УДК 624.21

В.Г. Кваша, В.С. Рачкевич
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра мостів та будівельної механіки
79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12
*Івано-Франківський облавтодор

ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ НАДІЙНОСТІ ПРОЛЬОТНИХ БУДОВ З БАГАТОРЯДКОВОЮ АРМАТУРОЮ (ТП ВИП. 56)

© Кваша В.Г., Рачкевич В.С., 2007

Розглянуто методику прогнозування надійності експлуатованих збірних залізобетонних прольотних будов з багаторядковою арматурою (ТП вип. 56) за наведеним коефіцієнтом запасу.

Method of reliability of RC span with multilayer reinforcement (TP iss. 56) in maintenance state according to reduced coefficient of reserve was described.

Вступ. Постановка питання. Одним з розповсюджених типів існуючих мостів малих і середніх прольотів є збірні залізобетонні балкові мости з прольотними будовами за типовим проектом ТП вип. 56, та його модифікаціями, які масово будували в 50–60 роки минулого сторіччя на мережі державних і місцевих доріг України. Основною їх особливістю є конструкція ненапружених балок, які мають тонкостінний тавровий переріз і армовані двома плоскими каркасами з багаторядковим розташуванням (в 4–6 рядів) стрижневої арматури Ø32 і Ø16 мм без зазорів по висоті. Через певні відстані вздовж каркасу стрижні з'єднані між собою зварними швами і разом з відгинами та верхнім конструктивним стрижнем Ø32 мм створюють жорсткий каркас, подібний до металевої пруткової ферми [10]. У просторову систему прольотної будови балки об'єднували за допомогою поперечних діафрагм, стики яких також виконували зварними на металевих накладках.

Більшість з них не відповідають потребам сучасного транспорту за габаритом їздового полотна, вантажопідйомністю і безпекою руху, мають отримані під час тривалої експлуатації значні дефекти і пошкодження, що знижує їх довговічність і надійність, а також обмежує несучу здатність балок. Через обмежені фінансові можливості дорожньої галузі та економічну недоцільність в ближчі десятиріччя перебудувати ці мости неможливо і вони будуть експлуатуватися при збільшенні інтенсивності руху і ваги транспортних засобів. Тому виникає важлива загальнодержавна проблема продовження терміну служби і подальшої експлуатації мостів цього типу.

Одним з шляхів її вирішення вбачається об'єктивна оцінка їх технічного стану, можливостей подальшої експлуатації та придатності до ремонту і реконструкції з доведенням техніко-експлуатаційних показників до вимог чинних норм проектування нових мостів при максимальному збереженні існуючих конструкцій та використанні прихованих резервів їх несучої здатності. До того ж важливим і актуальним завданням є прогнозування надійності існуючих елементів прольотних будов після більш як 30–40-річного періоду їх експлуатації з врахуванням наявних дефектів і пошкоджень, як результату незадовільної експлуатації.

Тому метою роботи є спроба розроблення формалізованої методики прогнозування надійності існуючих елементів прольотних будов цього типу за допомогою узагальненого коефіцієнта запасу на базі класичних досліджень у вирішенні цієї проблеми в будівельній галузі [1–3, 5–9, 11–14, 16 та ін.].

Фактори впливу на надійність прольотних будов. Оцінка надійності прольотних будов, як складної інженерної системи, є найефективнішим способом визначення їх технічного стану, оскільки при цьому враховують усі впливи, навантаження і конструктивні параметри, а також їх

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

взаємозв'язок і змінність. Надійність є комплексним поняттям і включає в себе теоретичну надійність, закладену під час проектування прольотної будови, фізичну надійність, забезпечену під час виготовлення елементів і будівництва та експлуатаційну надійність, зумовлену правильною організацією експлуатації та ремонту. Комплексними властивостями надійності є безвідмовність, довговічність, ремонтопридатність а основними її показниками – ресурс і термін служби при вибраному рівні ймовірності руйнування або "відмови", яка настає внаслідок сумісної дії різних причин (таблиця).

Класифікація відмов будівельних конструкцій

За технологічним характером	погіршення міцнісних характеристик
	понаднормативні деформації
	порушення експлуатаційних характеристик
Залежно від причини виникнення	внутрішні відмови, викликані недоліками конструкції
	відмови через зовнішні причини (перенавантаження, зміна схем тощо)
Залежно від наслідків	послідовні, повільні відмови
	раптові відмови
За діапазоном відмови	часткові відмови, пов'язані з відхиленням від нормативних параметрів
	повні відмови
Залежно від терміну експлуатації	відмови в період будівництва
	експлуатаційні відмови
	відмови через зношування

Систематизація факторів, які впливають на надійність прольотних будов, показана на рис. 1 [12, 13]. Надійність прольотних будов і окремих їх елементів під час експлуатації зумовлена зміною в часі внутрішніх властивостей (матеріалів) і зовнішніх умов (навантажень і впливів). Під час прогнозування надійності ці фактори необхідно розглядати як випадкові величини імовірнісної природи, змінність яких в процесі експлуатації можна оцінити за коефіцієнтами варіації несучої здатності залізобетонних поперечних перерізів за згинальним моментом і поперечною силою та коефіцієнтами варіації постійних і тимчасових навантажень (або за коефіцієнтами варіації відповідних зусиль-згинальних моментів і поперечних сил балок прольотної будови в перерізах, які розраховуються). Дослідженнями закономірностей змінності цих величин, проведеними методами математичної статистики [15], доведено, що з достатньою ймовірністю вони можуть бути описані законом нормального розподілу випадкової величини, як це прийнято в нормах проектування будівельних конструкцій [1–4, 6, 7, 9, 11–13, 16].

Розрахункові коефіцієнти методу граничних станів та приведений коефіцієнт запасу. Під час розрахунків за методом граничних станів змінність розрахункових характеристик і факторів враховують системою розрахункових коефіцієнтів, введення яких у відповідні розрахункові залежності і створює загальний, але диференційований для конкретних конструктивних елементів прольотної будови коефіцієнт надійності (запасу міцності). У загальному в методі граничних станів розглядають три групи таких коефіцієнтів:

– Перша група враховує змінність зовнішніх навантажень і впливів. Стосовно прольотних будов мостів до неї належать:

$(1+\mu)$ – коефіцієнт динамічної дії тимчасового навантаження;

γ_{fg} – коефіцієнт надійності за навантаженням для постійних навантажень на прольотну будову;

$\gamma_{fв}$, $\gamma_{fк}$ – коефіцієнти надійності за навантаженням, відповідно, для візка і колії нормованого тимчасового навантаження АК;

$\gamma_{fн}$ – коефіцієнт надійності за навантаженням від натовпу;

s – коефіцієнт сполучення навантажень.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

– Друга група коефіцієнтів враховує змінність міцнісних і деформативних характеристик матеріалів:

k_b, k_s – коефіцієнт однорідності бетону і арматури, визначають за допомогою дослідів на основі статистичного аналізу результатів випробувань;

k_{bc}, k_{bt}, k_{su} – коефіцієнти безпеки за бетоном (при стиску і розтягу) і за арматурою;

$m_к$ – коефіцієнти умов роботи конструкції або окремого її елемента, які враховують додаткові (особливі) фактори, що проявляються в окремих конкретних випадках (наприклад, неповна відповідність розрахункових передумов дійсним умовам роботи конструкцій, різниця між фактичним і розрахунковим значенням КПР, вплив умов будівництва та експлуатації, інші фактори, які впливають на міцність).

m_{bi}, m_{si} – коефіцієнти умов роботи бетону і арматури в конструкції.

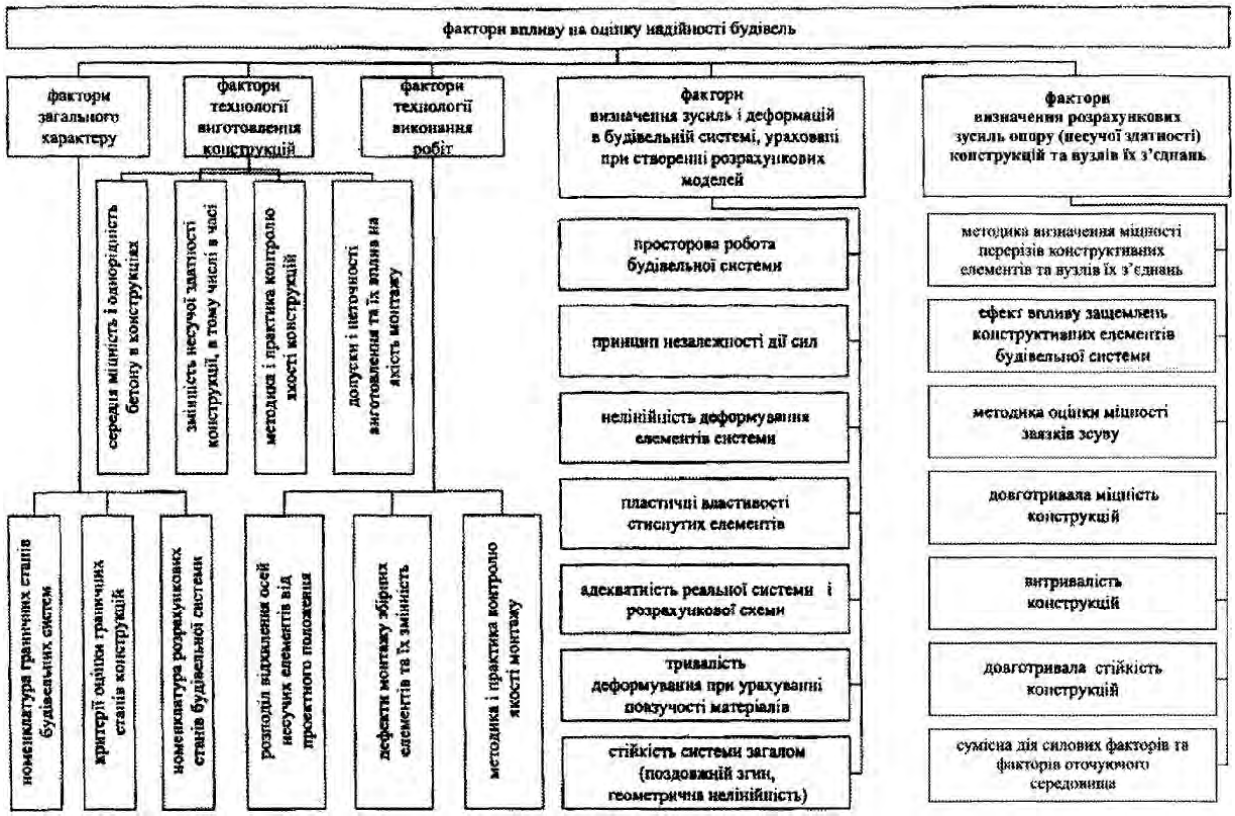


Рис. 1. Структурна схема факторів, які впливають на оцінку надійності будівельних систем [11, 12]

Під час проектування і розрахунків нових конструкцій значення коефіцієнтів, умови їх введення в розрахункові залежності регламентуються винятково нормами проектування ДБН В.2.3-14:2006. Аналізуючи несучу здатність і надійність прольотних будов, що знаходяться в експлуатації, величини цих коефіцієнтів та умови їх застосування можуть бути відкориговані за результатами обстежень і випробувань.

У загальному вигляді розрахункову умову забезпечення несучої здатності перерізу елемента прольотної будови за методом граничних станів подають у вигляді

$$N\,((1+\mu);\ \gamma_{fg};\ \gamma_{fв};\ \gamma_{fк};\ \gamma_{fн},\ s,\ m_к) \le \Phi(R_{bn};\ R_{sn};\ S;\ k_b;\ k_s;\ k_{bc};\ k_{bt,};\ k_{su};\ m_{bi};\ m_{si}) \qquad (1)$$

де N – зусилля в перерізі (наприклад – M, Q), яке залежить від навантажень (постійних і тимчасових), коефіцієнтів динамічності, надійності за навантаженнями, умов роботи прольотної будови (геометричних характеристик, прийнятої статичної розрахункової схеми для визначення *КПР* та ін.); Φ – розрахункова несуча здатність (опірність) перерізу, є функцією нормативного опору матеріалів (R_{bn}; R_{sn}), геометричних розмірів і пружно-пластичної характеристики перерізу (S), коефіцієнтів однорідності, безпеки та умов роботи бетону і арматури. Система коефіцієнтів з

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

нерівності (1) передбачає найбільшу величину зусилля N і найменшу величину несучої здатності Φ, що в результаті і забезпечує необхідний запас міцності елементів прольотної будови, а, відповідно, і надійність її роботи під навантаженням на заданий період експлуатації за умови дотримання вимог щодо її забезпечення.

Для практичного прогнозування надійності доцільно використовувати не наведену вище систему коефіцієнтів, які її забезпечують на стадії проектування, а один наведений коефіцієнт запасу міцності, (коефіцієнт надійності), синтезований на основі розрахункових коефіцієнтів методу граничних станів, але з врахуванням визначених за матеріалами обстежень механічними характеристиками матеріалів та кількісними показниками деградації розрахункових поперечних перерізів.

Реальний коефіцієнт запасу синтезує в собі коефіцієнти надійності за навантаженням k_n і коефіцієнт надійності за несучою здатністю перерізу k_u, які визначають з умов

$$k_n = \frac{N}{N_n}; \qquad N = N_n k_n \tag{2}$$

$k_n=f[(1+\mu); \gamma_{fg}; \gamma_{fs}; \gamma_{fx}; \gamma_{fu}, s, m_к]$ – коефіцієнт запасу за навантаженнями. N – зусилля в перерізі (M, Q) від розрахункових навантажень; N_n – зусилля від нормативних навантажень.

$$k_u = \frac{\Phi_{un}}{\Phi_u}; \qquad \Phi_u = \frac{\Phi_{un}}{k_u} \tag{3}$$

$k_u=f(S; k_b; k_s; k_{bc}; k_{bt,}; k_{su}; m_{bi}; m_{si})$ – коефіцієнт запасу за несучою здатністю перерізу; Φ_{un} – гранична несуча здатність перерізу за нормативними характеристиками матеріалів, або за фактично визначеними за результатами обстежень; Φ_u – розрахункова несуча здатність перерізу.

Умова міцності за методом граничних станів

$$N \le \Phi_u; \qquad N_n k_n = \frac{\Phi_{un}}{k_u}; \qquad \Phi_{un} = N_n k_n k_u \tag{4}$$

Звідси наведений коефіцієнт запасу

$$k_з = \frac{\Phi_{un}}{N_n} = \frac{N_n k_n k_u}{N_n} = k_n k_u \tag{5}$$

Для прогнозування реального коефіцієнта запасу $k_з$ при визначенні Φ_{un} і N_n враховують реальний технічний стан елемента, наявність дефектів, невідповідність прийнятих у проекті і фактичних розрахункових схем та інші несприятливі фактори, які зменшують реальний коефіцієнт запасу.

У конкретних випадках для балкових прольотних будов реальний коефіцієнт запасу визначають як за згинальним моментом, так і за поперечною силою.

Кількісна оцінка надійності експлуатованих прольотних будов за ТП. вип. 56. Кількісним показником надійності мосту під час експлуатації може бути статистично обґрунтоване математичне очікування наведеного коефіцієнта запасу $\overline{k_з}$, або характеристика безпеки (показник надійності), яка залежить від реального коефіцієнта запасу $k_з$, а також статистичних параметрів розподілу випадкових функцій – узагальнених коефіцієнтів варіації зовнішнього навантаження v_Q (зусиль в розрахункових перерізах) та аналогічних коефіцієнтів варіації несучої здатності перерізів v_R і має вигляд [9, 11]

$$\beta = \frac{\overline{k}_з - 1}{\sqrt{v_Q^2 + \overline{k}_з^2\ v_R^2}} \tag{6}$$

Критерієм експлуатаційних можливостей споруди можна вважати виконання нерівностей

$$\overline{k}_з \ge [k_з]; \quad \beta \ge [\beta_{min}] \tag{7}$$

де $[\overline{k}_з]$ і $[\beta_{min}]$ – мінімальні допустимі значення коефіцієнта запасу і характеристики безпеки, за яких допускається безпечна експлуатація споруди. Для прольотних будов за ТП вип. 56 їх потрібно визначити з досвіду експлуатації.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Розв'язуючи багато практичних завдань з оцінки технічного стану і можливостей експлуатації прольотних будов за ТП 56, для кількісної оцінки надійності та її зменшення під час експлуатації порівняно з закладеною в проекті доцільно використовувати фактичне математичне очікування наведеного коефіцієнта запасу, яке повинно бути більшим від 1. У разі його наближення до одиниці стан споруди оцінюється як критичний, при якому її несучі елементи мають серйозні дефекти і пошкодження і допускається лише тимчасова експлуатація під час постійного нагляду за їхнім технічним станом.

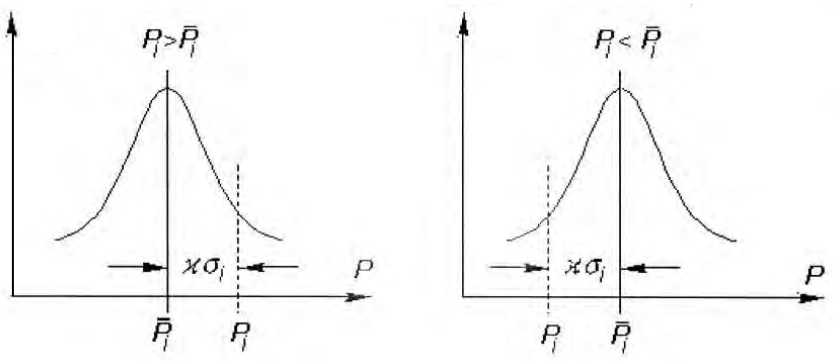
Значення характеристики безпеки $\beta=3$ відповідає надійності 0.9973, тобто ймовірність відмови елемента буде становити 0.0027 (0.27 %) або 2.7 випадку з 1000 [1, 6], що є цілком задовільним для прольотних будов за ТП вип. 56

Узагальнені коефіцієнти варіації зовнішніх впливів v_Q і несучої здатності перерізів v_R залежать від факторів (змінності зусиль у перерізах, змінності впливу навколишнього середовища, якості виготовлення і монтажу, фізико-механічних характеристик матеріалів, геометричних характеристик перерізів, втрат площі арматури, та інших від'ємних факторів у розраховуваних перерізах елементів прольотної будови) і можуть розглядатися як випадкові величини, числові значення яких можна одержати статистичними методами на основі експериментального вивчення змінності впливу кожного фактора окремо, допускаючи нормальний закон його розподілу, як випадкової величини [1].

Тому для визначення узагальнених коефіцієнтів варіації необхідно проаналізувати вплив кожного фактора зокрема, і, приймаючи за основу справедливість закону нормального розподілу, визначити часткові коефіцієнти варіації, а за їх значеннями і узагальнений середньоквадратичний коефіцієнт варіації.

Кожен частковий коефіцієнт варіації v_i від впливу окремих факторів можна знайти з основної функції закону нормального розподілу випадкової величини, яка графічно зображена на рис. 2. Ймовірність появи більших або менших (найневигідніших з умов надійності) фактичних числових значень досліджуваного фактора P_i від нормованих $\overline{P_i}$ в математичній статистиці оцінюється за кількістю стандартів відхилення $\chi\cdot\sigma_i$ або коефіцієнтом варіації $\nu_i = \sigma_i \big/ \overline{P_i}$, а ймовірне їх числове значення знаходять з відомого виразу

$$P_i = \overline{P_i} \pm \chi\sigma_i = \overline{P}\left(1 \pm \chi\nu\right) \tag{8}$$



а б

Рис. 2. Функція закону нормального розподілу за ймовірності появи більших (а) і менших (б) досліджуваних факторів

Звідси при:

$$P_i > \overline{P_i} \text{ (рис. 2, } a\text{): } \sigma_i = \frac{1}{\chi}\left(P_i - \overline{P_i}\right);\ \nu_i = \frac{1}{\chi}\left(\frac{P_i}{\overline{P_i}} - 1\right) \tag{9}$$

при

$$P_i < \overline{P_i}:\ \sigma_i = \frac{1}{\chi}\left(\overline{P_i} - P_i\right);\ \nu_i = \frac{1}{\chi}\left(1 - \frac{P_i}{\overline{P_i}}\right) \tag{10}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

у цих виразах $P_i, \overline{P_i}$ – фактичне і нормоване (математичне сподівання) значення і-го фактора, для якого визначають v_i і σ_i; χ – показник надійності (кількість стандартів відхилення фактичного значення від нормованого). При розрахунках за 1-ю групою граничних станів χ =3,0, що забезпечує цілком задовільну довірчу ймовірність 0,9973 (правило трьох сигм).

В 1-му наближенні для визначення узагальненого середньоквадратичного відхилення фактичного значення досліджуваного фактора від середнього σ_Q і σ_R або його коефіцієнта варіації v_Q і v_R необхідно розглянути такі основні фактори, які впливають як на величину діючих зусиль (згинальних моментів і поперечних сил), так і на несучу здатність перерізів:

1. Постійні навантаження:

– змінність навантажень від ваги проїжджої частини і покриття тротуарів:

$$\sigma_1 = \frac{1}{\chi}\left(M_{q_1} - \overline{M_{q_1}}\right); \qquad v_1 = \frac{1}{\chi}\left(M_{q_1} \Big/ \overline{M_{q_1}} - 1\right) \tag{11}$$

M_{q_1} – фактичний згинальний момент від навантаження проїжджої частини і тротуарів. Визначають за фактичними даними, одержаними за результатами обстеження; $\overline{M}_{q_1}$ – нормований згинальний момент від навантаження проїжджої частини і тротуарів за проектними даними.

– змінність навантаження від власної ваги конструкцій прольотної будови:

$$\sigma_2 = \frac{1}{\chi}\left(M_{q_2} - \overline{M_{q_2}}\right); \qquad v_2 = \frac{1}{\chi}\left(M_{q_2} \Big/ \overline{M_{q_2}} - 1\right) \tag{12}$$

M_{q_2} і $\overline{M}_{q2}$ – фактичний і нормований (за проектними даними) згинальний момент від власної ваги конструкцій прольотної будови.

– змінність нормованого тимчасового навантаження від візка і колії навантаження АК:

$$\sigma_{3\text{A}} = \frac{1}{R}\left(M_в - \overline{M_в}\right); \qquad v_{3\text{A}} = \frac{1}{\chi}\left(M_в \Big/ \overline{M_в} - 1\right) \tag{13}$$

$$\sigma_{4\text{A}} = \frac{1}{R}\left(M_к - \overline{M_к}\right); \qquad v_{4\text{A}} = \frac{1}{\chi}\left(M_к \Big/ \overline{M_к} - 1\right) \tag{14}$$

$M_в$, $M_к$ – розрахунковий згинальний момент від візка і колії навантаження АК з врахуванням фактичного динамічного коефіцієнта і коефіцієнтів надійності за навантаженням $\gamma_{fв}$, $\gamma_{fк}$; $\overline{M_в}$, $\overline{M_к}$ – нормативний згинальний момент від візка і колії навантаження АК (при $(1+\mu)$ = 1,0; $\gamma_{fв} = \gamma_{fк}$ = 1,0).

– змінність нормованого тимчасового навантаження НК:

$$\sigma_{3,НК} = \frac{1}{\chi}\left(M_{НК} - \overline{M_{НК}}\right); \qquad v_{3,НК} = \frac{1}{\chi}\left(\frac{M_{НК}}{\overline{M_{НК}}} - 1\right) \tag{15}$$

$M_{НК}$, $\overline{M_{НК}}$ – розрахунковий і нормативний згинальний момент від навантаження НК.

За визначеними частковими числовими значеннями середньоквадратичних відхилень (стандартів) σ_i і їх коефіцієнтів варіації v_i визначають узагальнені середньоквадратичні відхилення дійсних зусиль від нормованих [1]:

$$\sigma_Q = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 ... \sigma_к^2} \tag{16}$$

$$v_Q = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 ... v_к^2} \tag{17}$$

– змінність несучої здатності перерізу

$$\sigma_R = \frac{1}{\chi}\left(\overline{M_u} - M_u\right); \; v_R = \frac{1}{\chi}\left(1 - M_u \Big/ \overline{M_u}\right) \tag{18}$$

де M_u – розрахункова несуча здатність перерізу за згинальним моментом, визначена за фактичними розрахунковими характеристиками бетону і арматури, фактичними геометричними характеристиками перерізу, втратами площі бетону і арматури та з врахуванням впливу умов роботи та

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

інших від'ємних факторів, встановлених за результатами обстеження; $\overline{M}_u$ – нормативна несуча здатність перерізу, визначена за нормативними характеристиками матеріалів при проектних геометричних характеристиках перерізу і армуванні (руйнівне зусилля в перерізі).

Необхідно відмітити, що величини σ_R і v_R можна визначати і більш диференційовано, враховуючи окремо вплив на несучу здатність змінності міцності бетону (σ_{b5} і v_{b5}), міцності арматури та корозійних втрат її площі (σ_{s5} і v_{s5}), розмірів поперечного перерізу, умов роботи (вплив зовнішнього середовища) та інших від'ємних факторів, визначених за результатами обстеження.

Аналогічні розрахунки узагальнених середньоквадратичних відхилень та коефіцієнтів їх варіації необхідно виконати і за поперечними силами для розрахунку надійності похилих перерізів.

Висновки. Запропонована ймовірнісна модель прогнозування надійності прольотних будов за ТП вип. 56, що тривалий період знаходяться в експлуатації, за наведеним коефіцієнтом запасу або характеристикою безпеки дає можливість з заданою ймовірністю встановити можливості їх подальшої експлуатації і ненастання відмов на черговий заданий міжремонтний період.

Статистичні параметри змінності факторів, що впливають на технічний стан прольотних будов, визначають за результатами обстежень, розглядаючи їх як випадкові величини.

1. Авиром Л.С. Надежность конструкций сборных зданий и сооружений. – Л.: Стройиздат, 1971. – 216 с. 2. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. – М.: Госстройиздат, 1965. – 279 с. 3. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надёжности в расчётах сооружений. – М.: Стройиздат, 1986. – 254 с. 4. Виноградский Д.Ю., Руденко Ю.Д., Шкуратовский А.А. Эксплуатация и долговечность мостов. – К: Будівельник, 1985. – 105 с. 5. Гутер Р.С., Овчинский Б.В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. – М.: Наука, 1970. – 432 с. 6. Страхова Н.Е., Голуб'єв В.О., Ковальов П.М., Тодоріка В.В., Ходун В.М. Експлуатація і реконструкція мостів / За ред. А.І. Лантуха-Лященка. – К.: ТАУ, 2000. – 384 с. 7. Иосилевский Л.И. Практические методы управления надёжностью железобетонных мостов. – М., 1999. – 294 с. 8. Краковский М.Б., Долганов А.И. Надёжность формул для расчёта прочности железобетонных элементов // Новые экспериментальные исследования и методы расчёта железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1989. – С. 51–61. 9. Лантух-Лященко А.І. Проектування елементів транспортних споруд за критерієм надійності // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – К.: НТУ, 2002. – Вип. 65. – С. 63–68. 10. Матаров И.А., Смирнова Л.С., Шилина А.П. Сборные железобетонные мосты с многорядной сварной арматурой. – М.: Автотрансиздат, 1959. – 186 с. 11. Настанови з визначення технічного стану мостів / За ред. А.І. Лантух-Лященко. – К: ТАУ, 2002. – 97 с. 12. Ройтман А.Г. Предупреждение аварий жилых зданий. – М.: Стройиздат, 1990. – 241 с. 13. Ройтман А.Г., Смоленская Н.Г. Ремонт и реконструкция жилых и общественных зданий. – М.: Стройиздат., 1978. – 319 с. 14. Таль К.Э., Корсунцев И.Г. Факторы надёжности в железобетонных конструкциях и их связь с качеством материалов и точностью расчётных формул // VI Конф. по бетону и железобетону. Материалы секций конференции, подготовленные НИИ бетона и железобетона. – М., 1968. – Вып. III. – С. 3–7. 15. Уилкс. С. Математическая статистика. – М.: Наука, 1967. – 632 с. 16. Чирков В.П. Вероятностные методы расчёта мостовых железобетонных конструкций. – М.: Транспорт, 1980. – 133 с.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua