УДК 681.3:519.15

В. Різник
Природничо-технологічний університет (м.Бидґощ, Польща)
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматизованих систем управління

ДОСКОНАЛІ КОДИ НА СИМЕТРИЧНИХ ГРУПАХ

Розглядається новий клас завадостійких позиційних кодів, перевагою яких є простота виявлення помилок завдяки гуртуванню однойменних символів у вигляді монолітних блоків з оптимальним розподілом вагових розрядів за критерієм кодування чисел натурального ряду фіксованим числом способів та досліджується їх зв'язок з групами обертової симетрії.

A new class of the positional noise immunity codes, which advantage is detecting simplicity of the codes due to grouping the same symbols as the monolithic blocks with optimum distributed of digit weights by criterion encoding of natural row numbers, using fixed number of ways, is considered, and its connection with turning symmetrical groups is researched.

Вступ. Дослідження послідовного впорядкування елементів і подій будь-якої системи, як відомо, набувають поширення, коли виникають оптимізаційні задачі. Однією з таких задач є проблема знаходження оптимального розподілу вагових розрядів позиційного коду за критерієм кодування чисел натурального ряду фіксованим числом способів. Тому важливим і актуальним питанням треба вважати дослідження геометричних властивостей простору-часу як матеріального середовища, в якому здійснюється кодування, пересилання та перетворення інформації. Природним напрямком цих досліджень є виявлення зв'язку між методами ефективного кодування повідомлень та фундаментальними законами світобудови, в основу яких покладено закони просторової симетрії [1].

Ідеальна кільцева в'язанка

Розглянемо деяку n- послідовність цілих додатних чисел $K_n = \{k_1, k_2, \dots k_n\}$ як циклічну в'язанку, тобто коли k_n знаходиться біля k_1, і називатимемо її кільцевою в'язанкою (рис.1). Сума послідовних елементів у цій в'язанці (кільцева сума) може складатися з будь-якої кількості членів від 1 до n-1. Крім того, сума усіх членів n не залежить від обрання початку відліку. Отже, максимальне число S_n кільцевих сум в'язанки є таким:

$$S_n = n(n-1) + 1 \quad (1)$$

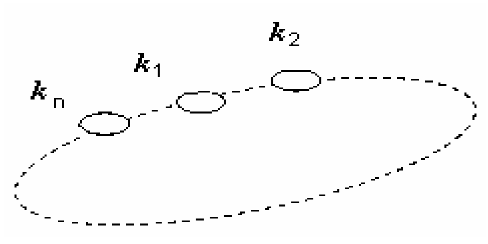

Рис. 1. Кільцева в'язанка, утворена на n- послідовності $K_n = \{k_1, k_2, \dots k_n\}$

Поставимо вимогу, аби всі члени кожної кільцевої суми в'язанки були винятково суцільними (монолітними) частинами загальної суми елементів цієї послідовності, що вичерпують множину натуральних чисел від 1 до $S_n = n(n\text{-}1)$ фіксоване число R разів. Конструкція, для якої вищезгадані вимоги задовольняються, називається "ідеальною кільцевою в'язанкою" (ІКВ) з параметрами n, S_n, R. Приклад ІКВ з параметрами n=4, S_n =13, R =1 ілюструє рис.2.

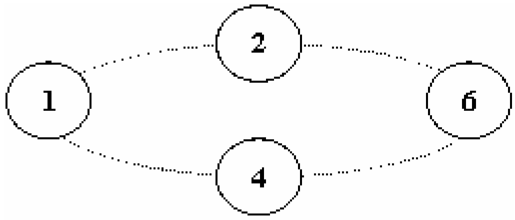

Рис. 2. Приклад ІКВ з параметрами n=4, Sn =13, R =1

З рис. 2 легко обчислити усі кільцеві суми ІКВ від 1 до S_n-1 = $n(n$-1) =12, кожна з яких трапляється рівно по одному (R =1) разу: 1=1, 2=2, 3=1+2, 4=4, 5=4+1, 6=6, 7=4+1+2, 8=2+6, 9=1+2+6, 10=6+4, 11=6+4+1, 12=2+6+4.

Будь-яка t- вимірна R- кратна ідеальна кільцева в'язанка (tR -ІКВ) n- го порядку представляє собою кільцеву n- послідовність $\{(k_{11}, k_{21},\ldots k_{t1}), (k_{12}, k_{22},\ldots k_{t2}),\ldots (k_{1n}, k_{2n},\ldots k_{tn})\}$, множина t- вимірних кільцевих сум якої перелічує множину всіх вузлів t- вимірної циклічної $M_1 \times M_2 \times\ldots\times M_t$ – матриці, рівно R разів.

Досконалість ІКВ обумовлюється не лише обранням винятково вдалого співвідношення вагових розрядів, але й комбінаторними властивостями кільцевої структури. Тому важливим кроком до глибшого розуміння закладеної в ІКВ досконалості треба вважати вивчення структури ІКВ з позицій «єдиної теорії» всеосяжної гармонії природи, пов'язаної з проблемою симетрії-асиметрії – одного з фундаментальних понять науки та практики, що віддзеркалює загальні закономірності світобудови.

Симетрія і проблема сприйняття досконалості

Проблема сприйняття ще далеко не вивчена. Можна припускати, що внутрішнє бачення людиною «чогось» обіймає певні структурні обриси цього «чогось», що ґрунтується на множині абстракцій заздалегідь набутих сприйнять. Саме завдяки цим абстракціям людина спроможна відчувати гармонію і красу, осягати досконалість. Ще Лейбніц (1646–1717) стверджував, що досконалість світобудови і розвиток усіх речей існують завдяки наперед встановленому гармонічному співвідношенню монад [2]. Відомий німецький математик Давид Гілберт (1862–1943) вважав наперед встановлену гармонію втіленням математичної думки, а рух матерії – наслідком дії фізичних законів, які можна осягнути лише з досвіду [5]. Філософ Кант (1724–1804) розглядав проблему пізнання світу як впорядкованого і структурно організованого в просторі і в часі з урахуванням причинних взаємозв'язків, що випливають з об'єктивної внутрішньої природи самого світу, припускаючи, що в людському розумі повинні бути закладені деякі апріорні знання для здійснення будь-якого досвіду [3]. В теорії відносності Ейнштейна (1879–1955) поняття простору, часу, маси не розглядаються вже як абсолютні, такі, що є незмінними сутностями й існують самі по собі. Ці поняття розуміють як інваріантні взаємозв'язки між об'єктами і подіями у деяких системах відліку. Однак, незважаючи на це, ми й надалі в повсякденному житті сприймаємо звичні для нас поняття протяжності і руху, керуючись лише досвідом «здорового глузду» і не вдаючись до законів спеціальної теорії відносності. Можна стверджувати, що людина – це щось таке, що пізнає світ адекватно до набутого нею досвіду сприйняття згідно з нерелятивістськими поняттями. Більша природність сприйняття людиною цих понять стосовно релятивістських випливає не зі звичного підходу до трактування законів природи, а швидше завдяки обмеженням щодо набутого досвіду їх можливого застосування. Американський психолог Гібсон пише так стосовно зорового сприйняття:

«…через кожну ділянку простору у всіх напрямах проходить численна кількість променів світла, і в цих променях у неявній формі міститься вся інформація про структуру світу…» [3]. Аналогічно людина сприймає ритм як систему відчуття тактів, що знаходяться у певному взаємозв'язку.

За теорією відомого німецького фізика Германа Мінковського (1864–1906) час не тече і не змінюється, а існує постійно у вигляді велетенського океану змішаних часів. Люди сприймають усі події з цього океану у вигляді згустків інформації з урахуванням їх індивідуальних особливостей. Такої ж думки дотримувався й видатний український вчений і філософ, перший президент ВУАН академік Вернадський (1963–1945), який вважав ноосферу інформаційним полем, у якому зберігається вся інформація про минуле, теперішнє і майбутнє Всесвіту [4].

Симетрія - асиметрія структури ІКВ

Принципи симетрії відігравали надзвичайно важливу роль у науковому пізнанні світу. Визначний дослідник явища симетрії Г. Вейль (1885–1955) зазначав: «…щоразу, коли вам доводиться мати справу з деяким об'єктом, що має певну структуру, спробуйте визначити перетворення, які залишають без змін структурні співвідношення. Ви можете розраховувати на те, що на цьому шляху вам вдається глибоко проникнути у внутрішню будову об'єкта» [1]. Згідно з рекомендацією Г. Вейля спробуймо проникнути у внутрішню будову ІКВ. Для прикладу розглянемо два варіанти кільцевого одничного ІКВ-коду. На рис.3 зображено структуру одиничного ІКВ-коду з параметрами n=13, Sn =13, R =13. Легко побачити, що цей код досконало «вписується» в кільцеву структуру реального простору-часу за критерієм досягнення максимальної комбінаторної різноманітності двійкових кодових комбінацій постійної довжини, оскільки за наявності фіксованого числа n=13 двійкових розрядів, що дорівнює довжині усіх дозволених кодових комбінацій, вичерпує натуральний ряд чисел від 1 до $Sn = n(n-1)$ рівно R способами.

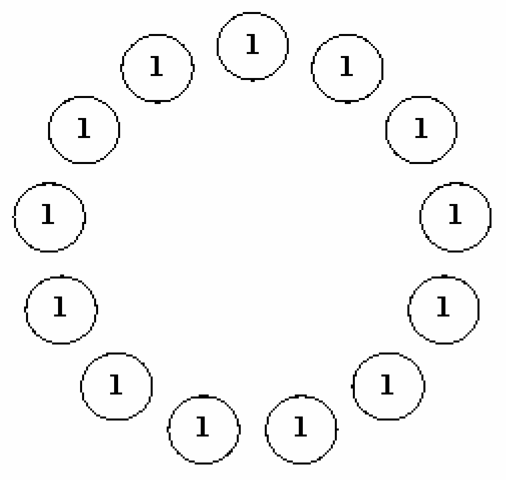

Рис. 3. Структура одиничного ІКВ-коду з параметрами n=13, Sn =13, R =13

Зі схеми розміщення вагових розрядів (рис.3) випливає, що структура одиничного ІКВ- коду з параметрами n=13, Sn =13, R =13 має обертову симетрію, порядок якої збігається з кількістю розрядів (довжиною Sn дозволених кодових комбінацій) одиничного ІКВ-коду.

Скоротимо число n вагових розрядів вищезгаданого ІКВ- коду з 13 до чотирьох (n=4), об'єднавши між собою послідовно розміщені одиничні символи за циклічною пропорцією 1:2:6:4, що відповідає ІКВ- коду ((1), (2), (6), (4)) з параметрами n=4, Sn =13, R =1, структуру якого наведено вище (рис. 2). На рис.4 можна бачити схему «взаємопроникнення» двох кодових систем: ІКВ- коду з параметрами n=4, Sn =13, R =1 та ІКВ- коду з параметрами n=13, Sn =13, R =13.

Після групування новоутворений ІКВ- код набуває інших параметрів: довжина його кодових комбінацій порівняно з одиничним ІКВ- кодом скорочується з 13 до 4, причому за наявності існуючих обмежень, обумовлених властивостями протяжності простору–часу, інформаційна надмірність системи відтворення чисел натурального ряду на основі ІКВ- коду з параметрами n=4, Sn =13, R =1 досягає теоретичного мінімуму: кожному числу 1, 2, …13 взаємно однозначно відповідає єдино можлива (R =1) кодова комбінація, множина яких вичерпує цей ряд.

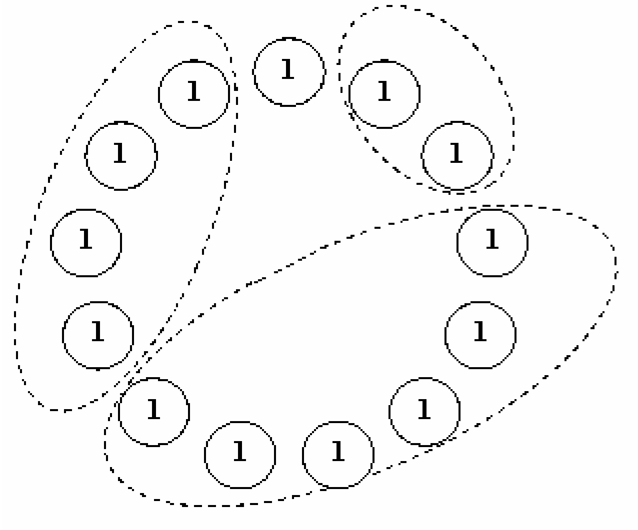

Рис.4. Схема «взаємопроникнення» кодових систем: ІКВ- коду з параметрами n=4, Sn =13, R =1 та ІКВ- коду з параметрами n=13, Sn =13, R =13

Другий приклад «взаємопроникнення» ІКВ- кодів з різними наборами параметрів наведено на рис.5.

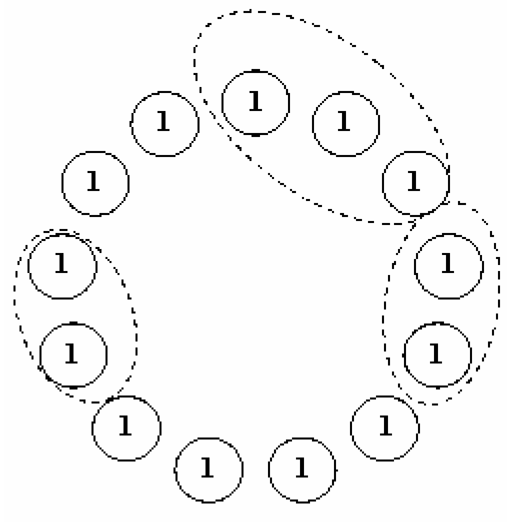

Рис.5. Схема «взаємопроникнення» кодових систем : ІКВ- коду з параметрами n=9, Sn =13, R =6 та ІКВ- коду з параметрами n=13, Sn =13, R =13

Зі схеми (рис.5) випливає, що базовими ваговими розрядами ІКВ- коду з параметрами n=9, Sn =13, R =6 є кільцева послідовність ((1), (1), (3), (2), (1), (1), (1), (1), (2)). Легко перевірити, що ця система дає змогу закодувати будь-яке число натурального ряду від 1 до $n(n$-1) =12 включно рівно шістьма (R =6) різними способами. Тут гармонія взаємно однозначної відповідності між загальною кількістю дозволених кодових комбінацій та кількістю усіх можливих способів такого кодування також дотримується. Винятком є лише число 13, якому відповідає єдина кодова комбінація з «одиниць» у всіх розрядах.

Якщо не брати до уваги розбиття кільцевої послідовності одиниць на групи, можна спостерігати обертову симетрію ІКВ- коду ((1), (1), (1), (1), (1), (1), (1), (1), (1), (1), (1), (1), (1)), що ілюструють схеми (рис.4 і рис.5). Водночас наявна асиметрія структур обох ІКВ- кодів: ((1), (2), (6), (4)) та ((1), (1), (3), (2), (1), (1), (1), (1), (2)), що випливає з рис.4 і 5.

Порівнюючи між собою структури двох останніх кодів, можна бачити, що асиметрія кожної з них має властивість взаємно «доповнюватися», набуваючи при цьому вигляду фігури, що має обертову симетрію.

На підставі результатів теоретичних та експериментальних досліджень явища взаємопроникнення симетрії–асиметрії ІКВ- кодів з їх комп'ютерною перевіркою було встановлено, що існує нескінченно багато ансамблів-тріад таких кодів, причому число варіантів ансамблів, як правило, зростає зі збільшенням порядку поворотної симетрії структури базового ІКВ- коду. Ми говоримо про безмежно велику кількість ансамблів симетрії–асиметрії взаємно гармонічно спряжених тріад ІКВ- кодів як завгодно великих порядків. Це стосується також й взаємозв'язку гармонічних тріад ІКВ- кодів з ансамблями симетрії–асиметрії гармонічно спряжених багатовимірних ІКВ- кодів. Наприклад, гармонічна тріада ІКВ- кодів з параметрами ($n= Sn = R =7$), ($n=3$, $Sn =7$, $R =1$), ($n=4$, $Sn =7$, $R =2$) генерує тріаду двовимірних ІКВ- кодів відповідно: ((1,1), (1,1), (1,1), (1,1) (1,1), (1,1), (1,1)), ((1,1), (0,2), (0,1)), ((1,1), (1,1), (0,2), (1,0)). Перший з них «покриває» кожен вузол симетричної двовимірної решітки 2 ×3 рівно сім ($R =7$) разів за допомогою семи ($n =7$), другий – рівно один ($R =1$) раз за допомогою трьох ($n=3$), а третій – рівно двічі ($R =2$) – чотирьох ($n =4$) двовимірних векторів, причому структура першого ІКВ- коду має обертову симетрію сьомого порядку, а решта гармонічно спряжених ІКВ- кодів не мають такої симетрії. Теоретично багатовимірний простір–час обіймає як завгодно багато гармонічно спряжених тріад ІКВ- кодів не лише як завгодно великих порядків, але й як завгодно багатовимірних.

На підставі вищевикладеного приходимо до формулювання Закону «кільцевої» гармонії, що випливає з діалектичної єдності обертової симетрії та асиметрії досконалих тріад ІКВ- кодів, який зручно викласти в термінах апарату теорії ІКВ.

Сукупність усіх ансамблів гармонічно спряжених тріад ІКВ утворює досконале інформаційне поле багатовимірного простору–часу, що ґрунтується на всеосяжній гармонії світобудови, провідна роль якої належить обертовій симетрії. Гіпотетично в сукупності тріад ІКВ закодована інформація про структуризацію і розвиток в просторі–часі пов'язаних між собою досконалим інформаційним полем об'єктів та подій як багатовимірних резонансних ансамблів осциляцій у гіпервекторному просторово-часовому континуумі.

Висновки. Явище взаємопроникнення симетрії-асиметрії ІКВ- кодів треба розглядати не як окремі випадки вдалого розподілу вагових розрядів монолітного коду, а як фундаментальний закон природи про досконалість світобудови. Йдеться не лише про феномен «перманентно» закодованої досконалості в гармонічно спряжених тріадах симетрично-асиметричних ансамблів ІКВ, а про існування *a priori* всеосяжної (не обмеженої просторово-часовими вимірами) гармонії Всесвіту, що випливає зокрема й із Закону кільцевої гармонії тріад. Отримані результати узгоджуються з філософською позицією Лейбніца та Гілберта про «наперед встановлену гармонію», теоретичними висновками Мінковського і науковою концепцією академіка Вернадського про існування всеосяжного інформаційного поля (ноосфери).

Досконалість, краса і гармонія є фундаментальними властивостями простору-часу, що закладені в основу фізичної природи Всесвіту. Саме цій субстанції притаманна кільцева гармонія тріад. Глибше розуміння законів взаємопроникнення симетрії-асиметрії ІКВ- кодів розширює наше сприйняття світу.

1. Вейль Г. Симметрия. – М.: Наука, 1968. – 192 с. 2. Советский энциклопедический словарь. – М.: Сов. энциклопедия, 1982. – 1600 с. 3. Бом Д. Специальная теория относительности. – М.: Мир, 1967. 4. УСЕ: Універсальний словник-енциклопедія / Гол. ред. ради чл.-кор. НАНУ М. Попович. – К.: Ірина, 1999. – 1551 с .5. Д. Гильберт. Познане природы и логика // Знание–сила. – 1998. – № 1.