

# МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ І ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

УДК 681.2.08

М. Грибок

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційно-вимірювальної техніки

## ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ВЕКТОРНИХ ВЕЛИЧИН

© Грибок М., 2001

Наведено методику синтезу інтелектуальних методів вимірювання параметрів векторних величин зміщенням системи координат.

Цей клас методів ґрунтується на залежності (1) модуля  $Z$  векторної величини і її координат  $X_1, \dots, X_N$

$$Z^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_N^2. \quad (1)$$

За наявності засобу вимірювання з квадратичною функцією перетворення можна синтезувати систему рівнянь, в якій інформативним параметром буде координата  $X_1$ , а решта координат є неінформативними параметрами. Тоді функція перетворення вимірювального кола (ВК) записується як

$$N = a_0 [\vec{\xi}, q, \eta_z] + b_1 [\vec{\xi}, q, \eta_z] Z^2 = a_0 [\vec{\xi}, q, \eta_z] + a_1 [\vec{\xi}, q, \eta_z] [X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_N^2], \quad (2)$$

де  $\vec{q}$  – вектор конструктивних параметрів вимірювального кола;  $\vec{\xi}$  – вектор зовнішніх щодо вимірювального кола факторів, які впливають;  $\vec{\eta}_z$  – вектор неінформативних параметрів джерела векторної величини.

Після перетворень (2) маємо

$$N = a_0 [\vec{\xi}, q, \eta_z] + a_1 [\vec{\xi}, q, \eta_z] [X_2^2 + \dots + X_N^2] + a_1 [\vec{\xi}, q, \eta_z] X_1^2. \quad (3)$$

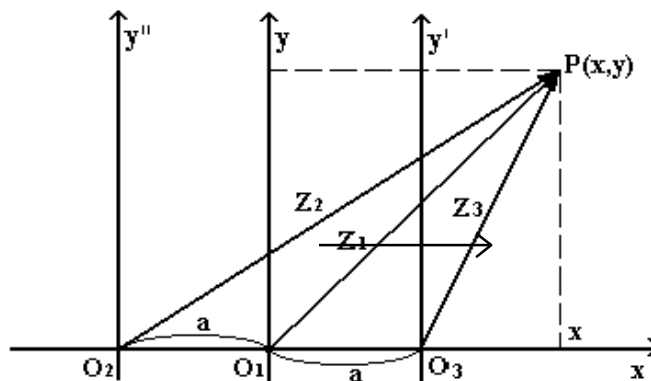


Рис. 1. Принцип зміни системи координат для знаходження координат вектора

Під час вимірювання параметра  $X_1$  перші дві компоненти є адитивними складовими, а третя компонента буде змінюватись із зміною координати  $X_1$ . Це можна реалізувати або масштабним перетворенням  $kX_1$ , або алгебраїчною сумою координати  $X_1$  і зразкових приростів  $X_{01}$ , тобто паралельним зміщенням координат по відповідній осі. Розглянемо ситуацію у двовимірному просторі на координатній площині (рис. 1) [2].

Базовою координатною системою є  $YO_1X$ , а зміщеними –  $Y'O_3X$  і  $Y''O_2X$ . Якщо розмістити в точках  $O_1, O_2, O_3$  вимірювачі квадратів модулів  $Z_1^2, Z_2^2, Z_3^2$ , то отримаємо

$$\begin{aligned} Z_1^2 &= X^2 + Y^2 \\ Z_2^2 &= (X + X_0)^2 + Y^2 \\ Z_3^2 &= (X - X_0)^2 + Y^2 \end{aligned}$$

За відомими значеннями  $Z_1^2$  і  $Z_2^2$  знаходимо різницю

$$Z_2^2 - Z_1^2 = 2XX_0 + X_0^2,$$

де  $X_0 = a$ .

Звідки

$$X = (Z_2^2 - Z_1^2 - X_0^2) / (2X_0). \quad (4)$$

Отже, якщо надати приріст одній з координат в один чи інший бік при сталому  $a = X_0$ , то можна виміряти невідому координату  $X$  без застосування синхронного детектування. А це відкриває можливість трансформації положень синтезу методів вимірювання скалярних величин на векторні величини. Можливі вхідні інформативні дії, наведені в табл. 1.

Таблиця 1

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A(X, X_0)$	$X + X_0$	$X - X_0$	$X_0 - X$	$-X - X_0$	$X$	$-X$	$KX$
$A(Y)$	$Y$	$Y$	$Y$	$Y$	$Y$	$Y$	$Y$

Адитивні методи вимірювання основані на розв'язанні системи рівнянь

$$\begin{cases} \begin{matrix} \rightarrow \rightarrow \rightarrow & \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ N_1 = a_0[\xi, q, \eta_{z1}] + a_1[\xi, q, \eta_{z1}]Z_1^2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \rightarrow \rightarrow \rightarrow & \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ N_2 = a_0[\xi, q, \eta_{z2}] + a_1[\xi, q, \eta_{z2}]Z_2^2 \end{matrix} \end{cases} \quad (5)$$

Якщо забезпечується

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \rightarrow \rightarrow \rightarrow & \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ a_0[\xi, q, \eta_{z1}] & = a_0[\xi, q, \eta_{z2}], \end{matrix} \\ \begin{matrix} \rightarrow \rightarrow \rightarrow & \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ a_1[\xi, q, \eta_{z1}] & = a_1[\xi, q, \eta_{z2}] = a_{1N} = \text{const.} \end{matrix} \end{aligned}$$

Мультиплікативні методи вимірювання параметрів векторних величин не можна синтезувати, оскільки вплив решти координат на ФП ВК адитивний. Тому відразу переходимо до синтезу адитивно-мультиплікативних методів вимірювання на основі системи трьох рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ N_1 = a_0[\xi, q, \eta_{z1}] + a_1[\xi, q, \eta_{z1}]Z_1^2 \\ \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ N_2 = a_0[\xi, q, \eta_{z2}] + a_1[\xi, q, \eta_{z2}]Z_2^2 \\ \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ N_3 = a_0[\xi, q, \eta_{z3}] + a_1[\xi, q, \eta_{z3}]Z_3^2 \end{array} \right. \quad (6)$$

Якщо забезпечується

$$\rightarrow \quad \rightarrow \quad \rightarrow \\ \eta_{z1} = \eta_{z2} = \eta_{z3},$$

розв'язавши(6), отримуємо номінальне рівняння вимірювання

$$(N_1 - N_2) / (N_1 - N_3) = (Z_1^2 - Z_2^2) / (Z_1^2 - Z_3^2). \quad (7)$$

Це рівняння повинно бути лише функцією  $X$  і  $X_0$  і вектора відліків  $N$

$$\rightarrow \rightarrow \\ X = \psi_N [N, X_0].$$

У табл. 2 наведені можливі адитивні методи вимірювання при вхідних інформативних діях 1...7 табл. 1 і номінальному рівнянню вимірювання

$$N_2 - N_1 = a_{1N}(Z_2^2 - Z_1^2). \quad (8)$$

Таблиця 2

#### Адитивні методи вимірювання параметрів векторних величин

№ п/п	$A_1(X, X_0)$	$A_2(X, X_0)$	HPB
1	$X + X_0$	$X - X_0$	$X = (N_1 - N_2) / (4a_{1N}X_{0N})$
2	$X + X_0$	$X$	$X = (N_1 - N_2) / (2a_{1N}X_{0N}) - X_{0N}/2$
3	$X_0 - X$	$X$	$X = (N_2 - N_1) / (2a_{1N}X_{0N}) + X_{0N}/2$
4	$X$	$kX$	$X = [(N_1 - N_2) / (1 - k^2)a_{1N}]^{1/2}$

Перші три методи оснований на зміщенні системи координат на зразкову величину  $X_{0N}$ , однорідну з величиною  $X$ . Четвертий метод можна використовувати у разі масштабного перетворення координати (зміна частоти при вимірюванні параметрів комплексних опорів).

Адитивно-мультиплікативні методи синтезовано на основі можливих вхідних інформативних дій 1...7, системи рівнянь (6) і наведені в табл. 3.

Комбінації

$$\begin{array}{l} (X + X_0) \quad \text{і} \quad (X - X_0) \\ (X - X_0) \quad \text{і} \quad (X_0 - X) \\ X \quad \quad \quad -X \end{array}$$

в колах з квадратичною функцією перетворення рівнозначні попарно. А тому під час синтезу враховано перші складові. Метод із застосуванням трьох зразкових мір ( $X_0, X_{01}, X_{02}$ ) має потрібний зсув координат. А це особливо важливо при вимірюванні RLC-параметрів в послідовних і паралельних RC- і RL-схемах.

## Адитивно-мультиплікативні методи вимірювання параметрів векторних величин

№ п/п	$A_1(X, X_0)$	$A_2(X, X_0)$	$A_3(X, X_0)$	HPB
1	$X + X_0$	$X - X_0$	$X$	$X = A / (4-2A)X_{0N}$ , де $A = (N_1 - N_2) / (N_1 - N_3)$
2	$X + X_0$	$X$	$kX$	$X = X_0[(1 \pm (1+A(1-k^2))^{1/2}) / (A(1-k^2))]$ , де $A = (N_1 - N_2) / (N_2 - N_3)$
3	$X + X_0$	$X + X_{01}$	$X + X_{02}$	$X = [B(X_0 + X_{02}) - (X_0 + X_{01})] / 2(1 - B)$ , де $B = A(X_0 - X_{02}) / (X_0 - X_{01})$ $A = (N_1 - N_2) / (N_1 - N_3)$

Цінною властивістю методу 3 є участь  $X$  в усіх трьох циклах перетворення, а це дає можливість його використання і при вимірюванні скалярних величин без зміни полярності  $X$  і  $X_{0i}$ .

Вимагається лише, щоб  $\vec{\eta}_{x0} = \vec{\eta}_{x01} = \vec{\eta}_{x02}$ , а це значно легше реалізувати, оскільки зразкові міри вибирає або формує проектувальник і їх властивості не залежать від властивостей об'єкта досліджень.

З аналізу похибок методу (4) вимірювання параметрів векторних величин видно, що похибка вимірювання [2]

$$\delta_x = (x/x_0 + x_0/x + 2 + y^2/xx_0)\delta_{z2} + (x/x_0 + y^2/xx_0)\delta_{z1} + (1 + x_0/2x)\delta_{x0}$$

залежить як від співвідношення координат  $y/x$ , так і від співвідношення вимірюваної  $x$  та зразкової  $x_0$  координат. Лише якщо  $x \approx x_0$ ,  $y \ll x$ , похибка вимірювання  $x$  буде мінімальною і в основному визначатиметься похибками  $\delta_{z2}$ ,  $\delta_{z1}$  вимірювання модулів векторних величин і похибкою  $\delta_{x0}$  зразкової величини  $x_0$ .

Тому похибку вимірювання можна зменшити трансформацією вимірювальної векторної величини в іншу векторну величину з координатами  $A_1(X, X_0)$ ,  $A_1(Y)$ .

Формуючи вхідні інформативні дії  $A_1(X, X_0)$ ,  $A_1(Y)$ , виходимо з властивостей векторних величин [1]. При додаванні двох векторів додаються однойменні координати. Тому в сумарному векторі однойменні координати визначаються сумою однойменних координат доданків. При множенні вектора на скаляр кожна з координат в сумарному векторі множиться на скаляр. На рис. 2 зображено дві системи координат  $VOX$  і  $VO_1X$ , коли  $x \approx y$ . Відстань  $O_1O$  між центрами координат дорівнює значенню  $O_1O = x_0$  зразкової величини  $x_0$ . Можливі вхідні інформативні дії наведені в табл. 4. На підставі системи рівнянь (5) і вхідних інформативних дій табл. 4 синтезовано адитивні методи вимірювання  $x$ . На основі системи рівнянь (6) і вхідних інформативних дій  $A_i(x, x_0)$ ,  $A_i(y_i)$  синтезовано адитивно-мультиплікативні методи вимірювань [5, ..., 8].

При значних відмінностях в числових значеннях координат  $X$  і  $Y$  необхідне переформування досліджуваного вектора  $\dot{z}$  у вектор  $\dot{z}_1$ . Це можна зробити або додаванням до вектора  $\dot{Z}$  вектора  $\dot{Z}_{3M} = -jY_{3M}$  (рис. 3)

$$\dot{Z}_1 = X + j(Y - Y_{3M}) = \dot{Z} + \dot{Z}_{3M}$$

або множенням координати  $y$  на скалярну величину  $k_1$  (рис. 4). Тоді отримаємо вектор

$$\dot{Z}_1 = X + jkYy.$$

Для першого випадку (рис. 3) вхідні інформативні дії  $A_i(x, x_0)$  і  $A_i(y_i)$  наведені в табл. 5, а для другого – в табл. 6.

Для рис. 3 і рис. 4 і вхідних інформативних дій (табл. 5 і табл. 6) номінальні рівняння вимірювань (НРВ) не змінюються

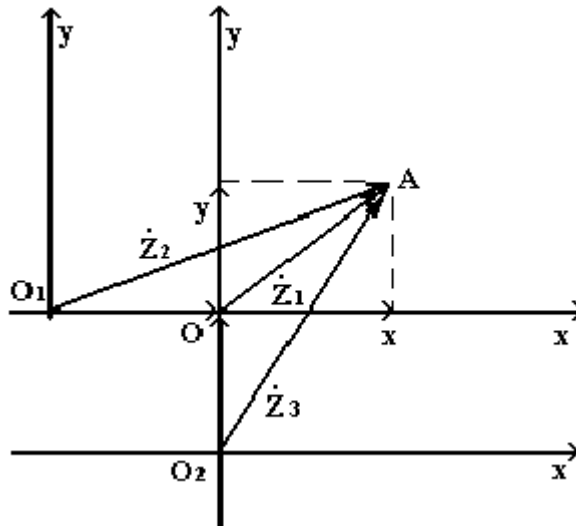


Рис. 2

Таблиця 4

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_i(x, x_0)$	$x + x_0$	$x - x_0$	$x_0 - x$	$-x - x_0$	$x$	$-x$	$kx$
$A_i(y_i)$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$

Умова використання:

$$x \approx y; \quad x_0 \approx x; \quad x_0 = OO_1; \quad OO_2 = y_0.$$

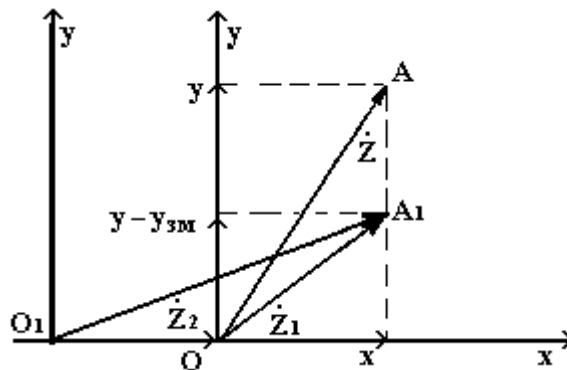


Рис. 3

Таблиця 5

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_i(x, x_0)$	$x + x_0$	$x - x_0$	$x_0 - x$	$-x - x_0$	$x$	$-x$	$kx$
$A_i(y_i)$	$y - y_{3M}$	$y - y_{3M}$	$y - y_{3M}$	$y - y_{3M}$	$y - y_{3M}$	$y - y_{3M}$	$y - y_{3M}$

Умови використання:

$$y \gg x; \quad y_i = y \pm y_{3M} < x; \quad x_0 \approx x; \quad x_0 = OO_1.$$

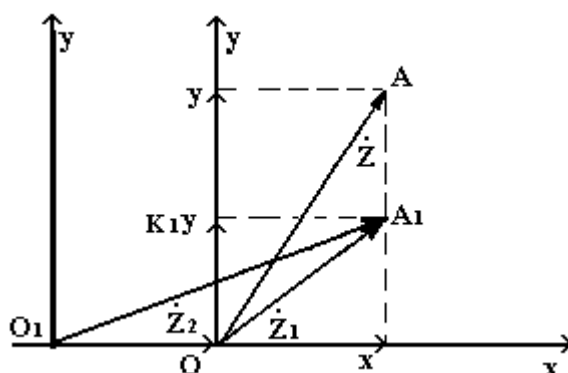


Рис. 4

Таблиця 6

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_1(x, x_0)$	$x + x_0$	$x - x_0$	$x_0 - x$	$-x - x_0$	$x$	$-x$	$kx$
$A_1(y_i)$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$

Умови використання:

$$y \gg x; \quad y_i = k_1y < x; \quad x_0 \approx x; \quad x_0 = OO_1.$$

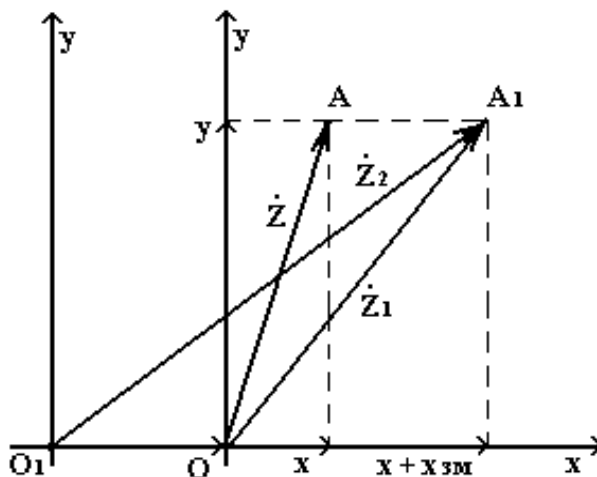


Рис. 5

Таблиця 7

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_i(x, x_0)$	$x_1 + x_0$	$x_1 - x_0$	$x_0 - x_1$	$-x_0 - x_1$	$x_1$	$-x_1$	$kx_1$
$A_i(y_i)$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$

Умови використання:

$$y \gg x; \quad x_1 = x \pm x_{3M} < y; \quad x_0 \approx (x \pm x_{3M}) = x_1$$

$$x_1 = x + x_{3M}; \quad x_0 = OO_1.$$

Якщо  $x \gg y$ ,  $x_0 \ll x$ , вирівняти координати можна масштабним перетворенням координати  $x$  (рис. 6)

і тим самим перейти від вектора  $z_1 = x + jy$  до вектора

$z_1 = k_1x + jy$ , в якого  $k_1x \approx y$ . Тоді з врахуванням вхідних інформативних дій  $A_i(x, x_0)$  і  $A_i(y_i)$  (табл. 8) і систем рівнянь (5) і (6) синтезовано адитивні і адитивно-мультиплікативні методи вимірювань.

Для  $x \approx y$ ,  $x_0 \ll x$  необхідно помножити досліджуваний вектор

$z = x + jy$  на скаляр  $k_1$ . Тоді отримаємо вектор  $z_1 = k_1x + jk_1y$ , коли  $x_0 \approx k_1x$ . На основі можливих вхідних інформативних дій  $A_i(x, x_0)$  і  $A_i(y_i)$  (табл. 9) і систем (5), (6) рівнянь отримано адитивні і адитивно-мультиплікативні методи вимірювань.

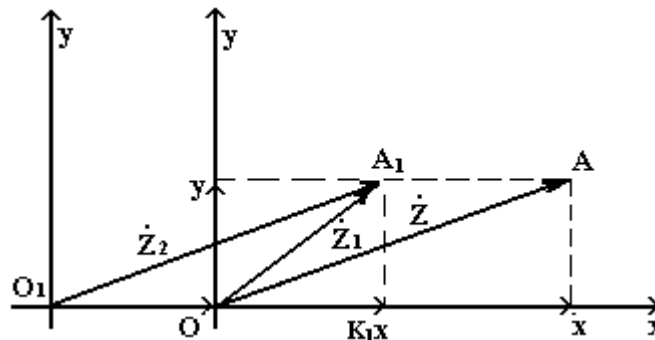


Рис. 6

Таблиця 8

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_1(x, x_0)$	$x_1 + x_0$	$x_1 + x_0$	$x_0 - x_1$	$-x_1 - x_0$	$x_1$	$-x_1$	$kx_1$
$A_1(y_i)$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$

Умови використання:

$$x \gg y; \quad x_0 \ll x; \quad kx_1 \approx x_0; \quad x_1 = k_1x.$$

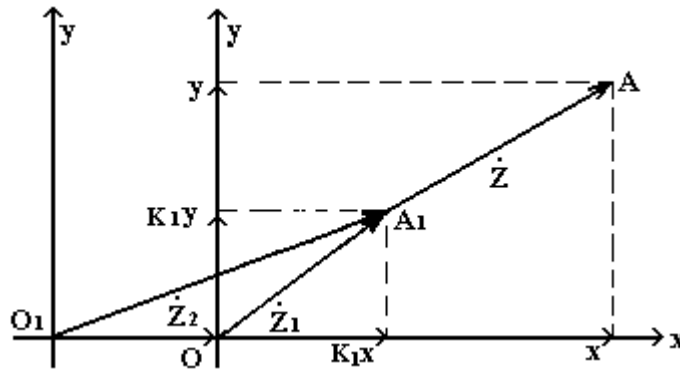


Рис. 7

Таблиця 9

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_1(x, x_0)$	$x_1 + x_0$	$x_1 - x_0$	$x_0 - x_1$	$-x_1 - x_0$	$x_1$	$-x_1$	$kx_1$
$A_1(y_i)$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$	$k_1y$

Умови використання:

$$x \gg x_0; \quad x_0 \ll x; \quad x_1 = k_1x \approx x_0; \quad OO_1 = x_0.$$

При додаванні до вектора  $z = x + jy$  другого вектора  $z_{3M} = x_{3M}$  отримуємо результуючий вектор (рис. 5):

$$z_1 = (x + x_{3M}) + jy,$$

в якого координати  $(x + x_{3M}) > y$ . Виходячи з вхідних інформативних дій  $A_i(x, x_0)$  і  $A_i(y_i)$  (табл. 7) і систем (5), (6) рівнянь синтезовано адитивні і адитивно-мультиплікативні методи вимірювань. Тут вирівнювання координат в базовому векторі  $z_1$  відбулося за рахунок введення зміщення у вимірювану координату.

В деяких випадках (вимірювання складових потужності) значення зразкової величини  $x_0$  значно менше від значення  $x$ , причому вимірювання  $z_1$  і  $z_2$  в області значень  $x_0$  приводить до значно більшої похибки порівняно з вимірюваннями в області значень  $x$ . Тоді доцільно

вектор  $x_0$  помножити на скаляр  $k_1$ , а вектор  $z_2$  – сформувати як  $z_2 = z_1 + k_1x_0 = (k_1x_0 + x) + jy$  (рис. 8). Виходячи з вхідних інформативних дій  $A_i(x, x_{01})$  і  $A_i(y_i)$  (табл. 10) і систем рівнянь (5), (6), одержуємо адитивні і адитивно-мультиплікативні методи вимірювань.

Таблиця 10

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
$A_1(x, x_0)$	$x + x_{01}$	$x - x_{01}$	$x_{01} - x$	$-x - x_{01}$	$x$	$-x$	$kx$
$A_1(y_i)$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$	$y$

Умова використання:

$$x_0 \ll x; \quad x_{01} = k_1x_0; \quad k_1x_0 \approx x.$$



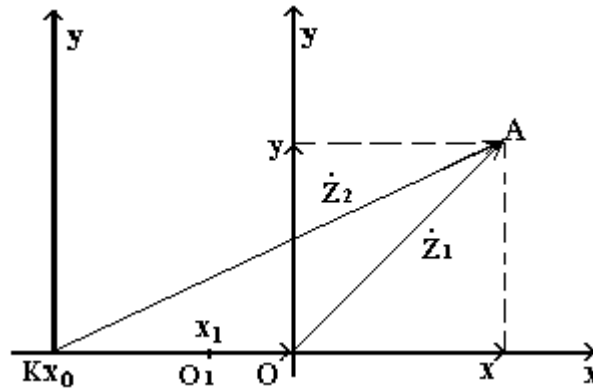


Рис. 8

В інтелектуальних засобах вимірювань один з розроблених методів вибирають так. Спочатку проводиться грубе вимірювання і знаходяться числові значення  $x$  і  $y$ . Після цього, залежно від значення  $x_0$  і співвідношень  $x$  і  $y$ , а також  $x_0$  і  $x$  вибирається метод, що забезпечує мінімальну похибку вимірювання координати  $x$ .

1. Мантуров О.В. *Элементы тензорного исчисления*. – М., 1991. 2. *Теоретичні основи і принципи проектування високоточних інтелектуальних мультиметрів системного застосування / Звіт про НДР. В.Ф.Ткаченко, Б.І.Стадник, М.І.Грибок та ін.* – Львів, 1998. 3. А.с. №711480 (СССР) *Цифровой измеритель комплексных параметров напряжения* / А.А.Бабий, Н.И.Грибок, С.С.Обозовский, С.С.Ткаченко // *Бюл. изобрет.*, 1980. № 3. 4. А.с. №1246023 (СССР) *Цифровой измеритель параметров пассивных двухполюсников* / Н.И.Грибок, В.Н.Лаврив, С.А.Савенко // *Бюл. изобрет.*, 1986. № 27 5. А.с. №1337820 (СССР) *Цифровой измеритель RLC-параметров* / Н.И.Грибок и др. // *Бюл. изобрет.*, 1987. №34. 6. А.с. №1357874 (СССР) *Цифровой измеритель RLC-параметров* / Н.И.Грибок и др. // *Бюл. изобрет.*, 1987. № 45. 7. А.с. №1437799 (СССР) *Цифровой измеритель параметров комплексного сопротивления* / Н.И.Грибок и др. // *Бюл. изобрет.*, 1988. № 42. 8. А.с. №1456907 (СССР). *Цифровой измеритель составляющих комплексных сопротивлений* / Н.И.Грибок, С.Г.Романюк, С.А.Савенко // *Бюл. изобрет.*, 1989. № 5. 9. А.с. №1155954 (СССР) *Цифровой измеритель мощности* / Н.И.Грибок, И.П.Лаврив, С.А.Савенко // *Бюл. изобрет.*, 1985.

УДК 658.512.2

В. Теслюк

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра систем автоматизованого проектування

## РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕНЕРАТОРА РІВНОМІРНОГО ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ

© Теслюк В., 2001

Запропоновано генератор випадкових чисел рівномірного розподілу, який реалізований у вигляді підпрограми та проведені дослідження даного генератора на рівномірність та визначено його період.