

МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ В СТРУКТУРАХ З ДИСКРЕТНО НЕОДНОРІДНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

© Захарія Й., 2001

Розглянуто модифікований метод скінченних елементів для розв’язування задач стикування електромагнітних полів у структурі, заповненій неоднорідним середовищем. Відзначено результати застосування методу для аналізу поля у хвилеводному аплікаторі для гіпертермії.

Проектування і експлуатація аплікаторів для об’ємної гіпертермії біологічних об’єктів базується на електродинамічному аналізі розподілу густини потужності електромагнітного поля в об’ємі об’єкта. Математичне моделювання такого розподілу є засобом локалізації максимумів розподілу потужності у заданих точках об’єму біологічного середовища, засобом для усунення (послаблення) окремих максимумів [4]. У випадку хвилеводних аплікаторів виникають інші електродинамічні задачі, зокрема задачі стикування хвилеводів, заповнених неоднорідним середовищем. Дискретна неоднорідність біологічного середовища не дозволяє зручно описати розподіл напруженостей поля у площі з’єднання хвилеводів, а для аналізу необхідно застосовувати числові методи.

Розрахунок поля у дискретно неоднорідному середовищі є можливий за допомогою дискретизації середовища, в процесі якої на площі стику виникають скінченні поверхневі елементи (СЕ) як перерізи елементарних об’ємів дискретизації. Відомий метод стикування електродинамічних структур вимагає визначення поверхневого магнітного струму у площині стику [2, 5]. Однак дискретизація неоднорідного середовища ускладнює апроксимацію розподілу магнітного струму на поверхні СЕ. Така апроксимація має забезпечувати достатньо гладкий розподіл густини струму на площі стику при відсутності лінійно розподілених магнітних зарядів. Пропонований нижче модифікований метод СЕ дозволяє усунути згадані труднощі.

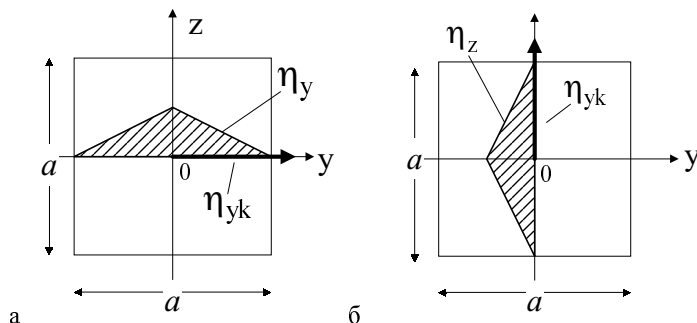


Рис. 1. Розподіл поверхневого магнітного струму на СЕ в напрямі координати y (а) і координати z (б).

Треба нагадати, що аналіз поля у неоднорідному середовищі базується на другій теоремі еквівалентності [2]. Відповідно до цієї теореми поляризаційний струм можна замінювати струмом провідності у вакуумі. Сингулярність і подвійні нескінченні суми рядів функцій Гріна ускладнюють аналіз. Принцип розрахунку електромагнітного поля з використанням магнітних струмів у площині стику передбачає розрахунок магнітних напруженостей для площі стику, закороченої електричною стінкою [5]. Неперервність

дотичної складової до площі стику напруженості магнітного поля є умовою для укладання системи рівнянь з невідомими магнітними струмами на СЕ. Переважно поле на одному боці стінки є відоме. Незалежно від способу укладання системи рівнянь треба розв'язувати ітераційними методами, наприклад методом спряжених градієнтів [3].

Зручно формувати квадратні СЕ (рис. 1). Розмір сторони СЕ, a , повинен бути малим порівняно з розмірами структури (розміри перерізу хвилеводу). Вважаємо, що густини поверхневого струму η_{yk}, η_{zk} є визначені в центрі СЕ. Розподіл густини струму на поверхні СЕ залежить лише від однієї координати

$$\eta_y = \eta_{yk} \left(1 \mp \frac{y}{a/2} \right); \quad \eta_z = \eta_{zk} \left(1 \mp \frac{z}{a/2} \right). \quad (1)$$

Для $y > 0, \eta_y = 0$ при $y = a/2$; для $y < 0$ - при $y = -a/2$. Тому на краях СЕ при $y = \pm a/2$ магнітні заряди відсутні. Магнітні заряди відсутні і на сторонах СЕ, паралельних до вектора густини струму. Подібним є розподіл густини поверхневого струму в напрямі координати z . Розподіл густини струму в площині стику доповнюємо додатковим розподілом, зображеним на рис. 2 переривчастою лінією. Додаткові елементи охоплюють два сусідні СЕ, але визначення густини поверхневого струму в центрі додаткового елемента є окремою проблемою. Недоцільно також збільшувати порядок системи рівнянь для розрахунку густин струму. Тому пропонуємо тут використати середню густину струму в центрі додаткового елемента

$$\eta_{yk,k-1} = \frac{\eta_{yk} + \eta_{yk-1}}{2}; \quad \eta_{yk,k+1} = \frac{\eta_{yk} + \eta_{yk+1}}{2}, \quad (2)$$

де η_{yk-1}, η_{yk+1} – максимальні густини струму у СЕ, охоплених додатковими елементами. Отже, отримуємо практично гладкий розподіл густини магнітного струму на площі стику.

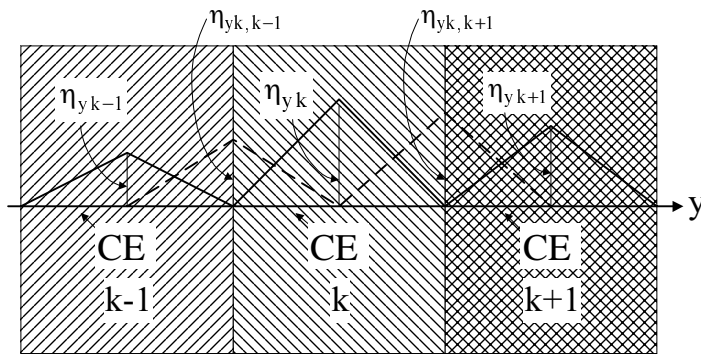


Рис. 2. Розподіл магнітного струму на СЕ (неперервні лінії) та розподіл додаткового струму (переривчасто)

Використання умови неперервності дотичної до СЕ напруженості магнітного поля вимагає попереднього розрахунку цих напруженостей з обох боків площі стику. Об'єми (1) (2) з обох боків площини стику є заповнені неоднорідним середовищем. Вважаємо, що в об'ємі (1) діє зовнішнє поле, максимальна електрична напруженість E_M якого є відома. Системи координат з обох боків площини стику позначимо як y, z та y', z' , і вважаємо, що ці системи збігаються. Напруженості зовнішнього магнітного поля, дотичні до площі стику в об'ємі (1), пропорційні напруженості E_M

$$H_{ypo} = E_M h_{ypo}; \quad H_{zpo} = E_M h_{zpo}. \quad (3)$$

Ці напруженості визначені для вакуумного заповнення структури та для закороченої площі стику біля кожного p -го СЕ. Для таких самих умов знаходять поляризаційні струми і відповідні електричні напруженості біля кожного k -го СЕ ($E_{xk}, E_{x'k}$) на основі розв'язання

відповідного інтегрального рівняння [4]. Напруженості магнітного поля, дотичні до р-го СЕ, і випромінювані поляризаційним струмом біля к-го СЕ, пропорційні відповідним електричним напруженостям (за умови, що середовище однорідне в напрямі координати \mathbf{x})

$$\mathbf{H}_{ypk} = \mathbf{E}_{xk} \mathbf{h}_{ypk}; \quad \mathbf{H}_{zpk} = \mathbf{E}_{xk} \mathbf{h}_{zpk}. \quad (4)$$

Отже, напруженості (3) і (4) є відомими.

Невідомими залишаються напруженості магнітного поля, випромінюваного поверхневим струмом в кожному СЕ. Ці напруженості визначаємо за допомогою функцій Гріна і векторного потенціалу електричного поля [1]. Складові напруженості магнітного поля в напрямі координати y виникають від струму η_{yk} , від струму η_{zk} , від додаткових струмів (2). Останні напруженості, випромінювані к-м і дотичні до р-го СЕ, запишемо як пропорційні густинам η_{yk}, η_{zk}

$$\mathbf{H}_{ypk}^{yk} = \eta_{yk} \mathbf{h}_{ypk}^{yk} = \frac{1}{2} (\mathbf{H}_{ypk-1}^{yk} + \mathbf{H}_{ypk+1}^{yk}); \quad \mathbf{H}_{ypk}^{zk} = \eta_{zk} \mathbf{h}_{ypk}^{zk} = \frac{1}{2} (\mathbf{H}_{ypk}^{zk} + \mathbf{H}_{ypk}^{zk}). \quad (5)$$

Магнітні струми в площі стику задовольняють теорему еквівалентності напруженостей поля і поверхневих струмів (перша теорема еквівалентності [1],[2]) для незмінного напрямку електричної напруженості в площі стику. Результируюча напруженість магнітного поля, дотичного до р-го СЕ, дорівнює

$$\mathbf{H}_{yp} = \mathbf{E}_M \mathbf{h}_{ypo} + \sum_{k=1}^N \mathbf{E}_{xk} \mathbf{h}_{ypk} + \sum_{k=1}^N \eta_{yk} (\mathbf{h}_{ypk}^y + \mathbf{h}_{ypk}^{yk}) + \sum_{k=1}^N \eta_{zk} (\mathbf{h}_{ypk}^z + \mathbf{h}_{ypk}^{zk}), \quad (6)$$

де \mathbf{h}_{ypk}^y – напруженість магнітного поля, випромінюваного безпосередньо к-м СЕ. Подібно можна записати другу складову напруженості магнітного поля \mathbf{H}_{zp} . В об'ємі (2) джерелом поля є лише поверхневі магнітні струми в площі стику, запис яких збігається з їх записом з боку об'єму (1), а їх поле в об'ємі (2) відповідно враховане коефіцієнтами. Таким самим способом, як вище, знайдемо магнітну напруженість в об'ємі (2) в напрямі координати y' , дотичну до СЕ

$$\mathbf{H}_{y'p} = \sum_{k=1}^N \eta_{yk} (\mathbf{h}_{y'y'p} + \mathbf{h}_{y'pk}^{y'} + \mathbf{h}_{y'pk}^{y'k}) + \sum_{k=1}^N \eta_{zk} (\mathbf{h}_{y'z'p} + \mathbf{h}_{y'pk}^{z'} + \mathbf{h}_{y'pk}^{z'k}). \quad (7)$$

Величина $\mathbf{h}_{y'pk}^{y'}$ визначає напруженість магнітного поля, випромінюваного поверхневим струмом на СЕ; $\mathbf{h}_{y'y'p}$ – напруженість, випромінювану поляризаційними струмами в об'ємі (2); $\mathbf{h}_{y'pk}^{y'k}$ – напруженість, випромінювану додатковими елементами в площині стику.

Систему рівнянь для розрахунку струмів η_{yk}, η_{zk} ($k = 1, N$) можна формувати на основі умови неперервності для обох координат [5]

$$\mathbf{H}_{yp} = \mathbf{H}_{y'p}; \quad \mathbf{H}_{zp} = \mathbf{H}_{z'p}. \quad (8)$$

Кожне з двох останніх рівнянь має $2N$ невідомих струмів і є укладене для $p=1, N$. Усі коефіцієнти цих рівнянь визначені нескінченними сумами рядів функцій Гріна для хвилеводу. Збіжність цих рядів покращується при застосуванні методу Гальоркіна, однак обмеження кількості членів ряду вносить похибки. Тому розв'язувати систему рівнянь високого

порядку треба ітераційним методом, часто із застосуванням регуляризації [3]. Для відомих струмів в площині стику треба знайти напруженість електричного поля в об'ємних елементах середовища (1). Таким способом виявляємо вплив поля в об'ємі (2) на розподіл електричного поля в об'ємі (1).

Розглянутий вище алгоритм вжито для дослідження розподілу густини електромагнітної потужності в біологічному середовищі, розташованому у хвилеводі аплікатора. Доведено можливість керування цим розподілом в об'ємі середовища. Частину біологічного об'єкта, що не підлягає нагріванню, розташовано у допоміжному граничному хвилеводі. Аналіз поля, випромінюваного магнітними поверхневими струмами в площі стику хвилеводів, виявив слабкий вплив допоміжного хвилеводу на розподіл напруженості електричного поля в об'ємі нагрівання біологічного середовища.

1. Collin R.E. *Field theory of guided waves*. New York-Toronto, 1960. 2. Harrington R.F. *Time harmonic electromagnetic fields*. New York-London, 1961. 3. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. *Интегральные уравнения*. К., 1986. 4. Захарія Й.А., Патрило Ю.М. *Моделювання розподілу об'ємної густини потужності електромагнітного поля у біологічному середовищі // Вісн. ДУ "Львівська політехніка"*. 2000. № 387. С.13-16. 5. Машковцев Б.М., Цибизов Л.Н., Емелін Б.Ф. *Теория волноводов*. М., 1966.

УДК 621.382.33:681

І. Казимира

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

ВИКОРИСТАННЯ СПРОЩЕНИХ МОДЕЛЕЙ ІС ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

© Казимира І., 2001

Проаналізовано основні проблеми розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації ІС. Обґрунтовано, що на етапі пошуку оптимально компромісних розв'язків такої задачі тільки використання ефективних апроксимаційних макромоделей може забезпечити прийнятні часові витрати. Розроблено підхід до практичного розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації ІС, який базується на побудові спрощених моделей ІС, тобто аналітичних моделей, що апроксимують вихідні параметри і характеристики схеми в задачах аналізу та частковій критерії оптимальності і функції обмежень у оптимізаційних моделях задач параметричної оптимізації. Розглянуто практичні аспекти використання спрощених моделей для розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації генератора імпульсів.

1. Мотивація розробки спрощених моделей ІС для забезпечення ефективного розв'язання оптимізаційних задач

Для забезпечення ефективності проектування необхідно враховувати такі особливості задач оптимального проектування ІС: а) багатокритеріальний характер задачі; б) висока складність моделі об'єкта оптимізації, що виключає можливість аналітичного опису, і пов'язаний з цим великий час аналізу моделі числовими методами.