

Л.О. Дорошкевич, Б.Г. Демчина, С.Б. Максимович, Б.Ю. Максимович*
 Національний університет “Львівська політехніка”,
 кафедра будівельних конструкцій та мостів
 *кафедра транспортних технологій
 79013, м. Львів, вул. С.Бандери,12

РОЗРАХУНОК ПОПЕРЕЧНОЇ АРМАТУРИ У ЗГИНАНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ, ПОВУДОВАНИЙ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІЙ ОСНОВІ

© Дорошкевич Л.О., Демчина Б.Г., Максимович С.Б., Максимович Б.Ю., 2007

Наведено метод розрахунку поперечної арматури у згинаних залізобетонних елементах, який побудований на експериментальній основі і ґрунтується на диференціальній залежності теорії згину – $dM/dx = Q$. Розраховують поперечну арматуру на приріст згинального моменту ΔM за постійного кута нахилу розрахункового перерізу – 45° до поздовжньої осі балки. Невідповідність зміни розтягуючого зусилля в поздовжній арматурі і епюри згинальних моментів враховано коефіцієнтом зміщення епюри моментів V .

The article presents an experimentally-developed method of calculating lateral reinforcement in bent reinforced concrete elements, which is based on differential dependence of the bending moment theory $dM/dx = Q$. Lateral reinforcement is calculated on the increment of the bending moment ΔM , assuming the obliquity angle with respect to the longitudinal axis of the beam to be constant and equal 45° . The inconsistency in the change of the stretching force in the longitudinal reinforcement and in the bending moment diagram is taken into account by the coefficient V of the bending moment diagram shift.

Вступ. Під час розрахунку залізобетонних балок за першим граничним станом несуча здатність вертикальних перерізів визначається за розрахунковими згинальними моментами. Для того, щоб такий розрахунок був справедливим, необхідно забезпечити досягнення величини цього моменту певними засобами, які по суті зводяться до забезпечення сумісної роботи бетону і арматурного каркасу. Багаторічний досвід проектування і експлуатації залізобетонних згинаних елементів показав, що такими засобами під час армування балки окремими стрижнями є відгини поздовжньої арматури і вертикальні хомути, а під час армування зварними каркасами – вертикальні або похилі поперечні стрижні.

Сьогодні переважає думка, що причиною руйнування залізобетонних балок по похилих перерізах є дія поперечних сил, а не сколюючих або головних розтягуючих напружень, як це трактували в “класичній” теорії залізобетону. Тому норми проектування залізобетонних конструкцій більшості країн світу, зокрема і чинні у нас СНиП 2.03.01-84* [1] і міжнародні – EUROCODE 2 (EC2) [2] для забезпечення від передчасного руйнування балки по похилих перерізах вимагають розрахунку на дію поперечних сил і встановлення вищезгаданої поперечної арматури.

Європейські міжнародні норми проектування залізобетонних конструкцій EUROCODE2 [2] дозволяють під час розрахунку поперечної арматури користуватись двома методами. Перший – стандартний метод базується на формулі Мерша для визначення сколюючих напружень $\tau = Q/(bz)$, а розрахункова формула для визначення поперечної сили, яка передається на бетон (наше Q_b) $V_{cd} = V_{Rd1}$, уточнюється впровадженням емпіричних коефіцієнтів і умовних сколюючих

напружень τ_{Rd} залежно від міцності бетону. Другий – метод змінного кута нахилу стиснутих розкосів базується на фермовій аналогії Мерша:

$$V_{Rd3} = \frac{A_{sw}}{S} z f_{ywd} ctg \theta. \quad (1)$$

Ще у 1953 році А. Лаупа, К.П. Сіес, Н.М. Неумарк [3] на підставі проведеного аналізу попередніх експериментальних досліджень (починаючи з 1910р. до 1950р.) дійшли висновку, що руйнування від “сколювання” (по похилому перерізу) відрізняється від руйнування від згину (по вертикальному перерізу) тільки тим, що висота стиснутої зони над похилою тріщиною є меншою за висоту стиснутої зони над вертикальною тріщиною, що підтверджують численні експериментальні дослідження. Тому руйнування відбувається по похилій тріщині від роздавлювання стиснутої зони над нею, а не по вертикальній тріщині, над якою стиснута зона має більшу висоту. Таке руйнування автори назвали сколюючо-стискаючим руйнуванням (Shear-Compresion-Failure – англ., Schubdruckbruch – нім.), а несуча здатність по похилому перерізу оцінюється не руйнуючою поперечною силою, а сколюючо-руйнуючим моментом (Shear-Compresion-Moment – англ., Schubdruckmoment – нім.). Автори запропонували емпіричні формули для визначення цього моменту (M_{su}) у балках прямокутного перерізу без поперечної арматури і за її наявності.

Подібну розрахункову модель прийняли К. Муді, І. Віст, Р. Елстнер і Е. Хогнестед [4] для розрахунку балок з поперечною арматурою. Вони значно ускладнили емпіричну розрахункову формулу для визначення M_{su} і, як зазначив Р. Хауглі [5], для практичних розрахунків поперечної арматури ця формула непридатна.

Найобґрунтованіший підхід до визначення „сколюючо-руйнуючого” моменту – M_{su} має теорія Р. Вальтера [6], яка враховує висновки відомих експериментальних досліджень [7, 8] проведених у Штутгарті. Автор у [6] подає допоміжні графіки і таблиці для визначення проміжних параметрів, які входять в розрахункову формулу сколюючо-руйнуючого моменту – M_{su} .

Особливості утворення і розвитку тріщин. Залізобетонна балка в стадії після утворення тріщин являє собою складну розрахункову схему. Похилі тріщини, по яких можливе передчасне руйнування балки, розвиваються, як правило, з початково утворених вертикальних тріщин у розтягнутій зоні балки, як це видно на рис.1.

Під дією змінного моменту внаслідок утворення вертикальних і похилих тріщин балка ділиться на окремі короткі блоки, які сполучені між собою в розтягнутій зоні поздовжньою арматурою, а у стиснутій зоні – бетоном цієї зони. У разі збільшення навантаження в розтягнутій зоні згаданих блоків утворюються вторинні вертикальні і похилі короткі тріщини, внаслідок чого у стадії, близькій до руйнування балки, її розтягнута зона покрита безліччю тріщин, що видно на рис. 1. За недостатньої кількості поперечної арматури напруження у поздовжній арматурі збільшується непропорційно зростанню згинального моменту, очевидно, внаслідок часткової втрати зчеплення її з бетоном. Під час збільшення навантаження одна з похилих тріщин значно видовжується і максимально розкривається на рівні поздовжньої арматури і в певний момент настає руйнування балки по похилому перерізу від роздавлювання бетону над похилою тріщиною. У момент руйнування напруження у поздовжній арматурі не досягають межі текучості.

Такий характер утворення і розвитку тріщин зумовлює часткову втрату зчеплення поздовжньої арматури з бетоном і, як наслідок цього, розподіл розтягуючого зусилля у поздовжній арматурі по довжині балки не є афінетним до теоретичного його значення $Z_s = M / z$ (рис. 2) (M – згинальний момент; z – плече внутрішньої пари). Внаслідок часткової втрати зчеплення арматури з бетоном на шарнірну опору балки передається значне зусилля Z_A (рис. 2), значення якого залежить передовсім від характеру навантаження, яке діє на балку і кількості поздовжньої арматури. Нахил похилих тріщин до поздовжньої осі балки незначно відрізняється від кута 45° , що видно з рис. 1.

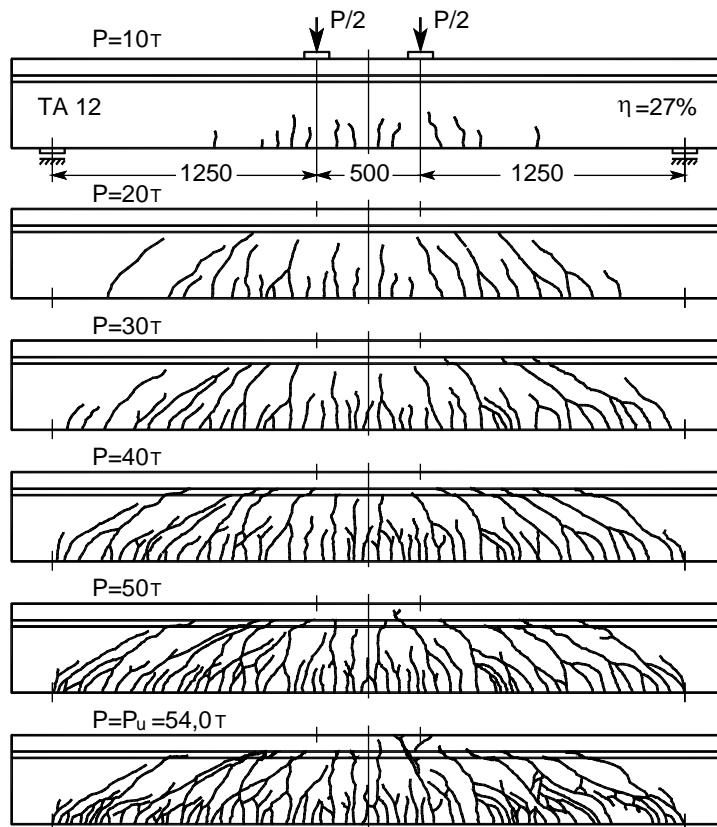


Рис. 1. Утворення і розвиток тріщин в дослідях Ф. Леонгардта і Р. Вальтера (D.A.f.St, Heft 156, 1963)

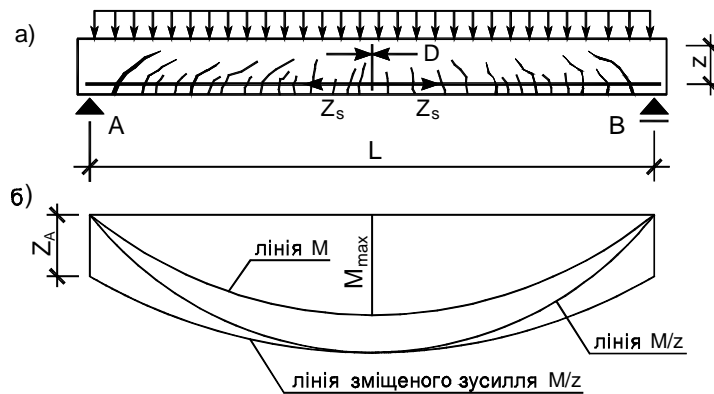


Рис. 2. Розподілення теоретичного і фактичного розтягуючих зусиль у залізобетонній балці в стадії перед руйнуванням:
 а) схема балки після утворення тріщин;
 б) епюри згинальних моментів, теоретичного і фактичного розтягуючих зусиль в арматурі

На рис. 3 зображено відношення $M_u / M_{(10)}$ залежно від a / h_0 для балок з зосередженим навантаженням, а на рис.4 – відношення $M_u / M_{(17)}$ залежно від l / h_0 для балок з рівномірно розподіленим навантаженням ($M_u = M_{su}$ – момент під час руйнування балки по похилому перерізу (Schubbruchmoment – нім.); $M_{\max(10)}$ – момент під час руйнування балки №10 по вертикальному перерізу при дії зосередженого навантаження; $M_{(17)}$ – момент під час руйнування балки №17 по вертикальному перерізу при дії рівномірно розподіленого навантаження).



Рис. 3. Залежність $V = M_u / M$ від параметра a/h_0 :
 а – за дослідями Ф. Леонгардта і Р. Вальтера [7] при $p = 2,0\%$;
 б – за дослідями Г. Кані [9] при $p = 2,7\%$ (цифрами позначено номери балок)

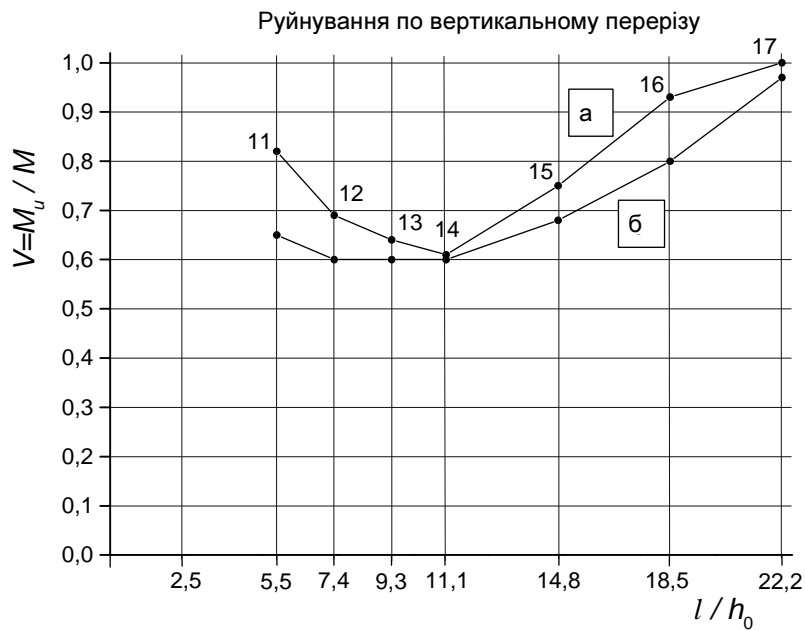


Рис. 4. Залежність відношення M_u / M і M_u / M_{max} від параметра l/h_0
 при дії рівномірно розподіленого навантаження при $\mu = 2\%$: а – з дослідів [7];
 б – за номограмою при $\xi/\xi_R = 0,7$ (рис. 8)

З рисунків видно, що найнебезпечніше положення зосередженого навантаження $\min \frac{M_u}{M_{(10)}} = 0,4$

відповідає відношенню $a/h_0 = 3$, а при рівномірно розподіленому навантаженні $\min \frac{M_u}{M_{(17)}} = 0,61$

отримано при $l/h_0 = 11,0$. Необхідно підкреслити, що мінімальні величини відношень вказаних

моментів отримано у [7] при $p = 2,07\%$. У разі збільшення процента поздовжнього армування ці відношення будуть дещо меншими.

Як видно з графіків на рис.3 і 4 в однакових балках їх несуча здатність по похилих перерізах при дії рівномірно розподіленого навантаження майже на $\approx 40\%$ вища, ніж у балок при дії зосередженого навантаження. Це має принципове значення під час розрахунку поперечної арматури і повинно знайти відображення у розрахунковій моделі, особливо тоді, коли на балку діє велике постійне рівномірно розподілене навантаження від маси конструкцій і тимчасове рухоме зосереджене навантаження від транспорту (мостові балки).

Розрахункова модель. Коли залежність задана рівнянням першого ступеня $y = f(x)$, то відомо, що $dy/dx = tg\alpha$, де dy – різниця ординат на відрізках dx ; α – кут нахилу прямої до осі абсцис. Якщо по осі ординат відкласти згинальний момент у кНм, а по осі абсцис довжину у метрах, то:

$$\Delta M / \Delta x = tg\alpha = Q, \quad (2)$$

де ΔM – приріст згинального моменту на відрізку осі абсцис Δx ; Q – поперечна сила у кН.

Коли залежність задана рівнянням другого ступеня, то:

$$\Delta M / \Delta x = Q = tg\beta, \quad (3)$$

де ΔM – приріст згинального моменту на відрізку осі абсцис Δx ; Q – поперечна сила у заданій точці, кН; β – кут нахилу дотичної у заданій точці кривої.

Отже, поперечну силу у заданому перерізі можна розглядати як тангенс кута нахилу дотичної до епюри M у точці, що відповідає цьому перерізу. Враховуючи, що нахил похилих тріщин незначно відрізняється від кута 45° у розрахунку балок, завантажених рівномірно розподіленим навантаженням, доцільно прийняти довжину розрахункової ділянки $\Delta x = z \approx 0,9h_0$, а розрахунок поперечної арматури виконувати не на дію поперечної сили, як це загальноприйнято, а на дію приросту згинального моменту на довжині $z = 0,9h_0$.

Тепер застосуємо рис. 5 і розглянемо ділянку балки між перерізами 1-1 і 2-2, які розташовані на відстані плеча внутрішньої пари z .

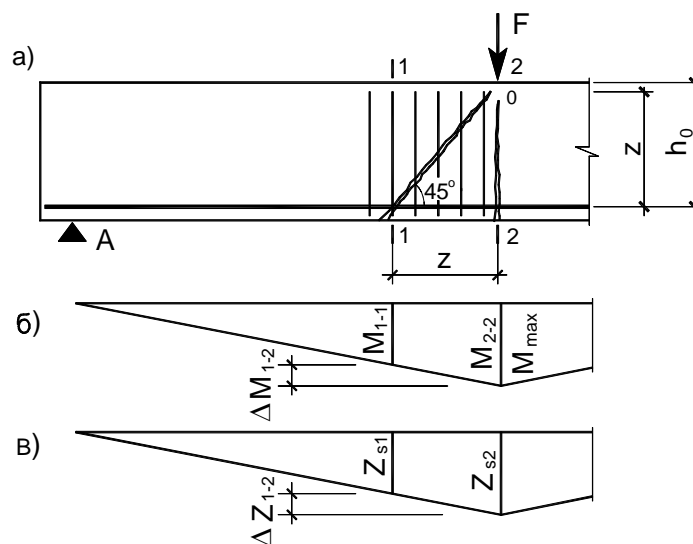


Рис. 5. Обґрунтування розрахункової моделі: а – схема балки; б – епюра згинальних моментів; в – епюра теоретичного розтягуючого зусилля у поздовжній арматурі

У разі повного забезпечення зчеплення арматури з бетоном напруження у поздовжній арматурі у перерізі 2-2 завжди будуть перевищувати напруження в перерізі 1-1 (при $M_{2-2} > M_{1-1}$). Для доведення балки до руйнування по вертикальному перерізу 2-2 від дії моменту M_{2-2}

(досягнення пластичного стану у поздовжній арматурі) необхідно попередити передчасне її руйнування по похилому перерізу 1-2, у якому діє цей самий зовнішній момент, а внутрішній момент у перерізі 1-2 менший за внутрішній момент у перерізі 2-2. Тому на ділянці між перерізами 1-1 і 2-2 необхідно передбачити вертикальні або похилі стрижні у такій кількості, щоб момент від зусилля у поздовжній арматурі у перерізі 1-2 разом з моментом від зусиль у поперечній арматурі на довжині z відносно центра ваги стиснутої зони, зрівноважили зовнішній момент у перерізі 2-2. Якщо ця умова буде виконана, то несуча здатність вертикального перерізу 2-2 і похилого 1-2 буде однаковою на дію зовнішнього згинального моменту M_{2-2} . Тому поперечну арматуру на ділянці між перерізами 1-1 і 2-2 необхідно розраховувати на дію приросту зовнішнього згинального моменту між вказаними перерізами.

Складність полягає у тому, що зміна розтягуючого зусилля по довжині балки після утворення і розвитку тріщин не відповідає зміні згинального моменту, як вказувалося вище. Тому кардинальною проблемою розрахунку несучої здатності похилих перерізів залізобетонних балок стає визначення фактичного розподілу зусилля у розтягнутій зоні балки на довжині однозначного згинального моменту у стадії, близькій до руйнування. Враховуючи те, що плече внутрішньої пари сил по довжині балки після утворення тріщин змінюється незначно $z \approx 0,9h_0$ і пам'ятаючи, що $M = Z_s \cdot z$, для розрахунку поперечної арматури можна використовувати зміщену епюру згинальних моментів, яка і буде розрахунковою епюрою. Таке зміщення епюри розтягуючого зусилля у поздовжній арматурі отримало назву „правило зміщення епюри” і використовується у EUROCODE2 [2] для визначення зусилля анкерування у поздовжній арматурі.

Побудова епюри розрахункових зміщених моментів. Розрахункову зміщену епюру згинальних моментів (рис. 6, г) отримують додаванням епюри згинальних моментів від навантаження (рис. 6, б) з епюрою зміщення згинальних моментів M_0 (рис. 6, в).

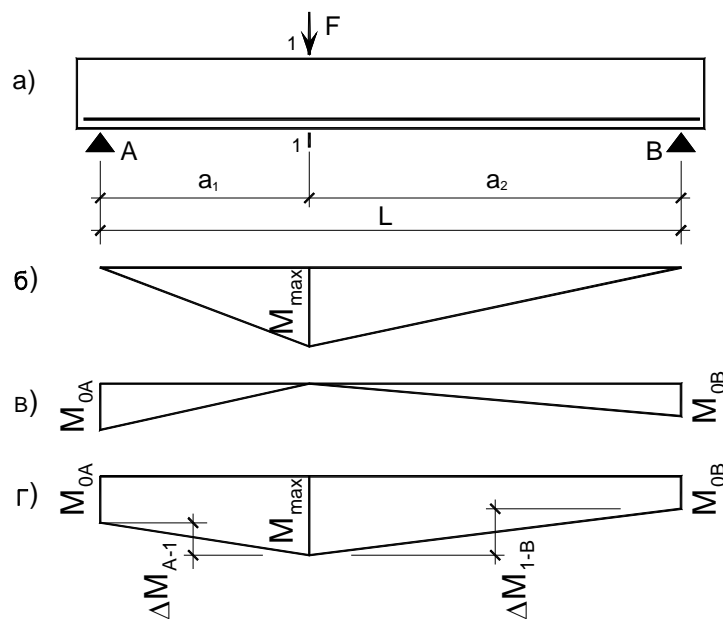


Рис. 6. Побудова розрахункової зміщеної епюри згинальних моментів:

а – розрахункова схема балки з зосередженим навантаженням;

б – епюра згинальних моментів;

в – епюра зміщення згинальних моментів;

г – розрахункова зміщена епюра згинальних моментів

Ордината епюри зміщеного моменту на шарнірній опорі – M_{0A} , або у перерізі нульової точки моментів у нерозрізних балок, а також у рамах визначається за формулою

$$M_{0A} = V \cdot M_{\max} , \quad (4)$$

де V – коефіцієнт зміщення епюри згинальних моментів; M_{max} – відповідний максимальний згинальний момент.

Коефіцієнт зміщення епюри моментів V у шарнірно опертих балках при зосередженому навантаженні визначається залежно від відношення a/h_0 , де a – відстань від шарнірної опори до зосередженого навантаження, h_0 – робоча висота балки.

У балках з нахиленим верхнім поясом робоча висота h_0 приймається максимальною на ділянці, яка розраховується. У нерозрізних, а також защемлених на опорах балках (при двозначній епюрі згинальних моментів) розрахунок виконується послідовно на кожній ділянці однозначного розрахункового моменту.

Для практичних розрахунків складено номограми $V = M_u/M$ в функції a/h_0 і l/h_0 , а також відношення ξ/ξ_R (рис.7 і 8). Номограми складені на основі аналізу великої кількості експериментальних досліджень зарубіжних і вітчизняних авторів [7, 9, 11, 12], а також власних експериментальних досліджень [14]. Діаграми справедливі за умови, якщо вся поздовжня арматура доведена до опор. Якщо до опори доведено 50% і менше поздовжньої арматури коефіцієнт V збільшують на 0,1.

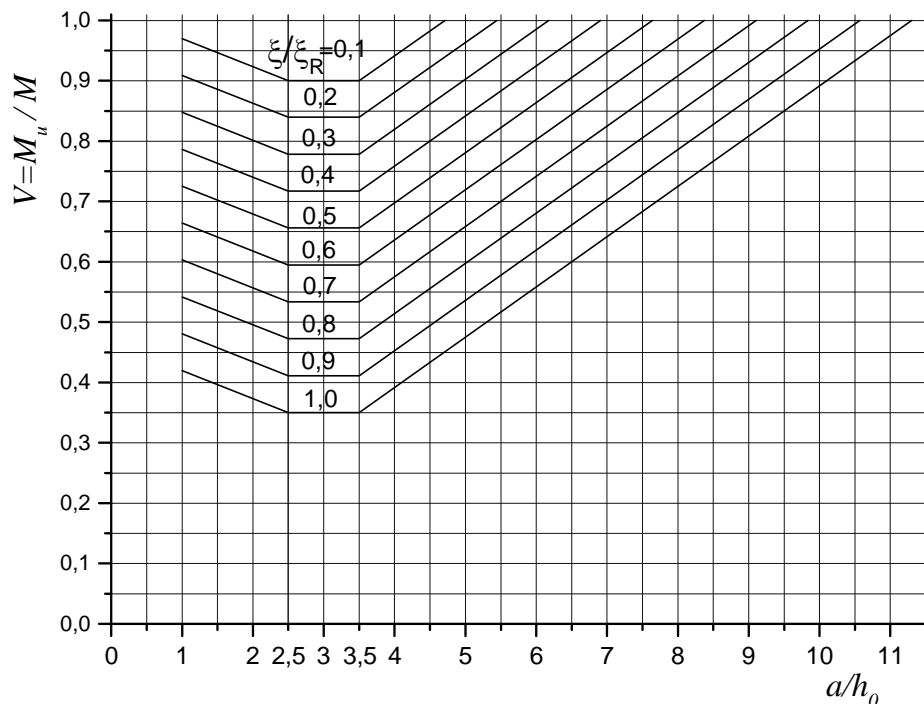


Рис. 7. Номограма для визначення коефіцієнта зміщення епюри моментів V у балках із зосередженим навантаженням

Розрахунок поперечної арматури

1. При поперечній арматурі, яка складається з вертикальних стрижнів (хомутів) (рис. 9, а), загальна її площа A_{sw_0} на розрахунковій довжині балки $a_n = 0,9h_0$ дорівнює

$$\Sigma A_{sw} = \frac{\Delta M}{0,4R_s h_0}. \quad (5)$$

Крок вертикальних хомутиків s_w на ділянці a_n :

$$s_w = \frac{A_{sw} a_n}{\Sigma A_{sw}}, \quad (6)$$

де A_{sw} – площа вертикальних хомутиків в одному перерізі; a_n – довжина ділянки.

При похилих хомутах під кутом 45° до поздовжньої осі балки (рис. 9, б) загальна площа їх поперечного перерізу на ділянці $a_n = z = 0,9h_0$ визначається за формулою

$$\Sigma A_{s,inc} = \frac{\Delta M}{0,57R_s h_0}; \quad (7)$$

крок похилих хомутів – s_{inc} на ділянці a_n :

$$\text{по нормалі } s_{inc(nor)} = \frac{1,27A_{s,inc}a_n}{\Sigma A_{s,inc}}; \text{ по горизонталі } s_{inc(hor)} = \frac{1,8A_{s,inc}a_n}{\Sigma A_{s,inc}}, \quad (8)$$

де $A_{s,inc}$ – площа похилих хомутів в одному перерізі; a_n – довжина ділянки.

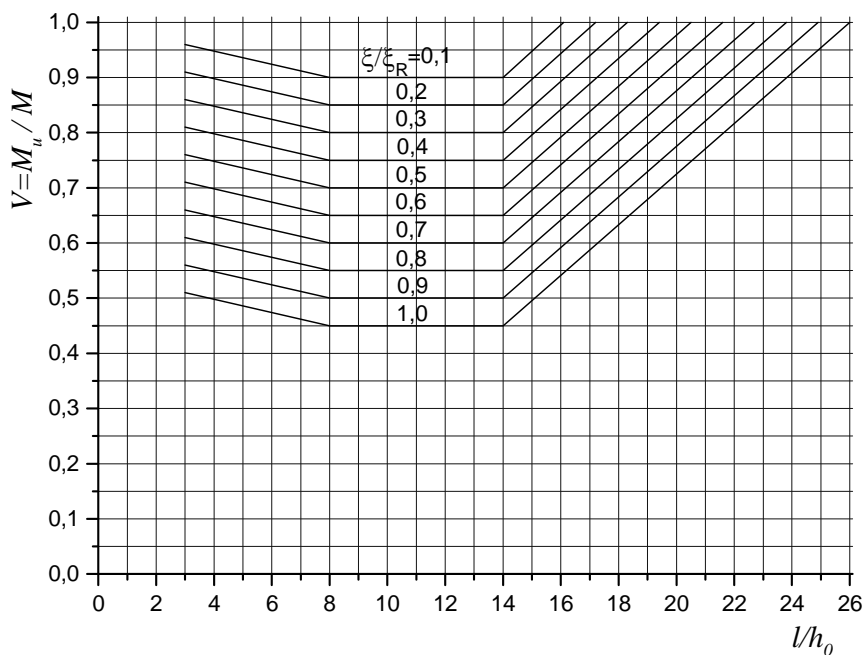


Рис. 8. Номограма для визначення коефіцієнта зміщення епюри моментів V у балках з рівномірно розподіленим навантаженням

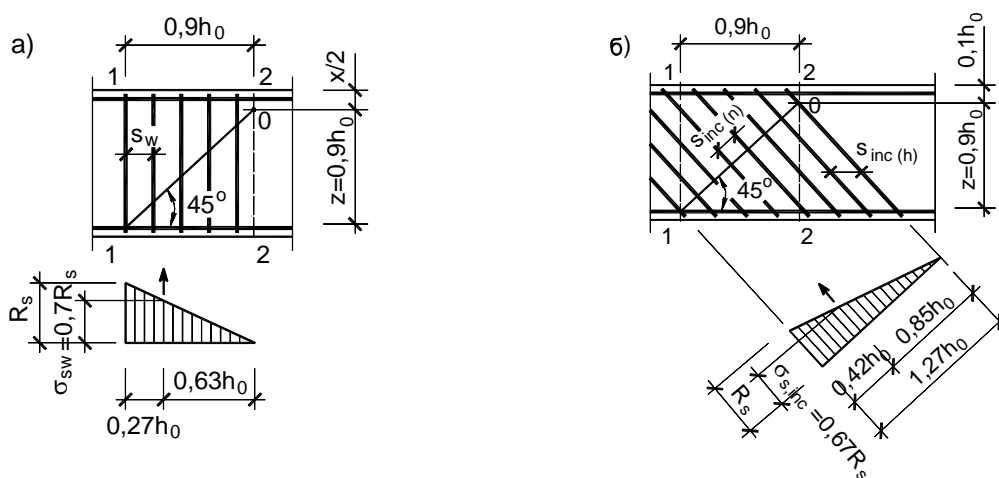


Рис.9. Розрахункові схеми для визначення поперечної арматури:
а – при вертикальних хомутах; б – при похилих хомутах під кутом 45°

Коефіцієнт зміщення епюри моментів V . Для практичних розрахунків, як вказувалося вище, складені номограми рис.7, 8. Коефіцієнт зміщення епюри моментів V визначається залежно від двох параметрів: при зосередженому навантаженні $M/(Qh_0)=a/h_0$ і ξ/ξ_R , а при рівномірно розподіленому навантаженні – l/h_0 і ξ/ξ_R , де a відстань від зосередженого навантаження до перерізу де $M=0$ (шарнірна опора, або у нерозрізних балках переріз, де момент змінює свій знак); $\xi=x/h_0$, а ξ_R – граничне значення ξ , яке визначається за нормами [10] за формулою $\xi_R=0.8/(1+\varepsilon_{s,el}/\varepsilon_{b,ult})$.

У табл. 1 наведено результати розрахунків поперечної арматури залізобетонних балок з досліджень Г. Кані [9] (серія 3.8-2.80-12Р) з використанням коефіцієнта зміщення епюри моментів V (графа 11), який визначений за номограмою рис. 7.

Таблиця 1

Перевірка пропонованого методу розрахунку на балках прямокутного перерізу серії 3.8-2.80-12 Р Г. Кані [9]

№ п/п	№ балки за [9]	a, мм	l, мм	a/h ₀	R _{b,ser} (призмоча), МПа	Q _{cr} , кН	M _{cr} , кНм	Розрахункові величини				M ₀ =VM, кНм	ΔM=M-M ₀ , кНм	Необхідне поперечне армування
								M, кНм	V ₁ =M ₁ /M	V за номограмою	V ₁ /V			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	88	271,3	1457	1,02	45,6	367,06	99,3	132,39	0,75	0,54	1,39	71,49	60,96	2Ø10 А-III, s _w =29,0мм
2	100	543,6	2001,3	2,02	39,5	114,18	61,98	132,76	0,47	0,5	0,94	66,38	66,35	2Ø10 А-III, s _w =54,0мм
3	83	813,8	2542	3,0	39,8	66,34	53,8	134,3	0,4	0,47	0,85	63,12	71,18	2Ø10 А-III, s _w =76,0мм
4	84	1095,1	3034,6	4,01	39,8	56,53	61,29	133,13	0,46	0,52	0,88	69,23	63,9	2Ø10 А-III, s _w =114мм
5	91	1627,6	4169,7	6,05	39,8	52,01	84,67	128,9	0,66	0,63	1,05	81,21	47,69	2Ø8 А-III, s _w =225мм
6	92	1899,8	4712,2	7,03	39,8	46,79	88,81	129,3	0,69	0,77	0,90	99,56	29,74	2Ø6 А-I, s _w =92мм
7	82	2170,2	5254,8	8,00	39,0	41,09	88,93	134,08	0,66	0,85	0,78	113,93	20,15	2Ø6 А-I, s _w =156мм
8	96	1085,1	3084,6	3,94	36,7	57,18	62,21	133,49	0,47	0,52	0,90	69,41	69,08	2Ø10 А-III, s _w =106мм
9	97	815,3	2545,1	2,95	39,5	63,79	51,96	133,46	0,39	0,47	0,83	62,73	70,73	2Ø10 А-III, s _w =78,4мм

Примітки: 1) Г. Кані в [9] наводить дані випробувань 15-ти балок. Перевірку пропонованого методу проводимо на 9-ти балках із поступовою зміною співвідношення a/h_0 від 1 до 8 (в інших 6-ти балках повторюються з незначними змінами окремі параметри: міцність бетону, a/h_0 , а і l).

2) Середня ширина балок $b=155$ мм; $h_0=271$ мм; $\xi=0,36$; $\xi_R=0,459$ визначено за СП 52-101-03 [10]; $A_s=1151$ мм²; $R_{s,ser}=519,1$ МПа.

У табл.2 зведені коефіцієнти V_1 і V з усіх п'яти серій балок з досліджень Г. Кані [9] (57 балок). У графах 4–8 подано значення цього коефіцієнта для балок, у яких параметр a/h_0 змінювався від 1 до 9. (V_1 – коефіцієнт отриманий з вказаних досліджень, а V – отриманий з номограми рис. 7). У графі 9 наведені середні значення цих коефіцієнтів, а у графі 10 – їх відношення.

Необхідно відзначити, що всі балки у дослідженнях Г. Кані [9] були прямокутного перерізу з постійною шириною $b=140$ мм, а висота змінювалася від 140мм до 1090мм, при постійному проценті поздовжнього армування $p \approx 2,8\%$, а розміри прольотів змінювалися від $l = 0,72$ м при $a/h_0 = 1$ у балках серії 3.8-2.80-6P до $l = 19,5$ м при $a/h_0 = 8$ у балках серії 3.8-2.80-48P, тобто експериментальні балки охоплювали геометричні параметри, які застосовують у практиці. Як видно з табл.2 графі 10 відношення V_1/V незначно відрізняються, а здебільшого V_1/V близьке одиниці, тобто майже збігаються по величині.

Таблиця 2

Коефіцієнти зміщення епюри моментів у балках прямокутного перерізу при дії зосередженого навантаження для п'яти серій балок з досліджень Г. Кані [9]

№ п/п	a/h_0	Коефіцієнти зміщення епюри моментів	Серія 3.8-2.80-6P за [9]	Серія 3.8-2.80-12P за [9]	Серія 3.8-2.80-24P за [9]	Серія 3.8-2.80-48P за [9]	Серія W 3.8-2.80-6P за [9]	Середнє значення	Відношення V_1/V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,0	V_1	0,64; 0,62	0,75	0,57; 0,61	-	-	0,638	1,23
2		V	0,48	0,54	0,52	-	-	0,517	
3	2,0	V_1	0,53; 0,65	0,47; 0,48	0,35; 0,42	0,33	-	0,46	1,0
4		V	0,43	0,5	0,46	0,45	-	0,46	
5	2,5	V_1	0,52; 0,49	0,38; 0,4; 0,41	0,28; 0,31	0,30	-	0,395	0,89
6		V	0,43	0,47	0,45	0,43	-	0,445	
7	3,0	V_1	0,4; 0,45	0,4; 0,39	0,32; 0,35; 0,35	0,25	0,39	0,367	0,82
8		V	0,41	0,47	0,45	0,43	0,43	0,445	
9	3,5	V_1	0,38; 0,39	-	-	-	-	0,348	0,83
10		V	0,42	-	-	-	-	0,42	
11	4,0	V_1	0,45	0,46; 0,47	0,38	0,32	0,42	0,417	0,87
12		V	0,45	0,52	0,48	0,48	0,47	0,48	
13	5,0	V_1	0,59; 0,56	-	-	0,38	0,58	0,432	0,79
14		V	0,54	-	-	0,55	0,57	0,55	
15	6,0	V_1	0,69; 0,67	0,63; 0,66	0,56	-	0,68	0,648	0,99
16		V	0,63	0,68	0,65	-	0,65	0,652	
17	7,0	V_1	-	0,69	0,67	0,55	-	0,637	0,85
18		V	-	0,77	0,73	0,74	-	0,746	
19	8,0	V_1	-	0,66	0,66	0,60	-	0,64	0,77
20		V	-	0,85	0,82	0,82	-	0,83	
21	9,0	V_1	-	-	0,71	-	-	0,71	0,71
22		V	-	-	0,92	-	-	0,92	

Примітка: V_1 – за експериментальними дослідженнями; V – за номограмою (рис.7).

Для наочності розглянемо приклад розрахунку поперечної арматури у балці з досліджень Г. Кані [9], з якого видно наскільки запропонований метод є простим і зрозумілим для пересічного інженера. Розглянемо приклад розрахунку балки №100 з такими вихідними даними: ширина $b = 155$ мм; $h_0 = 271$ мм; $a = 543,6$ мм; $l = 2001,3$ мм; $A_s = 1151$ мм²; $p = 2,74\%$; $R_{b, ser} = R_b = 39,5$ МПа; $R_s = \sigma_{тек.} = 519,1$ МПа.

Висота стиснутої зони: $x = 519,1 \cdot 1151 / (39,5 \cdot 155) = 97,59$ мм; $\xi = x / h_0 = 97,59 / 271 = 0,36$.

$$\text{Граничне значення } \xi_R \text{ відповідно до [10]: } \xi_R = \frac{0,8}{1 + \varepsilon_{s,el} / \varepsilon_{b,ult}} = \frac{0,8}{1 + 0,00259 / 0,0035} = 0,459,$$

де $\varepsilon_{s,el} = R_s / E_s = 519,1 / (2 \cdot 10^5) = 0,00259$; відношення $\xi / \xi_R = 0,36 / 0,459 = 0,78$.

Несуча здатність вертикального перерізу: $M = 519,1 \cdot 1151(271 - 97,59/2) = 132,76 \text{ кНм}$;

$$V_1 = M_u / M = 61,98 / 132,76 = 0,47.$$

Згідно з номограмою (рис. 7) при $a/h_0 = 2,02$ і $\xi/\xi_R = 0,78$ $V = 0,5$.

$M_0 = VM = 0,5 \cdot 132,76 = 66,38 \text{ кНм}$; $\Delta M = M - M_0 = 132,76 - 66,38 = 66,38 \text{ кНм}$;

$$\Sigma A_{sw} = \frac{\Delta M}{0,4 R_{s,ser} h_0} = \frac{66,38 \cdot 10^6}{0,4 \cdot 390 \cdot 271} = 1570 \text{ мм}^2.$$

При $2\text{Ø}10\text{мм}$ ($A_{sw} = 157 \text{ мм}^2$) крок $s_w = \frac{A_{sw} a}{\Sigma A_{sw}} = \frac{157 \cdot 543,6}{1570} = 54,4 \text{ мм}$.

Перевіримо цю балку при $V_1 = 0,47$.

$$M_0 = 0,47 \cdot 132,76 = 62,4 \text{ кНм};$$

$$\Delta M = 132,76 - 62,4 = 70,36 \text{ кНм}; \Sigma A_{sw} = \frac{70,36 \cdot 10^6}{0,4 \cdot 390 \cdot 271} = 1664,3 \text{ мм}^2.$$

При $2\text{Ø}10\text{мм}$ ($A_{sw} = 157 \text{ мм}^2$) крок $s_w = \frac{157 \cdot 543,6}{1664,3} = 51,3 \text{ мм}$, що незначно відрізняється від

$s_w = 54,4 \text{ мм}$ при $V = 0,5$.

Розглянутий тут метод розрахунку міцності похилих перерізів був опублікований вперше одним з авторів у [13], а подальший його розвиток відображений в нерозрізних балках у [14] і коротких консолях [15].

На завершення нагадаємо висловлювання відомого вченого в галузі теорії залізобетону Г. Манієля (G. Magnel) [16], який займався проблемою “сколювання” у залізобетоні і ще у 1939 році писав: “...Ми завжди повинні пам’ятати, що інженер не здатний точно розв’язати будь-яку проблему. Незважаючи на це нам необхідне цілком допустиме рішення, яке дає необхідний нормативний рівень надійності, а те що воно буде наближеним немає ніякого значення”.

Висновки. 1. Розрахунок ґрунтується на фундаментальній залежності теорії згину $dM/dx = Q$.

2. Розрахунок міцності похилих перерізів нероздільно пов’язаний з розрахунком міцності вертикальних перерізів. У розрахунку похилих перерізів використовуються ті самі характеристики матеріалів що і при розрахунку вертикальних перерізів.

3. Прийнято постійним кут нахилу розрахункового перерізу до поздовжньої осі балки – 45° .

4. Розрахунок поперечної арматури виконується на приріст згинального моменту ΔM на довжині $z = 0,9h_0$, а не на дію поперечної сили.

5. У розрахунку враховані головні фактори, які впливають на міцність похилих перерізів:

а) вплив $M/Qh_0 = a/h_0$ при завантаженні балок зосередженим навантаженням;

б) вплив параметра l/h_0 при рівномірно розподіленому навантаженні;

в) вплив поздовжньої арматури, який враховується співвідношенням ξ/ξ_R ;

г) кількість стрижнів поздовжньої робочої арматури, які заводяться за грань опори, необхідно приймати не менше 50% від загальної кількості арматури, яка визначена за моментом. Обрив поздовжньої арматури потрібно проводити по епюрі зміщених моментів, а не по теоретичній епюрі моментів.

6. У розрахунку використані деякі положення міжнародних норм EUROCODE2 [2] і нових російських норм СП 52-101-03 [10].

7. Наведений приклад розрахунку підтверджує простоту і доступність запропонованого методу розрахунку для практичного використання.

1. СНиП 2.03.01-84* *Бетонные и железобетонные конструкции. Строительные нормы и правила*. М., 1985. 2. pr EN 1992-1-1 (Stage49) EUROCODE2. *Design of Concrete Structures – Part 1. General Rules and Rules for Buildings*, CEN, Brussels, March 2003. 3. Laupa A., Siess C., Newmark N. *The Shear Strength of Simpl Span Reinforced Concrete Beams without web Reinforcement*. University of Illinois Civil Engineering Studies. *Structural Research Series №52*, 1953. 4. Moody K.G., Viest I.M., Elstner R.C., Hognestad E. *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams*. *Journal of the American Concrete Institute* 4, 5/1954. 5. Haugli R. *Stahlbetonbalken bei gleichzeitiger Einwirkung von Querkraft und Moment*. Oslo. *Dafst Heft 145/1962*. 6. Walther R. *Über die Berechnung der Schubtragfähigkeit von Stahl – und Spannbetonbalken*. *Schubbruchtheorie*. *Beton – und Stahlbetonbau* 11/1962, pp.261-271. 7. Leonhardt F., Walther R. *Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau*. *Beton – und Stahlbetonbau* 12/1961, 2, 3, 6, 7, 8/1962. 8. Leonhardt F., Walther R., Dilger W. *Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau*. *Beton – und Stahlbetonbau* 1, 2, 4, 5/1965. 9. G.N.J. Kani *How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?* *Journal of the American Concrete Institute*. March, 1967. 10. СП 52-101-03. *Свод правил. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры*. Москва, 2003. 11. Bhal N.S. *Über den Einfluß der Balkenhöhe auf die Schubtragfähigkeit von einfeldigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*. *Dissertation, Universität Stuttgart* 1968. 12. Гладушев Г.М. *Трещинообразование и прочность железобетонных элементов при их раскалывании по наклонным сечениям / Дис. ... канд. техн. наук. – М., 1986*. 13. Дорошкевич Л.О. *Розрахунок поперечної арматури залізобетонних мостових балок*. *Пр. Західн. наук. центру ТАУ. Т.3. – Львів-Трускавець, 1996*. 14. Максимович С.Б. *Міцність похилих перерізів залізобетонних балок з двозначною епюрою згинальних моментів, завантажених зосередженими силами / Дис. ... канд. техн. наук. – Львів, 2000*. 15. Максимович Б.Ю. *Несуча здатність коротких залізобетонних консолей / Дис. ... канд. техн. наук. – Львів, 2003*. 16. G. Magnel *L'effort tranchant en beton arme*. *La Technique des Travaux №3 Mars, 1939*.