фінансами підприємства та моделі прийняття рішення. // Економіка і управління. – 1998. – №1. – С.70–77. 10. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: Товариство "Знання", КОО, 1998. – 494 с.

УДК 330.1317:519.81:65.016

Є.Я. Пенцак, А.Я. Пенцак*
Львівський інститут менеджменту,
*Національний університет "Львівська політехніка"

ПРОБЛЕМИ ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛІННЯ РИЗИКОМ

Розглянуто проблему імплементації сучасних моделей управління ризиком у фінансових та нефінансових компаніях. Першою проблемою є необгрунтованість використання нормального розподілу для характеристики розподілу прибутковості компанії. Відмова від розгляду лише нормальних розподілів для оцінювання ризику методом VaR зумовлює використання сучасних статистичних моделей копул для характеристики узгодженості коливань різних елементів портфеля активів компанії.

The problem of implementation of modern risk-management models in financial and non-financial companies is considered. The first problem is non-adequacy of using normal distribution to characterize company's profitability distribution. Refusing from consideration only normal distributions for risk evaluation by VaR methodology leads to using modern statistical copula models to characterize co-movements of different elements of company's portfolio assets.

Формулювання проблеми. В умовах сучасного ринку з його жорсткою конкуренцією компанія, що не схильна ризикувати, ніколи не досягне високої доходності, як і гравець в карти ніколи не виграє великої суми, якщо не ризикуватиме. Справді, аналіз найбільших ризиків компаній показав, що передумовою успішності бізнесу є здатність компанії використовувати широке коло можливостей розвитку бізнесу та готовність піти на великий ризик. Проте директорам та менеджерам компаній потрібно розуміти, що ефективна система ризик-менеджменту забезпечує лише розумну гарантію того, що поставлені цілі будуть досягнуті. Проблемам імплементації ефективних сучасних систем ризик-менеджменту присвячена ця стаття.

Аналіз останніх досліджень та результатів. На сьогодні існує суперечність між теорією та практикою корпоративного ризик-менеджменту. Академічна теорія наполягає на використанні інструментів ризик-менеджменту в компанії з метою зменшення варіативності її чистих грошових потоків, зменшуючи тим самим витрати, пов'язані з фінансовим стресом чи кризою. Сучасна ж практика ризик-менеджменту показує, що одні фірми більше використовують похідні фінансові інструменти, інші – менше, а деякі компанії їх зовсім не використовують. Виявляється, що більші компанії більшою мірою використовують інструменти ризик-менеджменту, ніж малі фірми, хоча волатильність грошових потоків малих фірм є набагато більшою, ніж у великих корпораціях. Можливо компанії мають щось інше на меті, ніж зменшення волатильності, при управлінні ризиками? Одним з пояснень може бути те, що управління ризиками вимагає від менеджера належної кваліфікації, і не кожна мала фірма може дозволити собі тримати в штаті кваліфікованого ризик-менеджера, чи користуватись послугами консультантів. Проте, існує й друга важлива причина, на якій наголошують сучасні ідеологи ризик менеджменту [1, 2, 3]. Зокрема, Рене Штульц вважає, що головною ціллю сучасного ризик-менеджменту є усунення наслідків "товстих хвостів" розподілів прибутковості компаній [4]. Тобто менеджмент ризику можна розглядати як купівлю пут опціонів на вартість власного капіталу компанії з ціною виконання, що є значно меншою від поточної вартості власного капіталу компанії. У цьому контексті ризик-менеджмент повинен брати до уваги не лише можливість хеджу деяких фінансових ризиків, але й ефективно управляти структурою капіталу компанії та структурою прав власності її акціонерів.

Фінансовий ризик-менеджмент в Україні знаходиться на стадії становлення, що можна пояснити політичною та економічною історією нашої країни. На відміну від країн Європи в Україні ще не відбулась зміна власників, що брали участь у первинному нагромадженні капіталу. Українські вищі навчальні заклади тільки почали вводити у свої програми дисципліну управління ризиками, не маючи достатньої бази прикладів використання ризик-менеджменту для підвищення вартості власного капіталу. Ведення українського бізнесу все ще залишається великою мірою керованим великими фінансовими групами, пов'язаними з незаконним первинним привласненням капіталу. Основним ризиком для таких фінансових груп є більше політичний ризик, до управління яким є важко застосувати такі числові методи управління ризиком, як VaR, вартість під ризиком (*value at risk*), чи умовний CVaR (*conditional value at risk*). Інтуїція у такій тонкій справі, як управління ризиками, не завжди допомагає. Навіть найпростіші приклади аналізу ризикових ситуацій показують, що менеджери не в стані адекватно оцінити майбутні загрози, спричинені навіть лише ринковими ризиками. То що вже говорити про операційні ризики, системи управління якими є предметом досліджень сучасної економічної та фінансової науки. На думку авторів книги [3, с. 329 – 331] однією з глобальних проблем сучасного ризик-менеджменту є недооцінювання труднощів сприйняття ризику топ-менеджментом компаній. Тому пропаганда ризик-менеджменту серед топ- менеджерів, акціонерів та власників є необхідною передумовою ефективного використання капіталовкладень. Західний інвестор, котрий приходить в Україну, хоче бачити, що український менеджмент розуміє проблеми управління ризиком та зможе впровадити у їх компаніях ефективну корпоративну систему менеджменту ризику.

Формулювання задачі. Метою публікації є обґрунтувати складність процесу імплементації сучасних методик управління ризиком та показати важливу роль симуляційних методів під час вибору оптимальних стратегій ризик-менеджменту. При цьому ми зазначаємо, що відмова від нормального розподілу, що характеризує прибутковість активів компанії, призводить до необхідності використання сучасних економетричних та статистичних методів моделювання вартості під ризиком для оцінювання ризику.

Виклад основного матеріалу. Типово ризик-менеджмент починається з вияву всіх ризиків, з якими стикається компанія. Потім компанія проводить ранжування ризиків, використовуючи, як правило, аналіз чутливості або експертні оцінки. І, насамкінець, компанія обирає методику контролю за ризиками та управління ними. Професійний менеджмент ризику має вагомий вплив на результати діяльності компанії. В міру зростання вимог до корпоративного управління багато компаній уводять у склад правління посаду ризик-менеджера, а дані про ефективність управління ризиком часто з'являються у публічних звітах компаній. Традиційно, значну частину часу ризик-менеджери присвячують адміністраванню корпоративної програми ризик-фінансування, бізнес-страхуванню, самофінансуванню та використанню похідних фінансових інструментів. Головним завданням ризик-менеджера є впровадження ефективної системи ризик-менеджменту в компанії, що дозволить менеджерам з напрямків брати на себе управління ризиками в межах своїх компетенцій. Одна з аксіом ризик-менеджменту полягає в тому, що чим менш помітною є робота ризик-менеджера, тим вона є ефективнішою. Компанії, що впроваджують ефективну та інтегровану систему ризик-менеджменту, зменшуючи нестабільність своїх показників, можуть залучати капітал за нижчою вартістю та генерують в середньому на 3 % вищу прибутковість власного капіталу порівняно з подібними компаніями, що її не впроваджують.

Оскільки прибутки та грошові потоки компанії не можна передбачити з впевненістю, то для їх моделювання використовують випадкові величини. Випадкові величини залежно від досліджуваної характеристики компанії можуть бути дискретними та неперервними. Вартість портфеля активів компанії, як правило, моделюють за допомогою неперервної випадкової величини, яку описують за допомогою параметричного чи непараметричного розподілу. Найуживанішим розподілом для моделювання розподілу прибутковості активів деякої компанії є нормальний розподіл, функція щільності якого записується у вигляді

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1)$$

Варіація випадкової змінної часто асоціюється інвестором з мірою ризику. Стандартну девіацію, квадратний корінь з варіації, у фінансах часто називають волатильністю (*volatility*). Інвестори, як правило, не люблять ризику, тобто на них негативні коливання ціни акції впливають набагато більше, ніж відповідні коливання в позитивний бік. Тобто збільшення волатильності призводить до погіршення привабливості акції за тієї самої прибутковості.

Як бачимо з формули (1), що, маючи середню прибутковість μ та стандатну девіацію σ, можемо побудувати функцію щільності розподілу (*pdf*) та кумулятивну функцію розподілу (*cdf*)

$$F(x;\mu,\sigma)=\int_{-\infty}^{x} f(y)dy\,, \qquad (2)$$

припускаючи нормальний розподіл.

Наприклад, якщо акції компанії IBM мають середню прибутковість 13% та волатильність 30 %, побудуємо функцію щільності розподілу та кумулятивну функцію розподілу, що відповідає її прибутковості.

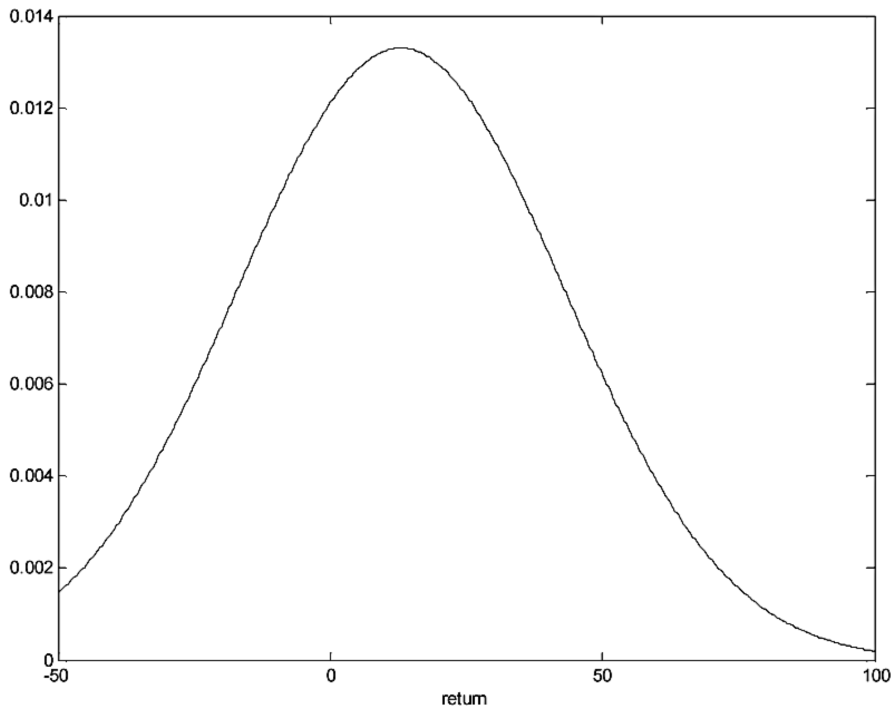

Рис. 1. Функція щільності нормального розподілу з параметрами $\mu=13\%$ *та* $\sigma=30\%$

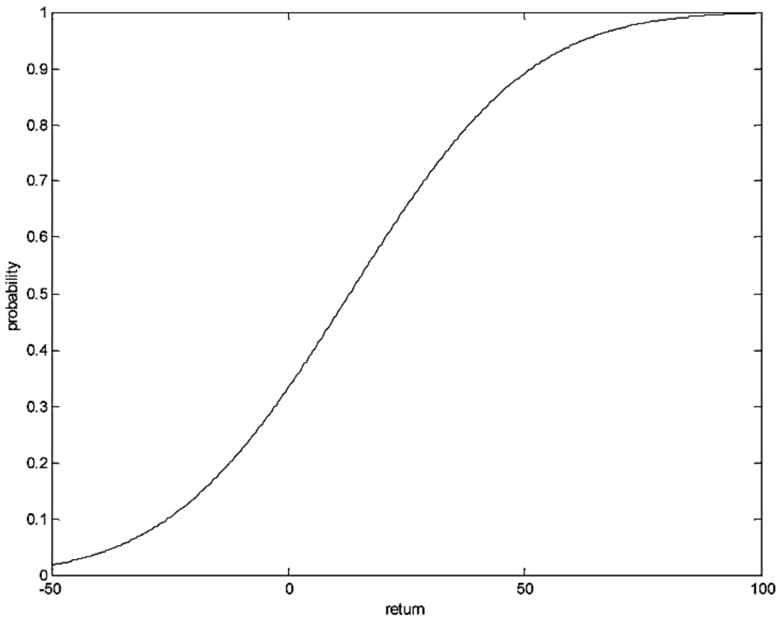

Рис. 2. Кумулятивна функція розподілу для нормально розподіленої випадкової величини з параметрами $\mu = 13\%$ *та* $\sigma = 30\%$

Кумулятивна функція розподілу дає змогу нам визначити ймовірність того, що прибутковість акцій *IBM* є меншою, наприклад, від 10 %. Для цього ми повинні на осі *x* відкласти 10 %, провести вертикальну лінію до перетину з кривою (рис. 2) і визначити шукану ймовірність. Для *x*=10 % ми отримаємо ймовірність 0.46. Наприклад, коли захочемо дізнатись ймовірність настання втрат від інвестиції в IBM, потрібно взяти *x*=0 %, і тоді шукана ймовірність становитиме 33 %. Зрозуміло, чим більшою буде очікувана прибутковість компанії, тим меншою буде ймовірність зазнати втрат від інвестування в неї. Важливим питанням для інвестора також є величина можливих втрат. Припустимо, що капітал інвестора становить 100 тис. доларів. Він оцінює, що для прожиття в рік йому потрібно 50 тис. доларів. Інвестор розуміє, що вклавши всі гроші в акції IBM, на кінець року його багатство може бути меншим від 50000, і тоді його споживання опуститься нижче допустимого рівня. Отже, він може оцінити ймовірність 50 % втрат за допомогою кумулятивної функції розподілу, і отримає при цьому ймовірність 0.018 або 1.8 %.

Припустимо тепер, що наш інвестор роздумує над купівлею акцій компанії MBI, що має прибутковість 26 % та волатильність 60 %. Розглянемо її кумулятивну функцію розподілу.

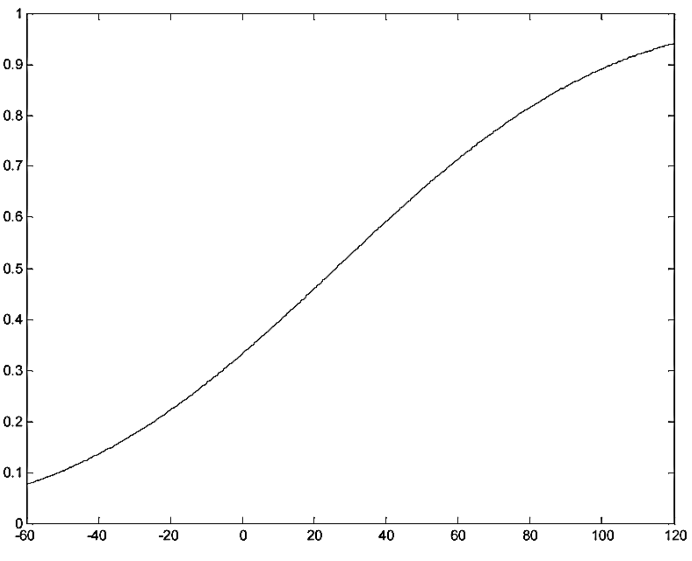

Рис. 3. Кумулятивна функція розподілу для нормально розподіленої випадкової величини з параметрами $\mu = 26\%$ *та* $\sigma = 60\%$

Тепер, якщо інвестор хоче вкласти весь свій капітал у акції компанії MBI, то ймовірність того, що його багатство на кінець року буде меншим від 50000, буде 10.2 %. Інвестор також може подумати над тим, як сформувати портфель акцій компаній IBM та MBI. Використовуючи стандартні формули математичної статистики, можемо знайти очікувану прибутковість та волатильність портфеля.

На початку 90-х CEO (*chief executive officer*) інвестиційного банку *JP Morgan*, Д. Везерстоун, сформулював перед командою менеджерів банку завдання визначення банківського ризику на кінець торгового дня. Він вирішив побудувати таку міру ризику, щоб визначалася одним числом, повідомлялась йому на кінець кожного дня, і була точним відображенням банківського ризику. Насамперед Д. Везерстоун хотів бачити відображення ризику поганих подій, що створюють проблеми для банку. Міру, яку невдовзі отримав цей CEO, називають вартістю під ризиком (*value at risk*) і позначають VaR. Вона визначає величину, яку можуть перевищити втрати портфеля з ймовірністю 5 %. Формально, VaR із ймовірнісним рівнем z % знаходиться із співвідношення

$$Prob(\textit{Втрати} > VaR) = z\% \tag{3}$$

Типово припускають, що z=5 %, якщо не специфікують інше значення. У статистиці інтервал, сконструйований так, називається одностороннім інтервалом довіри (*one-side confidence interval*). Отже, з ймовірністю 95 % компанія може бути впевнена, що її прибуток буде в межах від (–VaR) до плюс нескінченності. Для багатьох типів зобов’язань є цілком можливим, що зростання волатильності призводить до падіння VaR. Це може видатись навіть парадоксом. Наведемо приклад, коли збільшення волатильності може покращити характеристики компанії, підтверджуючи, що волатильність не є адекватною мірою ризику. Нехай корпорація має можливість отримати безкоштовно лотерейний квиток, що пропонує величезну виплату через один рік з дуже малою ймовірністю. Якщо компанія приймає цей лотерейний квиток, вона збільшує свою волатильність. Проте акціонери з радістю приймуть таку звістку, оскільки лотерея не зменшує VaR компанії.

Лише для нормально розподіленої величини прибутків та збитків існує прямий однозначний зв’язок між волатильністю та мірою VaR. Отже, для того, щоб дати відповідь на запитання Д. Везерстоуна, йому повинні подати інформацію про ринкову ціну активів банку, а також подати розподіл їх прибутковості, і обчислити VaR. Знаючи 5% квантайл для стандартної нормально розподіленої випадкової величини, (-1.65), ми можемо його обчислювати для довільної нормально розподіленої випадкової величини з середнім значенням $E(z)$ та волатильністю $Vol(z)$ згідно з формулою

$$Q_z(5\%) = -1.65 \times Vol(z) + E(z)\,. \tag{4}$$

Оскільки під VaR розуміють деякий рівень втрат, а тому величина VaR, як правило, є додатна. Тобто, VaR, що визначається з формули (4), має вигляд

$$VaR = 1.65 \times Vol(z) - E(z) \tag{5}$$

Приклад 1. Нехай банк має очікувану денну прибутковість 0.1 % та волатильність 5 %. Знайдемо 5 % квантайл розподілу прибутковості, VaR його активів у процентах та монетарних одиницях, якщо вартість його активів становить $100 мільйонів. Отже, 5 % $VaR = 1.65 \times 5 - 0.1 = 8.15\%$, а в монетарних одиницях $VaR = \$8.15$ мільйонів.

Як правило, денна прибутковість $E(z)$ портфеля є дуже малою, а тому має незначний вплив на VaR. Тому, у таких випадках ми можемо використовувати спрощену формулу для його обчислення

$$VaR = 1.65 \times Vol(z) \times \textit{Вартість} \quad \textit{портфеля} \tag{6}$$

Важливим фактором для обчислення VaR є часовий горизонт. Фінансова компанія, контролюючи VaR з дня в день, формує відповідні стратегії управління ризиком. Проте часто буває так, що з причин неліквідності активів одноденна міра VaR не є допустимою. Але як обчислювати VaR протягом року? Ця міра повинна би включати всі проміжні транзакції, проведені протягом року. Позики дуже важко оцінювати на щоденній основі. Їх ринкову оцінку роблять, як правило, щоквартально.

Розглянемо тепер виробничу фірму, що експортує товари. Припустимо, що компанія не хеджує валютного ризику, не має фінансових активів, не може отримати зовнішнього фінансування. Стрімке зменшення грошового потоку щодо очікуваного, пов'язане зі зміною валютного курсу, може вивести цю компанію з бізнесу взагалі чи залишити поза інвестуванням проекти, які вона планувала здійснити. Малий грошовий потік протягом тижня чи місяця не є великою проблемою для компанії, серйозні наслідки починаються тоді, коли це триває близько року. Щоб оцінити ризик, компанія має спочатку спрогнозувати розподіл грошового потоку, визначити специфічний рівень грошового потоку, нижче від якого вона не може опуститися без істотних втрат, а потім визначити ймовірність того, що грошовий потік компанії опиниться нижче від цього рівня. Компанія може також спочатку визначити допустиму ймовірність настання істотних втрат (наприклад, 5%), а потім оцінити рівень грошового потоку, що відповідає заданій ймовірності. Якщо падіння грошового потоку виявиться надто великим при заданій ймовірності, то компанія повинна виконанати певні дії для зменшення ризику. Такий підхід є еквівалентним до VaR, тільки тепер він застосовується до грошових потоків, а не до прибутковості портфеля. Відповідний грошовий потік називається грошовим потоком під ризиком (*cash flow at risk*), CaR за певним рівнем ймовірності $p\%$.

Проте між обчисленням VaR та CaR існує відмінність. Для VaR ми обчислюємо прогнозовані показники волатильності на один чи декілька днів вперед, а для CaR – на один рік вперед. Обчислення CaR супроводжується додатковими ускладненнями, оскільки грошовий потік є дуже нелінійною функцією від ризик-факторів.

Коли ж компанія повинна контролювати вартість компанії, коли грошовий потік, чи і одне і друге? Якщо діяльність фірми залежить повністю від її можливостей росту, то вона повинна звертати особливу увагу на грошовий потік; проте коли компанія має доступ до ринку капіталу, володіє значними фінансовими активами, то компанія може додати до грошового потоку ліквідаційну вартість фінансових активів і застосовувати також VaR міру.

Великі інвестиційні банки звертають багато уваги на VaR. У 2000 році VaR торгових інструментів компанії *Goldman Sachs* становив $22 мільйони. Проте, коли компанія перерахувала CaR, врахувавши зміну вартості неліквідних активів, то значення CaR становило $240 мільйонів. Компанія *Dell Computer* обчислює VaR похідних фінансових інструментів, базованих на обмінних курсах валют. Вона подала свій денний VaR 2 лютого 2001 року у розмірі $21.4 мільйони. В оцінку грошових потоків компанії також включають можливість появи нового конкурента. На кінець 2000 року компанія *Ford* оцінила CaR у $300 мільйонів на наступні 18 місяців.

Припустимо тепер, що інвестиційна компанія працює у кількох сегментах фінансового ринку. Як обчислити VaR всього інвестиційного портфеля компанії, якщо ми можемо обчислити VaR для портфеля у кожному сегменті ринку? Лише у разі припущення про нормальність розподілу активів компанії ми можемо визначити однозначно VaR всього інвестиційного портфеля. При цьому істотно використовуються формули математичної статистики про математичне сподівання та варіацію суми випадкових величин. Із загальним підходом до обчислення VaR інвестиційного портфеля за умов нормальної розподіленості його складових, що називається дельта-нормальний метод, читач може познайомитись у [3, с. 289 – 302]. Розглянемо лише простий приклад, щоб вказати потім на проблеми, які можуть виникнути при його узагальненні.

Приклад 2. Розглянемо банк, що володіє портфелем P вартістю $100 мільйонів. Портфель складається з трьох активів з однаковими ваговими коефіцієнтами w_i, i=1,2,3. Характеристики цих активів є такими:

Актив 1 (A1) має прибутковість 10% і волатильність 10 %;

Актив 2 (A2) має прибутковість 20% і волатильність 40 %;

Актив 3 (A3) має прибутковість 25% і волатильність 60 %.

Актив A1 є некорельованим з іншими активами, а коефіцієнт кореляції між активами A2 і A3 дорівнює (-0.4). Знайдемо VaR портфеля цього банку за умови, що кожен актив банку є нормально розподіленим.

Спочатку обчислимо очікувану прибутковість портфеля P та його варіацію, використовуючи формули

$$E(P) = w_1 E(A1) + w_2 E(A2) + w_3 E(A3) \tag{7}$$

$$\sigma^2(P) = w_1{}^2 \sigma^2(A1) + w_2{}^2 \sigma^2(A2) + w_3{}^2 \sigma^2(A3) + 2 w_1 w_2 \operatorname{cov}(A1, A2) \tag{8}$$

$$+ 2 w_1 w_3 \operatorname{cov}(A1, A3) + 2 w_2 w_3 \operatorname{cov}(A2, A3)$$

Оскільки лінійна комбінація нормально розподілених випадкових величин є нормально розподіленою, а функція щільності нормально розподіленої випадкової величини повністю визначається її математичним сподіванням та варіацією, то можемо легко обчислити VaR портфеля P. Отже,

$$E(P) = \frac{10 + 20 + 25}{3} = 18.33\% \tag{9}$$

$$\sigma^2(P) = \frac{10^2 + 40^2 + 60^2 + 2 \cdot (-0.4) \cdot 40 \cdot 60}{9} = 375.56 \tag{10}$$

$$\sigma(P) = 19.38\% \tag{11}$$

$$VaR(P) = 1.65 \times Vol(P) - E(P) = 1.65 \times 19.38 - 18.33 = 13.647\% \tag{12}$$

або в абсолютному вимірі $VaR(P) = 0.13647 \times 100 = 13{,}647$ млн. доларів.

Для оцінки VaR найпоширенішим є метод стохастичного моделювання, що називається метод симуляцій Монте Карло. Суть цього методу для обчислення VaR портфеля полягає у такому (див. [3], с. 307 – 311):

1) використовуючи історичні дані, знаходять оцінки математичного сподівання, μ, та волатильності, σ, для кожного активу портфеля, а також коефіцієнти кореляцій між цими активами;
2) генеруються нормально розподілені випадкові величини із заданими характеристиками μ та σ;
3) враховуючи матрицю варіацій-коваріацій, генеруються значення портфеля на кінець досліджуваного періоду;
4) отримані на попередньому кроці значення ранжуються і відповідно до заданого рівня довіри знаходиться значення VaR.

Для ілюстрації цього методу проведемо необхідні обчислення, використовуючи дані *Прикладу* 2. Згенеруємо спочатку 1000000 випадкових значень випадкових величин, що описують прибутковість кожного з активів A1, A2 та A3, враховуючи відповідні коефіцієнти кореляцій. Наприклад, для генерування пари стандартних нормально розподілених випадкових величин ε_2 та ε_3 з коефіцієнтом кореляції ρ можна використати розклад Холецького (див. [3], ст. 310):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \rho & \sqrt{1-\rho^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

де η_1 та η_2 – стандартні нормально розподілені незалежні випадкові величини. Тоді випадкові величини, що характеризують прибутковість активів A1, A2 та A3, мають, відповідно, вигляд

$$r_1 = \mu_1 + \sigma_1 \cdot \varepsilon_1 \tag{14}$$

$$r_2 = \mu_2 + \sigma_2 \cdot \varepsilon_2 \tag{15}$$

$$r_3 = \mu_3 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3 \tag{16}$$

Побудувавши портфель

$$P = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}, \tag{17}$$

внаслідок використання непараметричних методик отримаємо його функцію щільності (див. рис. 4) та знайдемо відповідно до пункту 4) реалізації методу Монте Карло значення VaR=13.63%, що є дуже близьким до значення, отриманого у формулі (12). Однією з проблем імплементації VaR та CaR методик вимірювання ризику є специфікація розподілів випадкових величин, що відповідають прибутковості та грошовому потоку компанії. Здебільшого буває нелогічним припускати нормальну розподіленість, коли на основі статистичного аналізу видно, що форма емпіричної функції щільності розподілу є далекою від дзвоноподібної форми функції щільності нормального розподілу. Тоді пропонують інші параметричні сім'ї розподілів або використовують непараметричні методи оцінювання статистичних даних.

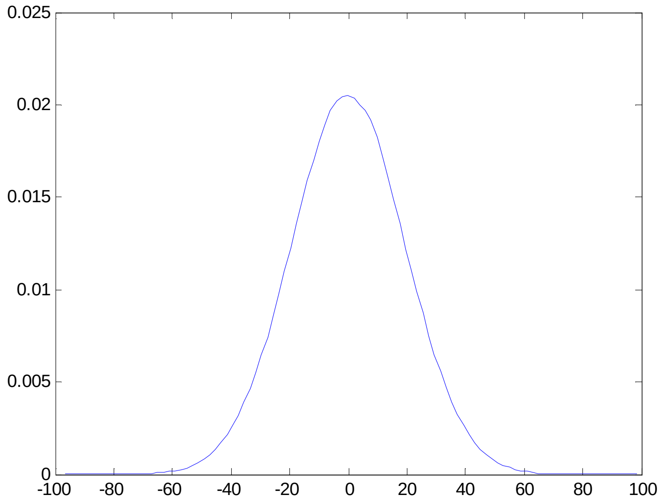

Рис. 4. Функція щільності прибутковості портфеля P

Так, у продукті компанії *Riskmetrics*, що виникла як дочірня компанія інвестиційного банку *JP Morgan*, припускається, що прибутковість активів є лог-нормально розподіленою випадковою величиною, тобто

$$\ln\left(\frac{P(T)}{P(t)}\right) \rightarrow N(\mu, \sigma) \tag{7}$$

Перевагою лог-нормального розподілу є те, що нормально розподілена випадкова величина може приймати значення від мінус нескінченності до плюс нескінченності, а лог-нормально розподілена – лише додатних значень.

Зрозуміло, що величина міри ризику VaR залежить від наших припущень стосовно розподілу відповідної випадкової величини. Наприклад, 5% квантайл для нормально розподіленої та лог-нормально розподіленої випадкових величин, функції щільності яких зображено на рис. 4, відповідно дорівнюють 0.1398 та 0.4394.

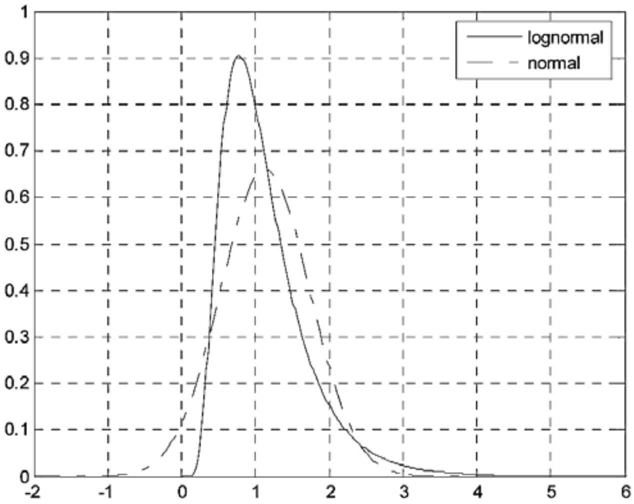

Рис. 5. Функція щільності нормально та лог-нормально розподілених випадкових величин з однаковим середньоочікуваним значенням 1.13 та стандартною девіацією 0.6

Проте для обчислення VaR кредитного портфеля чи оцінювання втрат страхової компанії, пов'язаних з продажем страхових полісів для певних категорій населення, навіть лог-нормальний та гама-розподіли не мають достатньо „товстих хвостів" та коефіцієнтів скручення (*skewness*), щоб адекватно відобразити відповідний ризик. Широкої популярності серед фахівців для моделювання ризику набувають узагальнений гама розподіл та розподіл Пірсона четвертого типу. Далі коротко розглянемо їх властивості, а детальнішу інформацію зацікавлений читач може знайти у роботах [5] та [6].

Фунцію щільності розподілу Пірсона четвертого типу (PTIV) можна записати у вигляді

$$f(x;\alpha,\delta,\rho)=k\left[\left(\frac{x-\alpha}{\delta}\right)^2+1\right]^{-\frac{1}{2}(\rho+2)}\exp\left[-\frac{\alpha\rho}{\delta}arctg\left(\frac{x-\alpha}{\delta}\right)\right], \tag{8}$$

де k – нормуючий множник, а математичне сподівання та варіація, відповідно, дорівнюють

$$\mu_1=0, \tag{9}$$

$$\mu_2=\frac{\alpha^2+\delta^2}{\rho-1}. \tag{10}$$

Для того, щоб порівняти нормальний розподіл з параметрами $(0,\sigma^2)$ з розподілом PTIV з тими самими значеннями очікуваного середнього та варіації, наведемо їх графічну ілюстрацію їх функцій щільності

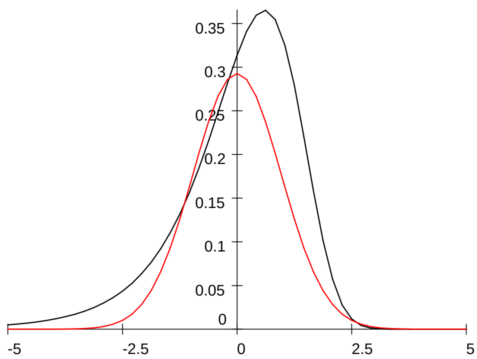

Рис. 6. Функції щільності нормально розподіленої випадкової величини (пунктирна лінія) та розподілу PTIV з параметрами $\alpha=3$, $\delta=2$, $\rho=8$ (суцільна лінія)

Як ми вже зазначали, навіть, гама-розподіл

$$f(x;a,b)=\frac{1}{b^a\Gamma(a)}x^{a-1}e^{-x/b} \tag{11}$$

має часто недостатньо “товстий хвіст”, щоб використовувати його у ризик-менеджменті.

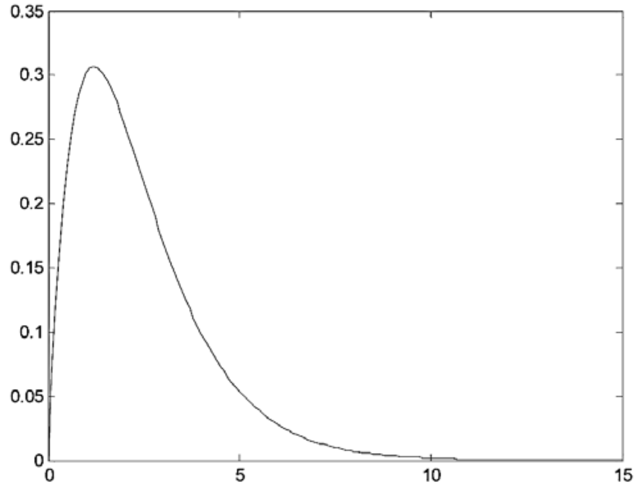

Рис. 7. Функція щільності гама розподіленої випадкової величини, a=2, b=1,2

Тому у практику ризик-менеджменту широко увійшли такі різноманітні узагальнення гама-розподілу як розподіл Вейбула (*Weibull*), Бура (*Burr*), узагальнений гама-розподіл (GG). Останній з перелічених розподілів є найгнучкішим, тобто при деяких фіксованих значеннях параметрів включає в себе інші розподіли:

$$f(x;\nu,\gamma,c)=\frac{c^{-\gamma\nu}\gamma}{\Gamma(\nu)}(x-\mu)^{\gamma\nu}\exp(-((x-\mu)/c)^{\gamma}) \tag{12}$$

де $\nu>0$, $\gamma>0$, $c>0$, та $\Gamma(\cdot)$ позначає звичайну гама-функцію і

$$\mu=-c\frac{\Gamma(\nu+1/\gamma)}{\Gamma(\nu)} \tag{13}$$

Математичне сподівання та варіація GG розподіленої випадкової величини, відповідно, дорівнюють

$$\mu_1=0, \tag{14}$$

$$\mu_2=c^2\left(\frac{\Gamma(\nu+2/\gamma)}{\Gamma(\nu)}-\left(\frac{\Gamma(\nu+1/\gamma)}{\Gamma(\nu)}\right)^2\right). \tag{15}$$

Оцінку параметрів розподілу GG вже імплементовано у багатьох сучасних статистичних та економетричних пакетах. Якщо специфікувати параметричний розподіл прибутковості компанії, то не виникає жодних труднощів при обчисленні VaR, використовуючи формулу (3). Перевагою розподілів PTIV та GG є те, що існує взаємнооднозначна відповідність між їх параметрами та їх першими чотирма центральними моментами, тобто існує достатньо гнучкості для контролю “товстих хвостів” та коефіцієнта скручення [5, 6]. Проте виникає проблема моделювання узгодженості коливань вартості активів компанії, які не підлягають нормальному розподілу. Тільки для нормальних граничних розподілів біноміальні чи поліноміальні розподіли можна моделювати за допомогою матриці варіацій-коваріацій. Якщо ж припущення нормальності не відповідає непараметричним статистичним оцінкам, то одним з найпоширеніших методів є метод копул [7]. Найуживанішими копулами у сучасному ризик-менеджменті є *t*-копула та Архімедові копули (Гумбеля, Клейтона, Франка та Алі-Міхаїла-Хага). Проте детальний опис методик використання копул та спеціальних розподілів виходить за межі цієї публікації.

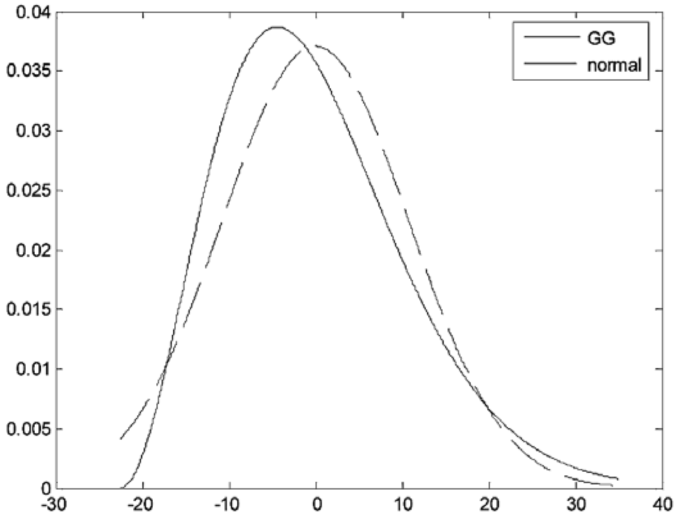

Рис. 8. Функція щільності узагальненої гама розподіленої випадкової величини (суцільна лінія), $c = 15$, $\nu = 2$, $\gamma = 1.5$ *, та нормально розподіленої випадкової величини (пунктирна лінія) з однаковим математичним сподіванням та варіацією*

Висновки. Сучасний ризик-менеджмент використовує числово інтенсивні методи моделювання. Насамперед на практиці рідко можна зустріти нормально розподілені випадкові величини, що характеризують розподіл прибутковості активів. Тому використання гнучких параметричних розподілів стає необхідним атрибутом ризик-менеджера, що спричиняє необхідність вміти моделювати багатовимірні розподіли на основі граничних, використовуючи копули. Це може пояснити ситуацію, чому управлінню ризиками приділяють більше уваги великі компанії, які можуть собі дозволити тримати в штаті ризик-менеджера. Хоча, з теоретичної точки зору, саме малі компанії є вразливішими до ризику. Ця стаття обґрунтовує складність процесу адекватної імплементації VaR в сучасних бізнес-реаліях. Запропоновані гнучкі сім’ї розподілів можна використовувати як і в сучасному портфельному інвестиційному ризик-менеджменті, страховому менеджменті, так і в ризик-менеджменті холдингової компанії чи корпорації.

Перспективи подальших досліджень. Сучасний стан розвитку бізнесу в Україні вимагає від менеджерів великих компаній з іноземним капіталом вміти формувати частину річних фінансових звітів з врахуванням ризиковості активів компанії, вимірювати ризик та демонструвати акціонерам ефективні шляхи управління ризиками компанії. Проте існуючі методики управління ризиками компанії, зокрема, методики управління кредитними ризиками в комерційних банках України, не дозволяють адаптувати гнучкі сім’ї розподілів до знаходження вартості під ризиком кредитного портфеля. Запропонована методика дозволить на практиці вимірювати VaR активів компанії, що не є нормально розподіленими. Перспективою подальших досліджень є розроблення економетричних пакетів, що дозволять оцінити параметри розподілів, що розглядаються в цій статті і характеризують досліджувані грошові потоки, та на їх основі знаходити відповідні міри ризику портфеля активів компанії.

1. Маккарти М.П., Флинн Т.П. Риск: управление риском на уровне топ-менеджеров и советов директоров. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 234 с. 2. Пикфорд Д. Управление рисками. – М.: ООО ”Вершина”, 2004. – 352 с. 3. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Лобанов А.А., Чугунов А.В. и др. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 875 с. 4. Stulz R. Rethinking of risk management. Journal of Applied Corporate Finance, 1996. – Vol. 3. – №3. – P. 8–24. 5. Holly A , Pentsak Y. Maximum likelihood estimation of the conditional mean E(y /x) for skewed dependent variables in four-parameter families of distribution / International Conference on Health Policy Research, Chicago, Illinois, 2003. 6. Manning W.G. , Basu A. , Mullahy J. Generalized modeling approaches to risk adjustment of skewed outcomes data. Journal of Health Economics, 2005. – Vol. 24. – P. 465 – 488. 7. Nelsen R.G. An introduction to copulas. Springer, 1998. –215 p.