

Obr. 7: Priebeh merných normálových síl v spodnej (1) a hornej (3) vrstve pozdĺž rezu I-J

**Záver.** V článku je uvedený analytický a numerický prístup modelovania sendvičovej dosky s okrajovými vrstvami vytvorenými z laminátov. Sú zavedené predpoklady riešenia, ktoré sú vhodné pre veľmi tenké okrajové vrstvy. Výpočet bol kontrolovaný programovým systémom COSMOS/M. Boli dopočítané efektívne materiálové charakteristiky náhradného ekvivalentu, ktoré boli implementované do výpočtu.

Príspevok vznikol v rámci riešenia VEGA 1/4202/07.

1. Agarwal, B. D. - Broutman, L. J.: *Vláknové kompozity*, Praha, 1987. 2. Altenbach, H. - Altenbach, J. - Kissing, W.: *Structural analysis of laminate and sandwich beams and plates*, Lublin, 2001. 3. Lovíšek, J.: *Optimal control of a variational inequality with controls in coefficients. Applications to structural analysis – Mindlin- Timoshenko plate*, ZAMM-Z. angew. Math. Mech. 74(1994) 8, str. 307-324. 4. Ďuraj, J., Tóthová, D., Kormaníková, E.: *Numerická analýza pružne podopretej obdĺžnikovej sendvičovej dosky, Staticko-konštrukčné a stavebno-fyzikálne problémy stavebných konštrukcií*, Tatranská Lomnica, ISBN 80-232-0221-9, str. 241-246, 2003.

**Kotrasová K.**

Technická univerzita,  
Ústav inžinierskeho stavebníctva,  
Katedra stavebnej mechaniky,  
Slovensko, 040 02 Košice, Vysokoškolská 4  
E-mail: [kamila.kotrasova@tuke.sk](mailto:kamila.kotrasova@tuke.sk)

## NÁDRŽ, KVAPALINA A PODLOŽIE

© Kotrasová K., 2007

**This article contains description of some methods for solution of response of vertical rectangular containment with fluid on the soil, which is subject to horizontal seismic loads. First part of the present article considers impulsive and convective components of the fluid with various dynamic behaviours. The special method of calculation of response of containment is described in further part of the paper. Computer-program Cosmos/M was used.**

**Úvod.** Zemetrasenie samo o sebe nepredstavuje priame nebezpečenstvo pre človeka a životné prostredie. Dôsledkom zemetrasenia je pôsobenie pohybu zemského povrchu na existujúce stavby, ktorých porušenie až zrútenie spôsobuje rozsiahle následky. Aj vo väčšej vzdialenosti od epicentra môžu ešte

seizmické vlny spôsobíť značné škody. Zemetrasenia však nevedú len k bezprostredným škodám, ako strate ľudských životov a ničeniu infraštruktúry a majetku, ale ich dôsledok je aj obmedzovanie priemyselnej produkcie v dôsledku zničenia zásobovania energiou vedie k rozsiahlym následkom pri opätovnej výstavbe a sťažujú návrat do normálneho chodu spoločnosti. Na stavebných dielach slúžiacich na uskladnenie kvapalín v prípade silnejších zemetrasení bývajú vždy poškodenia. Síce hospodárska hodnota nádrže aj s obsahom pritom nie je rozhodujúca pre bezpečnostné požiadavky, ale následné škody sú často oveľa závažnejšie, pretože poškodenie uskladňovacieho stavebného diela, môže vždy podľa funkcie príslušného zariadenia priniesť veľké ohrozenie pre človeka a obklopujúce životné prostredie.

Často sa bežné úlohy dynamickej interakcie kvapaliny s nádržou pri seizmickom buzení zjednodušujú a riešia pomocou poloempirických, analytických, poloanalytických metód a pod. [1-5]. Spravidla sa zjednodušuje hydrodynamická stránka problému.

Obsahom tohto príspevku je riešenie numerickým zjednodušením dynamickej interakcie kvapaliny s nádržou pri uvažovaní seizmického buzenia, rešpektujúc ustanovenia uvedené v PrEN 1998-4: Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 4: Silos, tanks and pipelines [6-8]. Sústava kvapalina-pravouhlá nádrž-podložie bola modelovaná metódou konečných prvkov programom CosmosM.

**Housnerova metóda.** Housner (1963) predpokladal, že nádrž je zvislá, pravouhlá a tuhá; kvapalina neväzká, nestlačiteľná a nevírivá [1] (obr. 1). Uvažoval horizontálny seizmický pohyb podložia (v smere osi  $x$ ). Ďalej predpokladal, že ak celková hmotnosť náplne nádrže  $M$  sa dá do pohybu vo vodorovnom smere  $x$ , potom jej istá časť  $M_i$  (impulzová hmotnosť) sa pohybuje spolu so stenami tuhej nádrže. V dôsledku seizmického buzenia vzniká nízkofrekvenčné kmitanie voľnej hladiny kvapaliny, ktorú Housner modeluje hmotnosťou prúdiacej kvapaliny  $M_c$  (konvektívna hmotnosť). Housner predpokladal, že je so stenou spojená pomocou pružiny s tuhosťou  $K$ . Celkový hydrodynamický tlak sa skladá z tlaku vyvolaného hmotnosťou  $M_i$  a  $M_c$ . Podľa Newmarka a Rosenbluetha [1] je

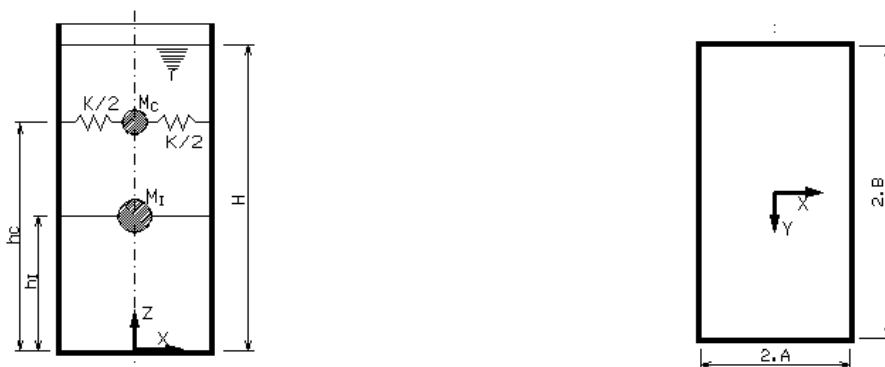
$$M_i = M \frac{\tanh(1,7A/H)}{1,7A/H} \quad (1)$$

$$M_c = 0,83M \frac{\tanh(1,6H/A)}{1,6H/A} \quad (2)$$

$$K = 3 \frac{M_c^2 gH}{M A^2} \quad (3)$$

$$h_i = 0,38H \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{M}{M_i} - 1 \right) \right\} \quad (4)$$

$$h_c = H \left\{ 1 - 0,33 \frac{M}{M_c} \left( \frac{A}{H} \right)^2 + 0,63\beta \frac{A}{H} \sqrt{0,28 \left( \frac{AM}{HM_c} \right)^2 - 1} \right\} \quad (5)$$



Obr. 1 Rez a pôdorys pravouhlej nádrže naplnenej kvapalinou

kde  $g$  je tiažové zrýchlenie. Konštanty  $\alpha$  a  $\beta$  v rovniciach (4) a (5) majú hodnoty  $\alpha = 1,33$  a  $\beta = 2,0$ , keď sa pri výpočte uvažuje pôsobenie hydrodynamického tlaku aj na dno nádrže. Ak ide len o výpočet stien nádrže, potom je  $\alpha = 0$  a  $\beta = 1$ .

**Interakcie nádrže naplnenej kvapalinou a podloží pri pôsobení zemetrasenia.** Predpokladáme, že nádrž je zvislá, pravouhlá, tuhá a nekonečne dlhá (kanál, plavebná komora) a uvažujeme s ideálnou, nestlačiteľnou a nevírivou kvapalinou. Predpokladáme horizontálny seizmický pohyb podložia. Pohyb kvapaliny v nádrži možno vyjadriť ako tuhý impulz a účinok prúdenia. Tlak je súčtom impulzového a prúdiaceho príspevku [6-8].

$$p(z, t) = p_i(z, t) + p_c(z, t) \quad (6)$$

Predpokladáme, že nádrž je zvislá, pravouhlá, tuhá a kvapalina ideálna, nestlačiteľná a nevírivá. Predpokladáme horizontálny seizmický pohyb podložia. Pohyb kvapaliny v nádrži možno vyjadriť ako tuhý impulz a účinok prúdenia. Tlak je súčtom impulzového a prúdiaceho príspevku

Impulzová zložka má veľkosť

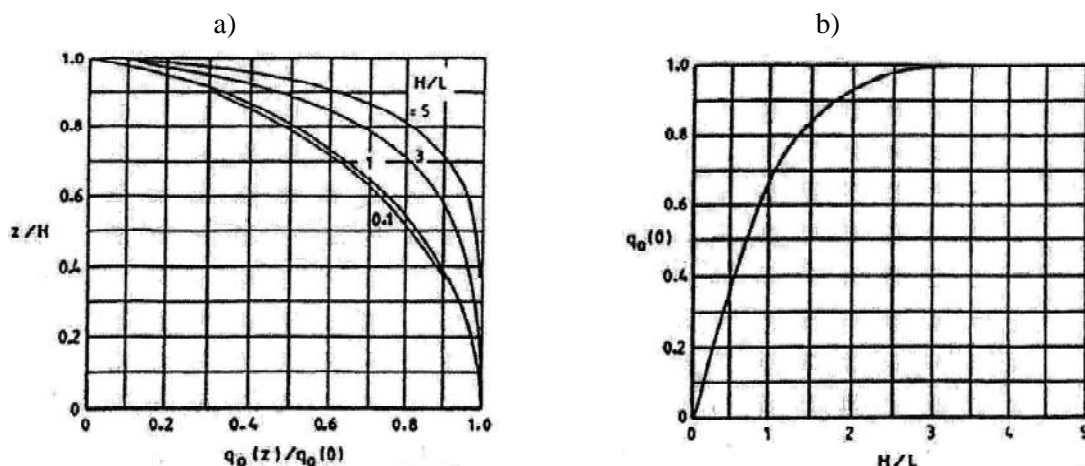
$$p_i(z, t) = q_0(z) \rho L A_g(t) \quad (7)$$

kde  $\rho$  je hustota kvapaliny,  $L$  je polovica šírky nádrže v smere seizmického budenia, pričom funkcia  $q_0(z)$ , ktorá udáva zmenu  $p_i(\cdot)$  po výške je znázornená na obr. 2, [6,7].  $A_g(t)$  predstavuje seizmický pohyb voľného poľa so špičkovou hodnotou  $a_g$  (návrhové seizmické zrýchlenie). Do vzorca (7) obyčajne dosadzujeme miesto  $A_g(t)$  poradnicu spektra odozvy s primeraným pomerným útlmom (obyčajne 5 %), ktorá zodpovedá impulzovej perióde

$$T_i = 2\pi \sqrt{\frac{d_f}{g}} \quad (8)$$

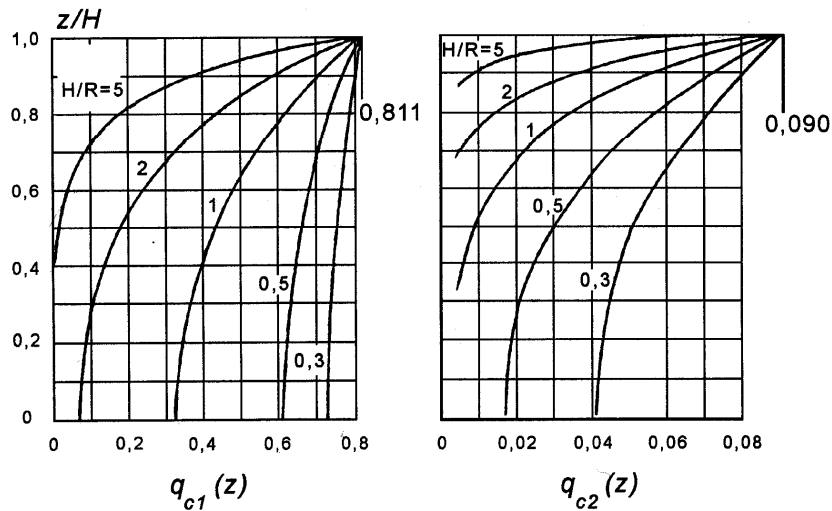
kde  $d_f$  je výchylka steny vo zvislej stredovej čiare a vo výške impulzových hmotností, pričom stena je zaťažovaná rovnomerným zaťažením v smere seizmického pohybu a o veľkosti  $m_1^*g/4BH$ , pričom  $2B$  je šírka nádrže kolmo na smer zaťaženia.  $m_1^*$  je impulzová hmotnosť, do ktorej je zahrnutá aj hmotnosť steny.

Numerické hodnoty funkcie  $q_0(z)$  sú blízke údajom pre valcovú nádrž s polomerom  $R = L$ . Zložka tlaku od prúdenia kvapaliny je daná sumáciou modálnych zložiek. Numerické hodnoty funkcie  $q_0(z)$  sú blízke údajom pre valcovú nádrž s polomerom  $R = L$ .



Obr. 2. (a) Bezrozmerné impulzové tlaky na stenu pravouhlej nádrže kolmej na smer seizmického budenia;  
(b) Maximálna hodnota bezrozmerných impulzových tlakov na smer seizmického pohybu

Zložka tlaku od prúdenia kvapaliny je daná sumáciou modálnych zložiek (tvary špliechania), pričom každá má rozdielny priebeh v čase. Hlavný príspevok tlaku od prúdenia je od základného tvaru, t.j.



Obr. 3. bezrozmerné tlaky od prúdenia na stenu pravouhlej nádrže kolmej na smer seizmického pohybu

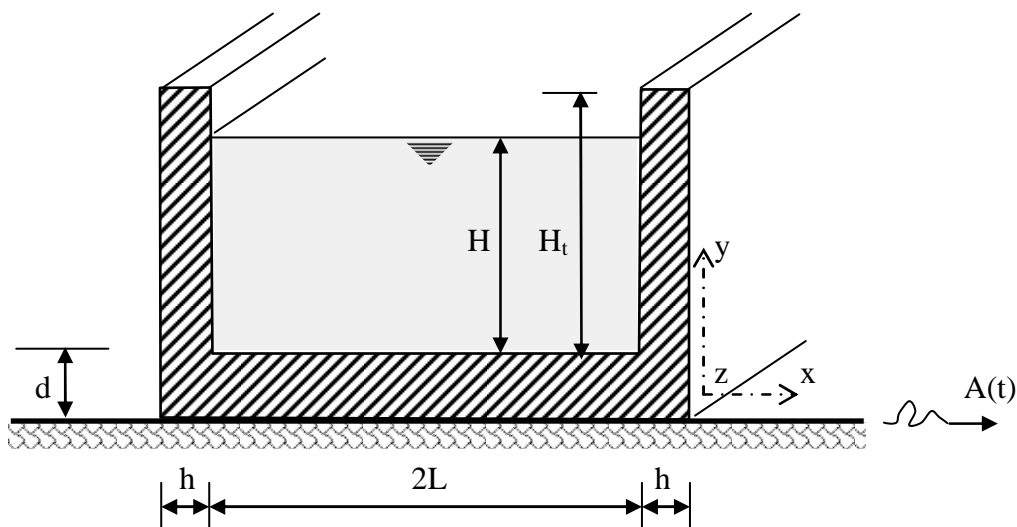
$$p_{c1}(z, t) = q_{c1}(z) \rho L A_1(t) \quad (9)$$

kde funkcia  $q_{c1}(z)$  je na obr. 3, [6,7], spolu s druhým tvarovým príspevkom  $q_{c2}(z)$  a  $A_1(t)$  je funkcia zrýchlenia odozvy jednoduchého oscilátora s frekvenciou prvého tvaru a s primeraným pomerným útlmom (0,5 %) od seizmického vstupu  $A_g(t)$ . Do vzorca (9) obyčajne dosadzujeme miesto  $A_1(t)$  príslušnú poradnicu spektra odozvy.

Periódka kmitania prvého tvaru špliechania je

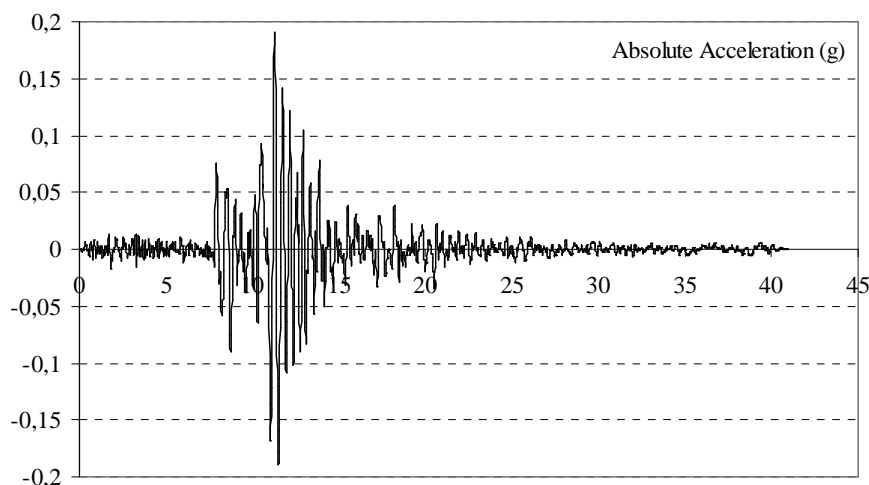
$$T_1 = 2\pi \left( \frac{L/g}{\frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{\pi H}{2L}\right)} \right)^{1/2} \quad (10)$$

**Numerický experiment.** Vlastné riešenie bolo vykonané na príklade nekonečne dlhej nádrže, kde seizmické budenie bolo uvažované len v horizontálnom smere, v smere osi  $x$  (obr. 4). Zanedbané bolo pozdĺžne vlnenie. Nádrž je rozkmitaná v naznačenom smere (obr. 3) akcelerogramom Loma Prieta (obr. 5).

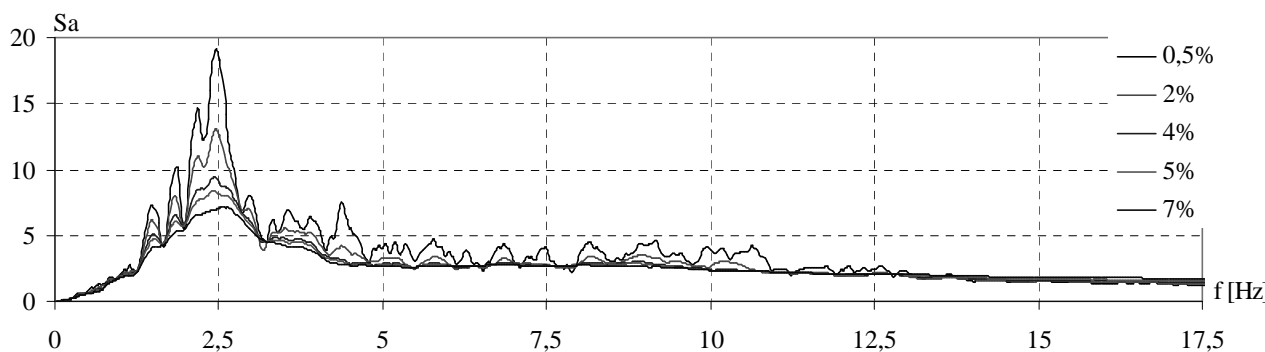


Obr. 4. Priečny rez nádržou

Nádrž je vyhotovená zo železobetónu (modul pružnosti  $E = 3,4 \cdot 10^{10}$  Pa, hustota  $\rho_b = 2\,540$  kg/m<sup>3</sup>). Nádrž je naplnená vodou s výškou hladiny  $H = 2,6$  m, hustoty  $\rho_w = 1\,000$  kg/m<sup>3</sup>.



Obr. 5. Akcelerogram Loma Prieta, California (18.10.1989)



Obr. 6: Spektrá seizmickej odozvy akcelerogramu Loma Prieta z obr.5

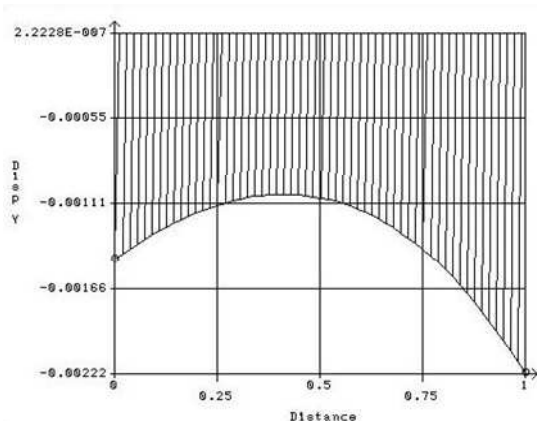
Nádrž bola modelovaná postupom doporučovaným STN EN 1998-4 Eurokód 8, 2002. Na teleso nádrže pôsobí hydrostatické a hydrodynamické zaťaženie. Hydrodynamické zaťaženie je vypočítané podľa vzorcov (6) – (10) a obrázkov (2) a (3). Na sumáciu jednotlivých hydrodynamických účinkov bol použitý konzervatívny spôsob.

Poradnica spektra s pomerným útlmom 5 % z obr. 6, zodpovedajúca impulzovej perióde, je 1,87 m/s<sup>2</sup>. Pomocou nej sme určili impulzové tlaky získané pomocou vzťahu (7) (tab. 1). Vlastná frekvencia prvého tvaru špliechania podľa vzťahu (10) je  $f_{c1} = 0,380$  Hz, ktorej zodpovedá poradnica spektra  $S_a = 0,595$  m/s<sup>2</sup> z obr. 6 pre pomerný útlm 0,5 %. V tabuľke 1 sú uvedené aj tlaky od prúdenia určené pomocou vzťahov (8) a zotrvačné sily určené hmotnosťou stien a maximálnym zrýchlením.

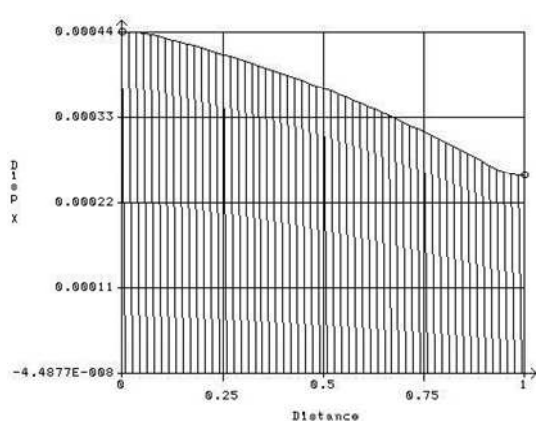
Tabuľka 1

**Tlaky pôsobiace na stenu nádrže od horizontálneho budenia**

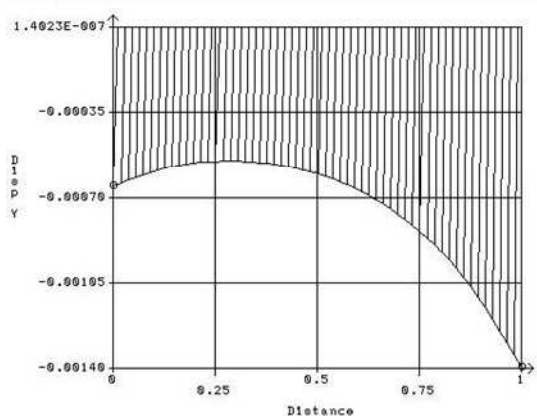
y (m)	Hydrostatický tlak (kPa)	Impulzový tlak (kPa)	Zotrvačné sily od kmitania stien (kPa)	Tlak od prúdenia (kPa)
2,60	0,0	0,00	1,42	1,24
2,08	5,1	1,41	1,42	0,94
1,56	10,2	2,51	1,42	0,70
1,04	15,3	3,29	1,42	0,60
0,52	20,4	3,76	1,42	0,51
0,00	25,5	3,92	1,42	0,49



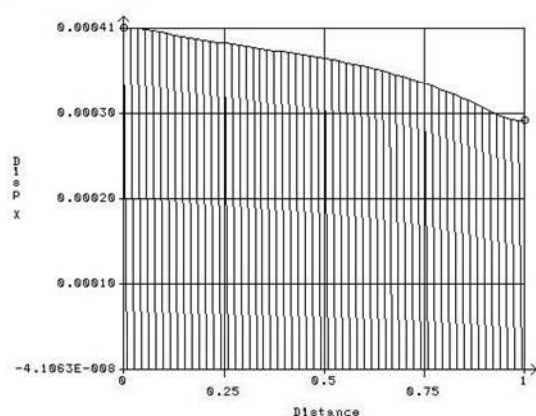
Obr.7. Vertikálne deformácie dna nádrže od pôsobenia kvapalinovej náplne a vlastnej hmotnosti nádrže v [m]



Obr. 8. Horizontálne deformácie dna nádrže od pôsobenia kvapalinovej náplne a vlastnej hmotnosti nádrže v [m]



Obr. 9. Vertikálne deformácie dna nádrže len od pôsobenia kvapalinovej náplne nádrže v [m], riešené programom Cosmos/M



Obr.10. Horizontálne deformácie dna nádrže len od pôsobenia kvapalinovej náplne nádrže v [m], riešené programom Cosmos/M

Na obr. 7 a 8 sú znázornené vertikálne a horizontálne deformácie dna nádrže [m] od účinku seizmického budenia, vrátane uvažovania vlastnej hmotnosti telesa. Na obr. 9 a 10 sú znázornené vertikálne a horizontálne deformácie dna nádrže [m] len od pôsobenia zemetrasenia. Podložie bolo modelované sústavou nezávislých vertikálnych a horizontálnych pružín. Riešenie bolo získané riešením programom Cosmos/M.

**PodĎakovanie.** Projekt bol realizovaný za finančnej podpory zo štátnych prostriedkov prostredníctvom Grantovej agentúry Slovenskej republiky VEGA č. 1/4197/07.

1. Krištofovič, V., Grajciar, I., Kotrasová, K.: *Dynamická interakcia sústavy kvapaliny s pravouhlou nádržou pri seizmickom budení*. Zborník z konferencie „Staticko – konštrukčné a stavebno – fyzikálne problémy stavebných konštrukcií“. Štrbské Pleso, Vysoké Tatry, 2006. 2. Juhásová, E.: *Pôsobenie seizmických pohybov na stavebné konštrukcie*, VEDA, vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, Bratislava, 1985. 3. Melcer, J.: *Amplitude and frequency composition of seismic load due to transport around transport wals*. Zborník DYN-WIND'2003, SvF ŽU Tále, 19.-22. mája 2003, ISBN 80-8070-066-4. 4. Hlavňa, V., Sojčák, D.: *Circumfluence of the cylinder in a non-conventional combustion engine*, In: *Journal of KONES -Powertrain and transport*. - ISSN 1231-4005. - Vol. 13, No. 2 (2006), s. 111-115. 5. Michalcová V.: *Numerická simulace zatížení budov v reálné atmosféře při různých směrech větru*. Zborník z konferencie „Staticko – konštrukčné a stavebno – fyzikálne problémy stavebných konštrukcií“. Štrbské Pleso, Vysoké Tatry, 2006, ISBN 80-8073-677-4. 6. PrEN 1998-4: *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 4: Silos, tanks and pipelines*. 7. STN EN 1998-1 *Eurokód 8 Navrhovanie konštrukcií na seizmickú odolnosť, Časť 1: Všeobecné pravidlá, seizmické zaťaženia a pravidlá pre pozemné stavby*. 8. STN 73 0036 *Seizmické zaťaženia stavebných konštrukcií*.