

РОЗРАХУНОК ЗАМКНУТИХ ПОВІТРЯНИХ ПРОШАРКІВ В ОГОРОДЖУВАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЯХ

© Строй А.Ф., Гирман Л.В., 2007

Розроблено математичні моделі фізичних процесів, які відбуваються під час передачі теплоти крізь повітряний прошарок.

Mathematical models of physical processes, which are realized at heat transfer through air layer are carried out.

Постановка проблеми. Замкнуті повітряні прошарки влаштовують у зовнішніх огорожувальних конструкціях з метою зменшення втрат теплоти крізь них, тобто з метою зменшення коефіцієнта теплопередачі. Це дає можливість одночасно знизити капітальні витрати на огорожувальну конструкцію. В [2] існує безліч рекомендацій з конструювання герметичних повітряних прошарків. У деяких літературних джерелах, зокрема в [3], наводяться дані, які характеризують опір теплопередачі залежно від товщини повітряного прошарку. Ці дані одержані експериментально і не можуть характеризувати повністю весь процес передачі теплоти крізь огорожувальну конструкцію. Вони не можуть також характеризувати, як буде змінюватись температура повітря в прошарку під час нагрівання його біля теплішої поверхні і охолодження біля холодної за різних конструктивних рішень повітряного прошарку. Наведені в літературі дані не дають можливості проаналізувати, як впливає висота повітряного прошарку на зміну коефіцієнта теплопередачі огорожувальної конструкції, а також місце розміщення повітряного прошарку стосовно осі огорожувальної конструкції. Відповідь на ці питання, а також на деякі інші, можна одержати, якщо розробити математичну модель фізичних процесів, які відбуваються за передачі теплоти крізь повітряний прошарок.

Мета роботи – розробити математичну модель процесу теплопередачі через повітряний прошарок.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо процес, який відбувається під час передачі теплоти крізь повітряний прошарок. У повітряному прошарку передача теплоти відбувається за рахунок конвекції та променевого теплообміну.

Величина променевого теплового потоку залежить від різниці температур на поверхні 1 та на поверхні 2 (рисунок).

Конвективний тепловий потік характеризується різницею температур між температурою повітря та температурою поверхні, яку омиває це повітря.

Щоб визначити конвективний тепловий потік в повітряному прошарку, необхідно знати температуру на поверхні 1 (t_1), на поверхні 2 (t_2), а також температуру повітря, яке омиває поверхню 1 (t_{n1}), та температуру повітря, яке омиває поверхню 2 (t_{n2}). Для визначення температур t_1 і t_2 потрібно скласти рівняння теплового балансу відповідно для поверхонь 1 і 2. Для визначення температур повітря біля поверхонь 1 і 2 необхідно скласти ще два рівняння. На рисунку показано схему теплових потоків, на основі якої записана математична модель (рівняння (1), (2), (3), (4)), яка характеризує процес передачі теплоти крізь повітряний прошарок.

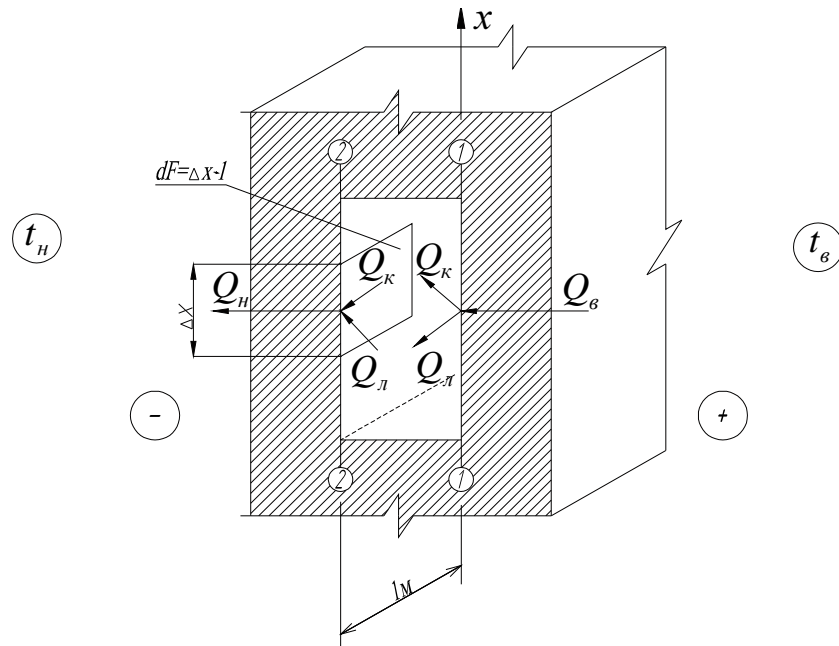


Схема теплових потоків в огорожувальній конструкції з замкненим повітряним прошарком:
1-1, 2-2 – відповідно поверхня 1 та поверхня 2 повітряного прошарку

$$\left\{ \begin{array}{l} k_g(t_g - t_1(x))dx1 = \alpha_{k1}(t_1(x) - t_{n1}(x))dx1 + c_0\varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273+t_1(x)}{100} \right)^4 - \left(\frac{273+t_2(x)}{100} \right)^4 \right] dx1; \quad (1) \\ \alpha_{k2}(t_{n2}(x) - t_2(x))dx1 + c_0\varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273+t_1(x)}{100} \right)^4 - \left(\frac{273+t_2(x)}{100} \right)^4 \right] dx1 = k_n(t_2(x) - t_n)dx1; \quad (2) \\ \alpha_{k1}(t_1(x) - t_{n1}(x))dx1 = W_1cdt_{n1}; \quad (3) \\ \alpha_{k2}(t_{n2}(x) - t_2(x))dx1 = W_2cdt_{n2}. \quad (4) \end{array} \right.$$

Рівняння (1) та (2) характеризують тепловий баланс на елементарній поверхні, площині $dF = dx1$ відповідно для поверхні 1 та поверхні 2 (рисунок). Рівняння (3) та (4) характеризують тепловий баланс повітря біля поверхонь 1 та 2.

У системі рівнянь прийняті такі умовні позначення:

k_g – коефіцієнт теплопередачі від повітря в приміщенні до поверхні 1;

t_g – температура повітря в приміщенні;

$t_1(x)$ – температура поверхні 1, яка залежить від координати x ;

α_{k1} – коефіцієнт конвективного теплообміну біля поверхні 1;

$t_{n1}(x)$ – середня температура повітря на елементарному прошарку Δx біля поверхні 1;

c_0 – коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла;

ε_{np} – приведений ступінь чорноти;

$t_2(x)$ – температура поверхні 2, яка залежить від координати x ;

α_{k2} – коефіцієнт конвективного теплообміну біля поверхні 2;

$t_{n2}(x)$ – середня температура повітря на елементарному прошарку Δx біля поверхні 2;

k_n – коефіцієнт теплопередачі від поверхні 2 до зовнішнього повітря;

W_1, W_2 – витрата повітря відповідно біля поверхні 1 та 2, $\frac{\text{кг}}{\text{с} \cdot \text{пм}}$;

c – теплоємність повітря, $c = 1005 \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C}$;

dt_{x1} – різниця температур, на яку нагрівається повітря на елементарному прошарку Δx ;

dt_{x2} – різниця температур, на яку охолоджується повітря на елементарному прошарку Δx .

Наведена система диференціальних рівнянь містить п'ять невідомих – чотири невідомі температури, точніше чотири функції температур, залежно від координати x , тобто функції $t_1(x)$, $t_2(x)$, $t_{cp1}(x)$ і $t_{cp2}(x)$. Невідомою також є витрата повітря, яке циркулює в повітряному прошарку, відповідно біля поверхонь 1 та 2. Варто зазначити, що потік повітря, який циркулює в прошарку, безперервний, тому можна зробити висновок, що $W_1 = W_2 = W$, але швидкість повітря та еквівалентний діаметр потоку біля різної поверхні може бути різною. Оскільки запропонована математична модель включає тільки чотири диференціальні рівняння (рівняння (1), (2), (3), (4)), то для розв'язання цієї системи необхідно її доповнити додатково ще одним рівнянням, яке характеризує рух повітря в прошарку. Це рівняння має такий вигляд:

$$\Delta P_{zp} = \left(\sum \xi_1 + \lambda_1 \frac{l}{d_{1екв}} \right) \frac{v_1^2}{2} \rho_{cp1} + \left(\sum \xi_2 + \lambda_2 \frac{l}{d_{2екв}} \right) \frac{v_2^2}{2} \rho_{cp2}. \quad (5)$$

У цьому рівнянні ΔP_{zp} – гравітаційний тиск, який виникає в прошарку за рахунок різниці температур повітря біля поверхонь 1 та 2:

$$\Delta P_{zp} = gl(\rho_{cp1} - \rho_{cp2}), \quad (6)$$

де g – прискорення вільного падіння, $g = 9,81 \frac{м}{с^2}$;

l – висота повітряного прошарку;

ρ_{cp1}, ρ_{cp2} – середня густина повітря відповідно біля поверхонь 1 та 2.

У рівнянні (5) прийняті такі умовні позначення:

$\sum \xi_1$ – сума коефіцієнтів місцевого опору для потоку повітря біля поверхні 1;

λ_1 – коефіцієнт тертя, яке виникає внаслідок руху повітря біля поверхні 1;

$d_{1екв}$ – еквівалентний діаметр потоку повітря біля поверхні 1;

v_1 – швидкість повітряного потоку біля поверхні 1.

Аналогічні параметри з нижнім індексом "2" відносяться до поверхні 2.

З метою спрощення запропонованої системи рівнянь розглянемо математичну модель детальніше. Зокрема, для середніх температур повітря біля поверхонь 1 та 2 рівняння теплового балансу (1) і (2) можна записати в дещо спрощеному вигляді. До того ж, якщо ввести додатково спрощуючу передумову і прийняти, що температура на поверхні 1 та на поверхні 2 не залежить від координати x , то в цьому випадку математична модель матиме такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_v(t_g - t_1) = \alpha_{k1}(t_1 - t_{n1}(x)) + c_0 \varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273+t_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{273+t_2}{100} \right)^4 \right]; \quad (7) \\ \alpha_{k2}(t_{n2}(x) - t_2) + c_0 \varepsilon_{np} \left[\left(\frac{273+t_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{273+t_2}{100} \right)^4 \right] = k_n(t_2 - t_n); \quad (8) \\ \alpha_{k1}(t_1 - t_{n1}(x)) dx_1 = W_1 c dt_{n1}; \quad (9) \\ \alpha_{k2}(t_{n2}(x) - t_2) dx_1 = W_2 c dt_{n2}; \quad (10) \\ \Delta P_{zp} = \left(\sum \xi_1 + \lambda_1 \frac{l}{d_{1екв}} \right) \frac{v_1^2}{2} \rho_{cp1} + \left(\sum \xi_2 + \lambda_2 \frac{l}{d_{2екв}} \right) \frac{v_2^2}{2} \rho_{cp2}. \quad (11) \end{array} \right.$$

Спрощення про те, що температура на поверхнях 1 і 2 не залежить від координати x , може бути обґрунтовано малою теплоємністю та теплопровідністю повітря порівняно з матеріалом огородження.

Алгоритм розв'язання запропонованої математичної моделі, тобто алгоритм розв'язання системи рівнянь (7) ÷ (11) може бути таким. На початковому етапі необхідно рівняння (7) та (8) доповнити рівнянням:

$$k_6(t_6 - t_1) = k_n(t_2 - t_n), \quad (12)$$

яке характеризує стаціонарний процес теплопередачі, і визначити можливий діапазон змін температур на поверхнях 1 і 2 та діапазон змін середніх температур повітря біля цих поверхонь у випадку, коли передбачається повітряний прошарок в стіні [1]. Далі проінтегруємо диференційні рівняння (9) та (10). Після інтегрування та відповідних перетворень одержимо:

$$t_{n1}(x) = t_1 - C_1 e^{\frac{\alpha_{k1} x}{W_1 c}}; \quad (13)$$

$$t_{n2}(x) = t_2 + C_2 e^{\frac{\alpha_{k2} x}{W_2 c}}. \quad (14)$$

За $x = 0$ рівняння (13) та (14) матимуть такий вигляд:

$$t_{n1}(0) = t_1 - C_1,$$

$$t_{n2}(0) = t_2 + C_2.$$

За $x = h$ (h – висота повітряного прошарку) рівняння (13) та (14) можна записати:

$$t_{n1}(h) = t_1 - C_1 e^{\frac{\alpha_{k1} h}{W_1 c}};$$

$$t_{n2}(h) = t_2 + C_2 e^{\frac{\alpha_{k2} h}{W_2 c}}.$$

Середню температуру повітря прошарку біля поверхні 1 можна визначити як середнє арифметичне значення:

$$t_{n1}^{cp} = \frac{t_{n1}(0) + t_{n1}(h)}{2} = \frac{t_1 - C_1 + t_1 - C_1 e^{\frac{\alpha_{k1} h}{W_1 c}}}{2};$$

$$t_{n1}^{cp} = t_1 - C_1 \frac{1 + e^{\frac{\alpha_{k1} h}{W_1 c}}}{2}. \quad (15)$$

Аналогічно можна визначити середню температуру повітря в прошарку біля поверхні 2:

$$t_{n2}^{cp} = t_2 + C_2 \frac{1 + e^{\frac{\alpha_{k2} h}{W_2 c}}}{2}. \quad (16)$$

Далі приймаємо групу значень температур t_1 , t_2 , t_{n1} та t_{n2} , які задовольняють рівнянням (7), (8) та (12). На основі температур t_{n1} та t_{n2} визначаємо гравітаційний тиск в прошарку, швидкість повітря та витрати повітря біля кожної з поверхні, а із рівнянь (15) та (16) – коефіцієнти C_1 та C_2 :

$$C_1 = \frac{2(t_1 - t_{n1}^{cp})}{1 + e^{\frac{\alpha_{k1} h}{W_1 c}}}; \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{2(t_{n2}^{cp} - t_2)}{1 + e^{\frac{\alpha_{k2} h}{W_2 c}}}. \quad (18)$$

Далі визначаємо температуру повітря біля поверхні 1 за $x=0$ і $x=h$, а також середню температуру повітря, тобто

$$t_{n1}(0) = t_1 - C_1;$$

$$t_{n1}(h) = t_1 - C_1 e^{\frac{\alpha_{k1} h}{W_1 c}};$$

$$t_{n1}^{cp} = \frac{t_{n1}(0) + t_{n1}(h)}{2}.$$

Аналогічно визначаємо температуру повітря біля поверхні 2:

$$t_{n2}(0) = t_2 + C_2;$$

$$t_{n2}(h) = t_2 + C_2 e^{\frac{\alpha_{k2} h}{W_2 c}};$$

$$t_{n2}^{cp} = \frac{t_{n2}(0) + t_{n2}(h)}{2}.$$

Якщо визначені температури збігаються з раніше прийнятими t_{n1}^{cp} та t_{n2}^{cp} , то можна зробити висновок, що ми одержали розв'язок поставленої задачі. Якщо визначені температури не збігаються, то необхідно прийняти іншу групу температур: t_1 , t_2 , t_{n1}^{cp} та t_{n2}^{cp} , і повторити розрахунок.

Висновок. Розроблені математичні моделі фізичних процесів, які відбуваються під час передачі теплоти крізь повітряний прошарок.

1. Строй А.Ф., Гирман Л.В. Диапазон оптимізації теплотехнічних характеристик огорожувальних конструкцій за допомогою повітряних прошарків: Сб. "Коммунальное хозяйство городов". – К.: Техніка, 2007. – С. 239–246. 2. Богословский В.Н. Строительная теплофизика. – М.: Высш. шк., 1982. – 415 с. 3. Маляренко В.А., Чайка Ю.И. Техническая теплофизика ограждающих конструкций зданий и сооружений. – Харків: Рубикон, 2001. – 280 с.