УДК 681

Я. Драган[1]**, В. Овсяк**[2]**, І. Сіроджа**[3]

[1] Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України

[2] Українська академія друкарства

[3] Національний технічний університет “Харківський авіаційний інститут”

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЕКТУВАЛЬНИХ РОБІТ

Розглянуто проблему дослідження вірогідності математичних моделей лінгвістичного, інформаційного і алгоритмічного забезпечення систем автоматизації проектувальних робіт.

Вступ

Сучасні проблеми проектувальних робіт, які реалізовані програмно, як правило, мають графічний інтерфейс користувача з інструментами, командами, меню, графіками і текстом, що вводяться “мишкою” з клавіатури. Правилами граматики мови проектування встановлено дії і послідовності дій, виконання яких забезпечує створення із структур даних фіксованих форматів баз даних як окремих етапів, так і проекту загалом. Проект твориться із окремих елементарних моделей, із яких вмілим проектантом синтезується модель майбутньої системи. Отож, програмно подібні лінгвістичне, інформаційне, математичне, а також алгоритмічне забезпечення системи автоматизації проектувальних робіт. Враховуючи те, що програма є специфічним, а власне алгоритмічною мовою, поданням алгоритму, робимо висновок, що лінгвістичне, інформаційне, математичне і алгоритмічне забезпечення можуть бути подані у вигляді алгоритмів.

Засобами теорії секвенційних алгоритмів [1], застосувавши методи синтезу, алгоритми можна подати формулами як у вигляді структури алгоритму, так і її моделей. Однак синтез моделей алгоритмів складних систем автоматизації проектувальних робіт не виключає помилок. Відомо, що на один долар затрат на етапі пошукових робіт, у випадку виявлення помилки під час налагодження серійного виробництва, її виправлення вже обходиться у 1000 доларів, а буває і так, що через принципові помилки проект виконується заново. Тому надзвичайно актуальною проблемою є дослідження математичних моделей систем автоматизації проектувальних робіт.

Для вирішення цієї проблеми авторами роботи обґрунтовано використання методу повної математичної індукції. Розглянуто особливості виконання дослідження математичних моделей систем автоматизації проектувальних робіт.

Означення

Терми – вирази мови, якими позначають об'єкти [2]. Наприклад, термами є $1, 7, 13, a, k, l, x, y, z, x, y=x, y=kx, y>x, y=x^2, z=x\&y, z=x\vee y, p:=q, 0+1, x\cdot y, f(x,y), A(x), F(x,y,z)$.

Терми, які не залежать ні від однієї змінної, поділятимемо на константи (наприклад, *0, 2*), параметри (наприклад, *a*, *k*, *l*) і змінні (*x*, *y*, *z*). Для позначення констант використовуємо символ *c* з будь-якими індексами або без них. З будь-якими індексами або без них, малими літерами із початку латинського алфавіту, позначатимо параметри. Для позначень змінних використовуємо малі літери із кінця латинського алфавіту з будь-якими індексами або без них.

Терми, які залежать від однієї або декількох змінних, поділятимо на предметні (наприклад, *p:=q, y=x, y=a+kx,* $y=x^2$, *z=x&y, x, y=x+z)*) та змінні (наприклад, *F(x), S(1,x), R(x,y), P(x,y,z)*). Змінні терми, які залежать від однієї або декількох змінних, позначимо великими літерами латинського алфавіту з будь-якими індексами або без них.

За означенням [2] операції секвенції

$$\overparen{(x,y),(\alpha,\beta)} = \left\{\begin{matrix} x \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\}, \left\{\begin{matrix} y \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\}$$

де *x, y* – терми, а α та β-секвенціани. Тобто секвенцією терму *x* присвоюється α–секвенціана, а терму *y* – β - секвенціана.

Якщо операцію секвентування виконати над

$$\left\{\begin{matrix} x \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\} \text{ та } \left\{\begin{matrix} y \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\},$$

то отримаємо такий вираз

$$\overparen{\left(\left\{\begin{matrix} x \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\} , \left\{\begin{matrix} y \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\}\right), (\alpha,\beta)} = \left\{\begin{matrix} \left\{\begin{matrix} x \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\} \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\}, \left\{\begin{matrix} \left\{\begin{matrix} y \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\} \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\}.$$

В ньому терм *x* має вже складну секвенціану, утворену секвенціанами αα, а терм *y* – секвенціанами *ββ.*

Означення. Встановлена операціями секвентування послідовність α- і β-секвенціан, називається рангом.

Наприклад, рангами є такі послідовності секвенціан, як *αα, ββ, αβ, βα.*

Означення. Терм, для якого встановлений його ранг, називається рангованим.

Наприклад, в

$$\left\{\begin{matrix} \left\{\begin{matrix} x \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\} \\ , \\ \alpha \end{matrix}\right\}, \left\{\begin{matrix} \left\{\begin{matrix} y \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\} \\ , \\ \beta \end{matrix}\right\}.$$

Терми *x* та *y* є рангованими і мають ранги *αα* та *ββ.*

Означення. Константи c_a, c_b, c_d з рангами, встановленими операціями секвентування

$$\overparen{\overparen{c_a \,:\, c_b} \,:\, c_d} : \ldots,$$

називаються областю значень.

Наприклад,

$$\overparen{\overparen{\overparen{1 ; 9}; 5} ; 3}$$

є областю значень тому, що кожна константа є рангована і ранги встановлені операціями секвентування. Рангом константи 1 є ααα, 2 – βαα, 5 – βα, 3 – β.

Позначатимо області значень з будь-якими індексами або без них великою літерою латинського алфавіту Q.

Ранговані терми, якими є змінні, залежні від змінних предметні і змінні терми, пробігають області значень.

Область значень рангованого терма є рангованою областю значень.

Наприклад. Нехай є такі ранговані терми

$$\widehat{y = 10\cdot x \;;\; z = y+5.}$$

Тоді

$$Q_1 = \widehat{1; 2}; \dots ,$$

є рангованою областю значень рангованої змінної,

$$Q_2 = \widehat{10; 20}; \dots ,$$

є рангованою областю областю значень рангованого предметного терма,

$$Q_3 = \widehat{15; 25}; \dots ,$$

є рангованою областю значень рангованого предметного терма z.

Означення. Рангований терм, який набирає значення тільки із заданої рангованої області значень, називається вірогідним.

Розглянуті в попередньому прикладі ранговані терми вірогідні тому, що вони набирають значення тільки із заданих рангованих областей значень.

Означення. Модель структури алгоритму всі ранговані терми якої набирають всі можливі значення тільки із заданих рангованих областей значень, називається вірогідною.

Математична індукція

Досліджують вірогідність моделі структури алгоритму за принципом математичної індукції. Формулюється він так [2]: твердження $T(x)$, де x пробігає натуральні числа, справедливе для будь-яких натуральних чисел, якщо:

а) встановлено, що воно справджується для початкового значення x;

б) із припущення його справджуваності для якого-небудь n встановлено, що воно існує і для $T(n+1)$.

Якщо T(x) для початкового та (n+1)-го значення доводиться аналогічно, то існує трансфінітна індукція [2], яка формулюється так: твердження T(x) справедливе для будь-якого натурального x, якщо із припущення його істинності для будь-якого натурального $x<n$ випливає, що T(x) істинне і при $x=n$.

Ранговані області значень є впорядкованими за рангами, тому для доведення вірогідності моделей структур алгоритмів може бути використана трансфінітна індукція.

Деколи, а особливо в математичних моделях сучасних інформаційно-технологічних систем, твердження $T(n)$ індукцією за n необхідно одночасно з $T(n)$ доводити індукцією за n низкою інших тверджень, без яких індукцію для $T(n)$ неможливо виконати. В таких випадках використання принципу математичної індукції називається доведенням сукупною математичною індукцією [2].

Іноді, як правило, в моделях складних систем, в яких кількість понять і тверджень, означуваних і таких, що доводяться сукупною математичною індукцією, записується тризначним числом. В таких випадках використання принципу математичної індукції називається доведенням складною сукупною індукцією [2].

Дослідження вірогідності моделі

Обмеження обсягу статті не дає змоги описати дослідження моделі структури алгоритму конкретної системи автоматизації проектувальних робіт. Тому, не порушуючи принципу досліджень, ми обмежимося викладенням дослідження математичної моделі структури відомого [3] алгоритму Евкліда, призначеного для знаходження найбільшого спільного дільника двох натуральних чисел a та b таких, що $a>b$. Нагадаємо, що найбільшим спільним дільником є таке натуральне число, на яке без остачі діляться одночасно числа a та b. Сам алгоритм полягає в діленні a на b і перевірці остачі на нульове значення. Якщо вона дорівнює нулю, то b і є шуканим найбільшим дільником. Інакше b ділиться на остачу і отримана остача перевіряється на збіг з нульовим значенням. У випадку збігу одержана від першого ділення остача і є найбільшим спільним дільником. При збігу пошук продовжується аналогічно.

Математична модель алгоритму Евкліда наведена формулою (1) секвенційної теорії алгоритмів. В ній є такі позначення: a, b - натуральні числа ($a \in Q_1=\overparen{2,3}, \ldots$, $b \in Q_2=\overparen{1,2}, \ldots$), для яких відшукується найбільший спільний дільник; := – знак термального оператора присвоєння; $p \in Q_1$ та $q \in Q_2$ в рангових термальних операторах $p:=a$ та $q:=b$; $(a>b)$ - термальний оператор умови, який набирає значення із секвенційної області $Q_5=\overparen{0, 1}$; $(r\neq 0)$ - умова циклічної секвенційної операції; $O(p,q)$ - термінальний оператор знаходження остачі від ділення p на q, який набирає значення із секвенційної області $Q_4=\overparen{0, 1, 2}, \ldots$, тут, при початковому проходженні циклу $p \in Q_1$, $q \in Q_2$, $r \in Q_n$; рангований оператор $p:=q$ має незалежні від проходження циклу значення q, $p \in Q_2$; $q=r$ - рангований оператор присвоєння із q, $r \in Q_2$; $C_{(r\neq 0)}$ – ознака продовження за умовою ; - рангований термінальний оператор присвоєння n найбільшого спільного дільника, n та $q \in Q_2$; $(r\neq 0)$ – рангована термінальна умова, яка набирає значення із секвенційної області Q_5.

Теорема. Математична модель, наведена нижче, вірогідна.

Доведення вірогідності моделі виконуємо трансфінітною сукупною математичною індукцією. Трансфінітною тому, що змінні та оператори набирають значення із секвенційних областей. В моделі є дві змінні (a та b) і цикл за умовою $(r\neq 0)$, для дослідження моделі, за якими потрібно тричі використовувати трансфінітну індукцію. Тому трансфінітна індукція буде сукупною.

$$\left(\begin{array}{l}
\left(\begin{array}{l} p := a \\ , \\ q := b \end{array}\right. \\
; \\
\vdash\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\dashv \\
\not\subset (r\neq 0) \qquad\qquad\qquad\qquad , * , (a>b) - ? \\
\left(\begin{array}{l}
r := O(p,Q) \\
; \\
\vdash\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\dashv \\
\left(\begin{array}{l} p := q , n := q , (r\neq 0) - ? \\ ; \\ q := r \end{array}\right. \\
; \\
C_{(r\neq 0)}
\end{array}\right.
\end{array}\right.$$

Якщо не користуватись звичайною математичною індукцією, то доведення треба було виконувати в декілька етапів. На першому етапі взяти початкові значення змінних a та b і дослідити вірогідність моделі. На другому етапі – для початкового значення a і будь-яких значень змінної b встановити вірогідність моделі. На третьому етапі довести вірогідність для початкового значення змінної b і будь-яких значень змінної a. Але ми застосовуємо трансфінітну сукупну індукцію.

Початковими значеннями змінних a та b є 2 та 1. В такому разі виконання $p:=a$ та $q:=b$ дає $p=2$ та $q=1$. Оскільки 2 є Q_1 та q є Q_2 , то p, q, b та a є вірогідними. Для $(a>b)$, підставивши значення, маємо $(2>1)$. Умова виконується, тобто термальний оператор $(2>1)$ набирає значення 1, яка належить Q_5. А це означає, що оператор $(2>1)$є вірогідним.

Далі знаходиться остача від ділення p на q (виконується оператор $O(p,q)$). Оскільки $p=2$, а $q=1$, то остача від ділення дорівнює нулю, тобто $O(2,1)=0$, а значить, після виконання оператора $r := (2,1)$ отримаємо $r=0$, яке належить Q_4. Тому $r:= O(2,1)$ є вірогідним термальним оператором.

В елімінуванні за умовою ($r \neq 0$), враховуючи, що $r = 0$, маємо невиконання умови, тобто оператор порівняння $(0 \neq 0)$ набуває значення 0, яке належить його секвенційній області значень Q_5. Тому оператор порівняння є вірогідним. Невиконання умови дає в результаті виконання операції елімінування оператор $n := q.A_{ne}\ q = 1$, тому виконання оператора дає $n = 1$, яке належить секвенційній області Q_2. Тому рангований термальний оператор $n := q$ є вірогідним.

Отже, встановлено, що якщо початковими значеннями змінних a та b будуть натуральні числа 2 та 1, то модель є вірогідною.

Однак початковими значеннями a та b можуть бути будь-які натуральні числа. Тому нехай $a = i$ та $b = j$, де $i \in Q_1$ та $b \in Q_2$.

Виконавши рангові оператори $p := a$ та $q := b$, отримаємо $p = i$ та $q = j$, які $p \in Q_1$ та $q \in Q_2$, що підтверджує вірогідність p, q та оператора присвоєння.

Далі умова $(a > b)$ операції елімінування може як не виконуватись, так і виконуватись. Допустимо, що $(i > j)$ не виконується. Тоді маємо порожній рангований термальний оператор, який позначений зірочкою (*) .Рангований термальний опеартор $(i > j)$ набуває значення 0, яке належить Q_5.. Тому він, як і *, є вірогідним. Це випадок, коли ділене менше або дорівнює дільникові і найбільший спільний дільник за алгоритмом Евкліда не відшукується.

Нехай умова $(i > j)$ виконується. Тоді рангований оператор порівняння $(i > j)$ виконується, набуває значення $1є\ Q_5$, яке є вірогідним. Виконання умови операції елімінування забезпечує перехід на початок циклу за умовою ($r \neq 0$), який починається знаходженням остачі від ділення p на q. Тут можливі два випадки: остача від ділення дорівнює і не дорівнює нулеві.

Випадок 1. Остача дорівнює нулеві. Тоді вірогідність встановлюється так, як тоді, коли остача дорівнює нулю для натуральних чисел 2 і 1.

Випадок 2. Остача не дорівнює нулеві. Тоді в операції елімінування умова ($r \neq 0$) виконується. Сам термальний рангований оператор порівняння ($r \neq 0$) набирає значення 0, яке належить Q_5, тому він є вірогідним. Далі виконується рангований термальний оператор $p := q$. Тут $q = j$, а $j \in Q_2$. Після виконання оператора отримаємо $p = j$, тобто значення оператора належить Q_2, а значить, є вірогідним. Потім виконується рангований термальний оператор $q := r$, а $r \in Q_2$ (а не Q_4, як у випадку 1), та після його виконання $q \in Q_2$. Отож, r та q набувають значень із заданої секвенційної області, тому є вірогідними. За ознакою циклу $c(r \neq 0)$ відбувається перехід на другий цикл знаходження остачі від ділення p на q.

На другому циклі $p \in Q_2$ (а не Q_1, як першому циклі). Остача від ділення знову може дорівнювати або не дорівнювати нулю. А ці два випадки ми вже розглянули і встановили вірогідність моделі.

Теорема доведена.

Висновки

1. Структури лінгвістичного, математичного, інформаційного і алгоритмічного забезпечення систем автоматизації проектувальних робіт можуть бути подані формулами теорії секвенційних алгоритмів.

2. Вірогідність математичних моделей структур лінгвістичного, математичного, інформаційного і алгоритмічного забезпечення систем автоматизації проектувальних робіт може бути доведена складною сукупною математичною інструкцією.

3. Встановлення вірогідності математичних моделей ще до практичної реалізації і апробації моделей забезпечує виявлення і виведення синтаксичних, семантичних і алгоритмічних помилок.

1. Овсяк В. Алгебра алгоритмів-секвенцій // Зб. наук. праць "Комп'ютерні технології друкарства". 1999. №3. С.3–13. 2. Математическая энциклопедия. Т.5. М.: Советская энциклопедия, 1984. 3. Успенский В.А., Семенов А.Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. М.: Наука, 1987.

УДК 621.396.6.004

К. Касьян

Запорізький державний технічний університет

ПРОБЛЕМИ ДІАГНОСТУВАННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ ПРИСТРОЇВ

Проаналізовано проблеми і сучасні підходи до діагностування радіоелектронних пристроїв. Обгрунтовано необхідність створення методів і засобів діагностування технічного стану радіоелектронних пристроїв, які б орієнтувалися на безперервний інформаційний супровід пристроїв протягом всього життєвого циклу, починаючи від технічного завдання до припинення.

Аналізуючи проблему діагностування радіоелектронних засобів, потрібно відзначити два її аспекти: науковий, або теоретичний і виробничий, або практичний. З наукового погляду технічна діагностика за останні три десятиріччя розглядалася у багатьох роботах. Їх умовно можна поділити на роботи з розроблення універсальних, фундаментальних методів і роботи з розроблення спеціалізованих, вузькоспрямованих методів.