

ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОТОКОРОЗПОДІЛУ В ГАЗОТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМАХ

© Притула Н., 2007

У роботі наведено характеристику об'єкта оптимізації, факторів впливу на його режимні параметри, постановки оптимізаційних задач. Для деяких оптимізаційних задач запропоновано алгоритми їх розв'язування. Проведено числовий аналіз впливу окремих факторів на оптимальність розподілу потоків у газотранспортних системах.

The work presents the characteristics of the optimization object, factors influence on its operating conditions, the posing of optimization tasks. For some tasks proposed optimization algorithms to solve them. A numerical analysis of the influence of individual factors on the optimal distribution of gas flow in the system is operated.

Постановка проблеми та мета роботи. Існуюча система транспорту газу об'єднує велику кількість технологічних об'єктів, систем автоматичного регулювання параметрів газопотоків. На відміну від електроенергетичних систем, газотранспортна система (ГТС) має істотні відмінності. Вони полягають в великій інерційності процесів і суттєвій нелінійності в опису руху газу в довгих трубопроводах транспорту газу. В задачах оперативного керування і планування режимами систем транспорту газу в багатьох випадках достатньо розглядати задачі оптимізації при стаціонарних умовах [1]. Задачі оптимального керування ставляться як задачі мінімізації сумарних енергетичних затрат на компримування транспортованого газу. Оптимізація газопотоків за тим чи іншим критерієм має свої недоліки і переваги. Досить часто для практики є важливою задача максимальної продуктивності газотранспортної системи. Більшість авторів вважає: якщо всі тиски на виході компресорних станцій виставити на максимум, тоді можна отримати максимальну продуктивність. Але на практиці для досить складних газотранспортних систем такий підхід може привести до виявлення багатьох вузьких за пропускну спроможністю місць. Дослідження показують, що має сенс, піднімаючи продуктивність, проводити оптимізацію за критерієм мінімуму енергетичних затрат. Розв'язування задач оптимізації режимів магістральних газопроводів ускладнюється громіздкістю об'єкта, нелінійністю і дискретністю його характеристик, існуванням великої кількості обмежень. Для розв'язування задач знаходження оптимальних параметрів роботи окремих магістральних газопроводів простої структури використовують, як правило, метод динамічного програмування [2–3]. У роботі розглядається стаціонарний режим роботи ГТС. Він однозначно визначається такими параметрами, як тиск, температура у всіх вершинах графа ГТС і витратою газу на кожному ребрі. Важливою є точність розрахованих величин. При проведенні розрахунків досягати однакової точності режимних параметрів для всіх об'єктів є необов'язковим. Вона може змінювати від однієї задачі до іншої. У більшості задач точність розрахунку режимних параметрів повинна забезпечуватися в контрольованих місцях ГТС. Як правило, оптимальний розв'язок знаходиться на межі параметрів керування чи технологічних обмежень. У цьому випадку із врахуванням всіх типів існуючих неточностей такий розв'язок є технологічно ненадійним при його практичній реалізації. При цьому задання різних коефіцієнтів віддаленості від межі контрольованих параметрів є не кращим способом уникнення цього недоліку. Будь-яка зміна режиму вимагає зміни продуктивності ГТС і додаткових енергетичних затрат. І тому кожен розрахований оптимальний режим повинен бути не тільки технологічним, але і стійким.

Огляд літератури, основні поняття. Досить часто в літературі з моделювання, методів і алгоритмів для газотранспортних систем використовуються поняття оптимальність, оптимізація, оптимальне керування, оптимальні параметри, оптимальна робота системи і окремих його об'єктів тощо [1–3]. Всі ці поняття пов'язані, насамперед, із поняттям “режим роботи газотранспортної системи” (ГТС). До основних факторів, які визначають режим роботи ГТС, можна віднести технологічну граф-схему ГТС, ті параметри його об'єктів, які впливають на поточкорозподіл, технічний і технологічний стан об'єктів, метрологічне забезпечення, параметри газу в місцях його надходження і відборів. Без існування системи ідентифікації його параметрів станів і існування системи розрахунку адаптивних параметрів моделей їх об'єктів неможливо говорити про режим роботи ГТС. Оскільки пристрої для вимірювання параметрів газу існують в небагатьох місцях ГТС і тому до визначення параметрів газопотоків у всій системі вимагає проведення розрахунків. Для цього потрібно, щоб була задана: $A(r_1, r_2, r_3)$ – множина об'єктів ГТС із набором режимних параметрів r_1 , параметрів стану об'єктів r_2 і обмежень r_3 на режимні параметри; $G(X, Y)$ – граф газотранспортної системи; B – параметри газових потоків в місцях їх замірювання; M – моделі об'єктів і системи загалом; N – методи і алгоритми; O – критерії і принципи оптимізації і оптимального керування; S – система вимірювання, передачі зберігання параметрів газових потоків.

Нехай граф-схема ГТС містить n вершин і m дуг. Зовнішні притоки і відбори газу зосереджені у вершинах графу. Математичну модель дуги, яка розміщена між вершинами з номерами i і j , приймемо у вигляді $\varphi(p_i, p_j, \lambda_{ij}, b_{ij}, q_{ij}) = 0$, де q_{ij} витрата газу через дугу, b_{ij} – параметр, який залежить від геометрії і розподілу параметрів газу вздовж трубопроводу, λ_{ij} – параметр стану трубопроводу (коефіцієнт гідравлічного опору), p_i, p_j – тиск на початку і в кінці газопроводу. Для кожної вершини i існує рівняння балансу об'ємної витрати. Її можна записати в такому вигляді: $\sum_i q_{ij} + Q_j = 0$, де підсумовування ведеться по всіх вершинах, суміжних j -й, Q_j – зовнішній притік в j -ту вершину. Крім вказаної умови, для систем із стаціонарними потоками газу виконується умова рівності нулю суми втрат тиску за довільним замкненим контуром.

Задачі оптимізації при стаціонарних умовах течії газу виникають як при плануванні режимів, так і при оперативному керуванні режимами роботи ГТС. Задачу оптимізації режимів роботи ГТС доцільно ставити як задачу оптимального керування. Задача оптимального керування поточкорозподілом із врахуванням функції цілі, рівнянь зв'язку (матеріального балансу, розподілу температур, гідравлічних опорів і т.д.) і відповідних технологічних обмежень ставиться таким чином.

Постановка задачі. Знайти вектор керування $\bar{u} \in U (\bar{u} \in D(U))$, який задовольняє рівняння зв'язку $\bar{R} = \bar{R}(\bar{P}, \bar{T}, U)$ ($\bar{R} \in R, R \in D(R)$) і фіксовані граничні умови на тиски, відбори і притоки в заданій множині вершин, витрати на заданій множині ребер графу ГТС, який мінімізує функціонал

$$F = F(\bar{R}, \bar{u}),$$

де \bar{u} – вектор керування, $D(U)$ – область допустимих керувань, \bar{R} – вектор режимів, $D(R)$ – область допустимих режимів, F – сумарні енергетичні затрати.

Компонентами вектора керування можуть бути: для кожної КС – число працюючих ГПА, оберти чи коефіцієнт стискання газу для кожного ГПА, стан запірної і регулюючої арматури. У такій постановці задачі шуканими параметрами можуть бути тиски на виході всіх КС (керованих і некерованих).

Вважатимемо, що для кожної i -ї КС між двома наборами параметрів $(P_{1i}, P_{2i}, Q_i, T_{1i})$ і (Q_p, δ) є однозначна відповідність (набір ГПА і оберти нагнітачів). Тут перший набір параметрів, який характеризує режим роботи КС – тиски на вході і виході КС, витрата і температура на вході відповідно. До другого набору параметрів входять витрата паливного газу, який необхідний для забезпечення режиму з вказаним параметрами, а також коефіцієнт віддаленості від межі помпажу нагнітачів.

Режим вважатимемо оптимальним, якщо виконується критерій оптимальності

$$F = \min_{P_{2i}} \sum_i Q_p(P_{2i}),$$

при заданих граничних умовах P_{1i}, P_{2i} і обмеженнях $P_{2i} \leq \max P_i$.

Оптимізація компресорних станцій. Однією із основних задач керування роботою КС є підтримка тиску на виході нагнітачів на заданому рівні за оптимального розподілу витрати газу між агрегатами. Режим роботи КС залежить від режиму роботи прилеглих газопроводів. Для компенсації коливання режимних параметрів у технологічних схемах КС передбачено різні способи регулювання: числом машин, зміною схем (число груп і агрегатів в групах), коліс нагнітачів різних діаметрів, використанням регуляторів тиску і витрати. До неперервних способів регулювання належать: зміна швидкості обертання ротора відцентрового нагнітача (ВН), перепуск газу з виходу на вхід групи нагнітачів і дроселювання на вході і виході нагнітачів.

Сформулюємо задачу оптимізації режимів роботи КС: при заданих об'ємних чи масових витратах газу і фіксованих граничних умовах – тиску на вході P_{ex} , виході $P_{вих}$ і температурі газу на вході T_{ex} визначити таку схему вмикання машин, оберти за ступенями, положення регулюючих установок, щоб було забезпечено мінімум енергетичних затрат по КС:

$$F(\bar{r}, \bar{u}) = \min_{\bar{u}} \sum_i^m \sum_j^n f_{ij}(\bar{r}, \bar{u}),$$

Компонентами вектора керування \bar{u} є параметри: кількість обертів і агрегатів, стан запірної і регулювальної арматури; вектор режимів \bar{r} визначається тиском, витратою і температурою; m – число паралельних груп агрегатів, n – число послідовних ступенів ГПА.

Крім цього, повинні виконуватися такі технологічні обмеження: на положення робочих точок на характеристиках ВН, пов'язаних з вимогами безпомпажної роботи ГПА; на максимальну об'ємну продуктивність ВН; на частоту обертання вала ВН ($n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$); на максимальну потужність газотурбінної установки ГПА; на максимальний вихідний тиск ЦН, який визначається міцністю трубопроводів на виході ЦН; на максимальну температуру на виході ВН, яка визначається ізоляційним покриттям трубопроводів; на мінімальне значення тиску на виході кожного ВН; на умови, пов'язані із заданим ступенем стійкості роботи ГПА (віддаленість від зони помпажу); на умови узгодженості схеми з'єднання ВН з підвідними і відвідними шлейфами і магістральними газопроводами.

Потік газу до і після ГПА (до АПО) можна вважати ізотермічним. При розподілі потоків природного газу перед ГПА повинен виконуватися баланс масових витрат, і на вхід всіх ГПА надходить газ з однаковою температурою T_i . Розв'язування задачі пов'язано з великою кількістю переборів. Відповіді на нижчевказані запитання дасть можливість істотно зменшити їх кількість.

1. Чи у всіх випадках краще, що працює менше ГПА (при однакових граничних умовах це так)?
2. Як завантажувати ГПА за витратою (завантаження зменшувати в напрямку руху газу) і який вигрощ можна отримати?
3. Як розподіляти завантаження (за коефіцієнтом стиснення) між ступенями КС і який при цьому можна отримати вигрощ?

4. Чи сумарні затрати паливного газу залежать від відношення обертів нагнітачів першого і другого ступінів (при однакових і різнотипних ГПА)?

Для компресорних станцій, обладнаних різними типами агрегатів з електро- і газотурбінними приводами або машинами з різною продуктивністю з газотурбінними приводами розрахунок проводимо як для декількох компресорних станцій, кожна з яких складається з однотипних агрегатів (КС має структуру багатоцехової). Для того, щоб використати розрахунок режимів роботи КС з однотипними ГПА, між цехами вводять еквівалентний гідравлічний опір, на якому із заданою точністю падіння тиску дорівнює падінню тиску в трубній об'язці цеху. Розрахунок багатоцехової КС полягає в такому розподілі об'ємів газу між цехами, який дає змогу досягти сумарних мінімальних енергетичних затрат.

Нехай компресорна станція складається із i_1 паралельно і j_1 працюючих цехів ($i_1 = \overline{1, n}$; $j_1 = \overline{1, m}$). Цехи відрізняються різними типами агрегатів, а тому і обмеження у них є різними, як область регулювання за обертами, максимально допустимі межі за продуктивністю агрегатів, межі за об'ємною продуктивністю відцентрових нагнітачів.

Для таких КС задачі ставляться при додаткових обмеженнях

$$\sum_{i_1}^n \sum_{k_1}^{k_r} q_{i_1 k_1}^i = Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k_i = 1, 2, \dots, k_r,$$

$$\sum_{j_1}^m \sum_{s_1}^{s_p} \Delta P_{j_1 s_1} = P_{вух}^i - P_{ex}^i = \Delta P_i,$$

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \dots = \Delta P_n,$$

де $q_{i_1 k_1}^i$ – величина потоку в i_1 групі k_1 -го цеху; $\Delta P_{j_1 s_1}$ – підвищення тиску на s_1 -му ступені j_1 цеху. Функціонал для мінімізації в цьому випадку матиме вигляд

$$F(\bar{r}, \bar{u}) \Big|_{Q_i} = \sum_{i_1}^n \sum_{j_1}^m F_{i_1 j_1}^i(\bar{r}, \bar{u}).$$

Оптимізація режимів роботи ГТС. Перед оптимізацією режимів ГТС потрібно з'ясувати існування потенціалу оптимізації і реальних можливостей його досягнення. Потенціал оптимізації можна оцінити за пропускною здатністю, запасом потужності КС, можливостями зміни температурного режиму руху газу, часом існування режиму в оптимальному режимі, реальними технічними можливостями реалізації оптимального режиму, запасом газу, зміною запасу газу (сумарний максимальний відбір газу з ПСГ, сумарне обмеження споживання, неконтрольовані втрати газу, раціональне використання газу на власні потреби).

Реальні можливості досягнення оптимального режиму пов'язані з можливостями його керуваності. Для цього повинні бути доступними засоби керування параметрами газових потоків ГТС, які дають змогу не тільки їх утримувати в заданих технологічних межах, але й змінювати в межах, які б забезпечили підтримку потрібного ступеня надійності й оптимальності роботи системи.

У реальних умовах роботи ГТС вищесформульовану оптимізаційну задачу точно розв'язати достатньо проблематично. Це пов'язано, в основному, з системою вимірювання параметрів газу, недостатньою точністю прогнозування процесів надходження і відбору газу, проблемами моделювання процесів руху газу в складних системах. Вказані проблеми істотно впливають на точність: ідентифікації стану об'єктів (технічного, технологічного, термогідравлічного); прийняття рішень (керування) в умовах значної невизначеності; формування початково-граничних умов для системи моделювання термогідравлічних процесів.

Розглянемо основні критерії оптимізації. Для стаціонарних режимів можна запропонувати такі: мінімум працюючих ГПА, мінімальні енергетичні затрати, максимум тиску на виході КС, максимум політропних ККД, максимум акумуляції газу в системі трубопроводів, мінімум відхилень від заданого режиму, максимальна пропускна здатність, мінімум гідравлічних втрат в мережі. Підходи до оптимізації ГТС значно залежать від структури його підсистем і системи загалом. Можна виділити такі основні типові підсистеми: КС з однотипними та різнотипними КС, лінійні і деревоподібні ГТС, ГТС довільної структури.

Оптимізація роботи одноступового магістрального газопроводу. Для спрощення викладу матеріалу розглянемо одноступовий магістральний газопровід з трьома компресорними станціями, з'єднаними двома лінійними трубопроводами (див. рис.1).

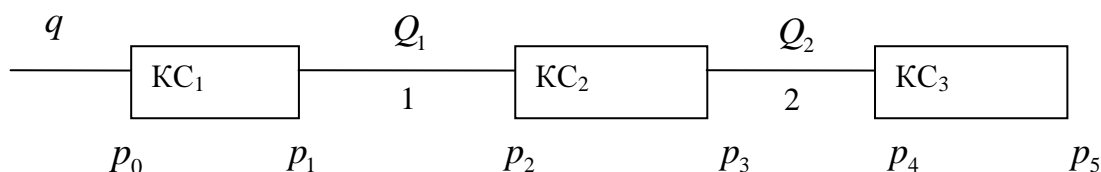


Рис. 1. Схема газопроводу

Дослідимо вплив перерозподілу запасу газу між ділянками 1 і 2 на сумарні енергетичні затрати за таких обмежень і заданих вхідних даних:

- вважається, що сумарний запас газу в обох ділянках є сталим, тобто $Q = Q_1 + Q_2$; (1);
- сталими є значення вхідного p_0 та вихідного p_5 тисків;
- сталим є значення об'ємної витрати q ;
- робота КС визначається параметрами стисків $\varepsilon_i, i = 1, 2, 3$, сумарною політропічною роботою стиску газу.

Значення тисків в системі пов'язані між собою співвідношеннями:

$$p_1 = \varepsilon_1 p_0; \quad (2)$$

$$p_1^2 - p_2^2 = a_1; \quad (3)$$

$$p_3 = \varepsilon_2 p_2; \quad (4)$$

$$p_3^2 - p_4^2 = a_2; \quad (5)$$

$$p_5 = \varepsilon_3 p_4. \quad (6)$$

Тут параметр трубопроводу $a_i, i = 1, 2, i$ – номер труби – визначається формулою

$$a_i = \frac{\lambda_i z_i R T_i}{2 D_i} \left(\frac{4 \rho_0 q}{\pi D_i^2} \right)^2, \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

Політропічна робота стиску газу на компресорній станції обчислюється за формулою [3]

$$N = \frac{g \rho_0 q}{102} \frac{k}{k-1} z R T \left(\varepsilon^{(k-1)/k\eta} - 1 \right). \quad (8)$$

Співвідношення (2)-(6) дають можливість пов'язати між собою значення вхідного та вихідного тисків

$$p_5^2 = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 p_0^2 - a_1 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 - a_1 \varepsilon_3^2. \quad (9)$$

Якщо ввести позначення

$$l_{ii} = \frac{2\pi l_i D_i^2}{12z_i RT}, \quad i = 1, 2,$$

то запаси газу в обох трубопроводах обчислюються за формулами

$$Q_1 = l_{11} \left(\varepsilon_1 p_0 + \frac{\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1}{\varepsilon_1 p_0 + \sqrt{\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1}} \right), \quad (10)$$

$$Q_2 = l_{12} \left(\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1} + \frac{\varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1) - a_2}{\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1} + \sqrt{\varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1) - a_2}} \right). \quad (11)$$

При цьому сумарна політропічна робота стиску газу компресорних станцій цієї системи визначається так

$$N = \rho_1 R \left(\theta_1 \frac{T_0 (\varepsilon^{v_1} - 1)}{1 + f_0 p_0} + \theta_2 \frac{T_2 (\varepsilon^{v_2} - 1)}{1 + f_2 \sqrt{\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1}} + \theta_3 \frac{T_4 (\varepsilon^{v_3} - 1)}{1 + f_4 \sqrt{\varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_0^2 - a_1) - a_2}} \right). \quad (12)$$

В останній формулі введено позначення

$$\theta = \frac{k}{k-1}, \quad v = \frac{1}{\theta \eta}.$$

Інші позначення подані вище.

Постановка задачі. Знайти значення коефіцієнтів стиску газу ε_i , $i = 1, 2, 3$ на компресорних станціях, при яких досягається мінімум сумарної політропічної роботи стиску газу N_{\min} при постійному сумарному запасі газу $Q = const$ і постійних значеннях вхідного p_0 та вихідного p_5 тисків.

Якщо обмежитись першими двома членами розкладу в формулах (10) та (11), то сумарний запас газу в обох трубопроводах з достатньою точністю для практики можна обчислити за формулою

$$Q = \varepsilon_1 p_0 \left[l_{11} \left(1 - \frac{a_1}{4\varepsilon_1^2 p_0^2} \right) + \varepsilon_2 l_{12} \left(1 - \frac{5a_1 + 2a_2}{12\varepsilon_1^2 p_0^2} \right) \right],$$

або

$$Q = \varepsilon_1 p_0 (l_{11} + \varepsilon_2 l_{12}),$$

звідки

$$\varepsilon_1 = \frac{Q}{p_0 (l_{11} + \varepsilon_2 l_{12})}. \quad (13)$$

З рівняння (9) визначаємо коефіцієнт стиску газу третьою КС

$$\varepsilon_3 = \frac{p_5}{\sqrt{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_0^2 - a_1 \varepsilon_2^2 - a_1}}. \quad (14)$$

Підставляючи значення ε_1 та ε_2 до формули (12), отримуємо залежність сумарної політропічної роботи стиску газу компресорними станціями лише від коефіцієнта стиску другої КС, тобто отримується однопараметрична задача. Знайшовши значення коефіцієнта стиску ε_2 , при

якому сумарна потужність є мінімальною, за формулами (13) та (14) обчислюються значення коефіцієнтів стисків першої та третьої КС. З проведеного аналізу випливає, що накладені два обмеження вилучають з розгляду мінімізації сумарної потужності дві КС. У цьому випадку з процесу мінімізації вилучено першу та третю КС. Аналогічно можна вилучити й інші КС. Очевидно, що за такої постановки задачі необхідно розглядати три варіанти мінімізації сумарної роботи стиску газу і серед них вибрати той, який виявиться фізично реалізованим.

З проведених досліджень випливає, що кількість накладених обмежень вилучає з розгляду мінімізації сумарної потужності КС таку саму їх кількість. Якщо кількість КС n є більшою ніж кількість обмежень m , то $n - m$ значень коефіцієнтів стисків знаходяться на основі мінімізації функції сумарної потужності від цих коефіцієнтів.

Оптимізація складної газотранспортної системи методом покрокових варіацій.

Розглянемо магістральний газопровід з компресорними станціями і з граничними значеннями тисків на їх виходах. Задамо також витрату газу на всіх притоках і відборах. Потрібно знайти такий розподіл тисків газу в системі, щоб забезпечити мінімум сумарних енергетичних затрат.

Нехай початковий розподіл вихідних тисків на компресорних станціях дорівнює P_j^0 ($j = 1, 2, \dots, n$) і може бути взятий із практики. Алгоритм будують за кроковою процедурою. Припустімо, що відомі тиски P_j^k k -го наближення. Будуємо три пробні траєкторії j елемента: $P_j^k, P_j^k - dP, P_j^k + dP$ і вибирають ту, яка забезпечує мінімум енергетичних затрат. Проведемо вищезгадану процедуру з кожною КС і отримаємо $k + 1$ наближення до оптимального режиму. Як показує практика, такий алгоритм є швидкозбіжним.

Числовий експеримент. Розглянемо вплив деяких факторів на оптимальність роботи ГТС. Для прикладу візьмемо лінійний газопровід, який складається з 11 КС. Середня відстань між ними близько 100 км. Після охолодження газ (при існуючих умовах експлуатації КС) на виході КС має температуру, близьку до $40\text{ }^\circ\text{C}$. Проведемо числове дослідження впливу зменшення температури газу на виході КС на:

- динаміку зміни витрати паливного газу для транспортування газу;
- максимальну продуктивність газопроводу.

Для існуючого режиму експлуатації газопроводу отримано такі дані (див. табл.1)

Таблиця 1

Температура газу на вих. КС в град. $^\circ\text{C}$	40	20	0
Сумарний паливний газ на режим (тис. м ³ /год)	154	147	140

Для грошової оцінки виграшу, який можна отримати від охолодження газу на виходах КС, потрібно знати вартість його охолодження. Як видно з табл. 1, затрати паливного газу зменшилися приблизно на 10 % при пониженні температури газу на виході КС на $40\text{ }^\circ\text{C}$.

Оцінку впливу охолодження газу на виході КС на максимальну пропускну здатність газопроводу можна зробити з таких отриманих результатів (табл.2)

Таблиця 2

Температура на вих. КС	40	20	0
Продуктивність на виході з системи тис. м ³ /год	3420	3500	3520
Сумарний паливний газ на режим, тис. м ³ /год	167	166	158

Як видно (див. табл.2), приведені затрати паливного газу на транспорт газу в умовах максимального потоку зменшилися приблизно на 9 %.

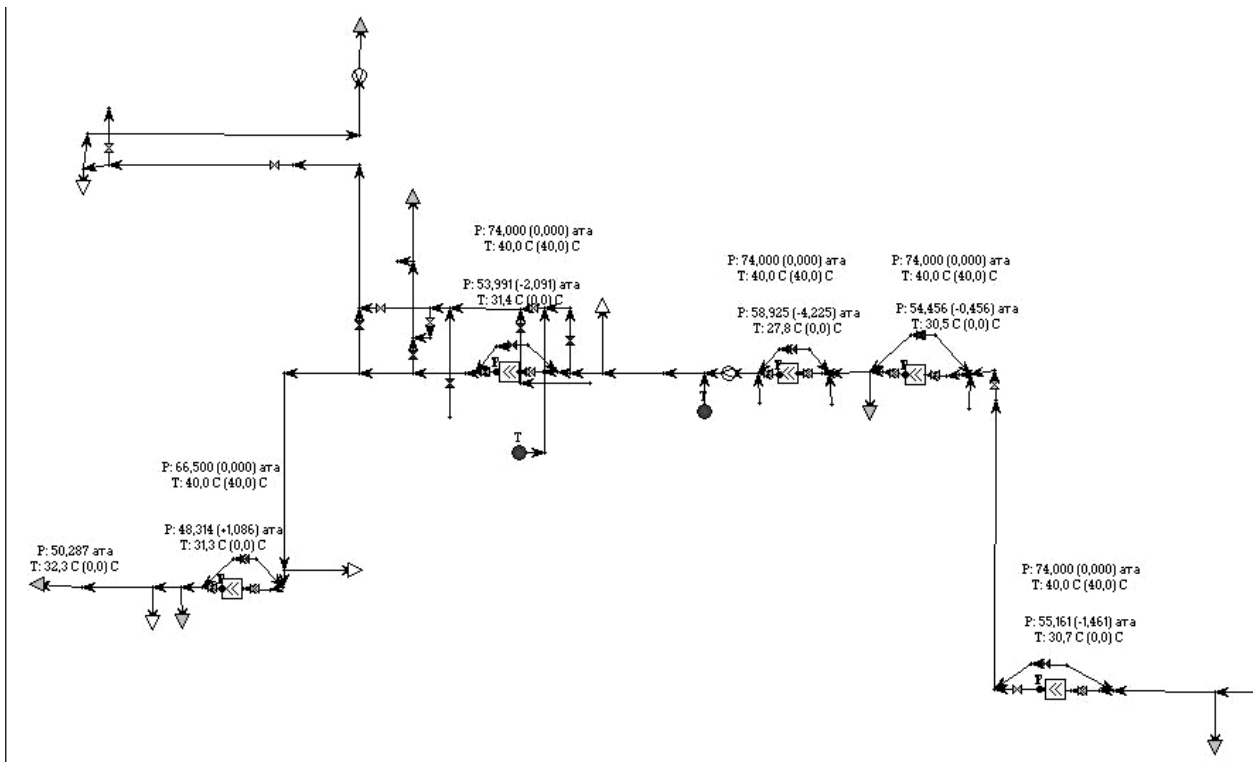


Рис.2 Граф-схема газопроводу

Числовий експеримент проведений із використанням програмного комплексу для розрахунку стаціонарних режимів роботи ГТС, розробленого автором роботи. В ньому передбачено врахування впливу температури ґрунту, коефіцієнтів теплопровідності і реальних газодинамічних характеристик газоперекачувальних агрегатів, знайдених на основі числових експериментів. Крім цього також було враховано реальні технологічні обмеження на тиски для кожної ділянки газопроводу.

Висновки. Приведені в роботі результати показали, що в газотранспортній системі є значний потенціал оптимізації. Він полягає у відповідному розподілі газопотоків по системі трубопроводів та між цехами компресорних станцій з різнотипними газоперекачувальними агрегатами. Важливим є той результат, що оптимізацію потрібно проводити не за окремими газопроводами, а за системою газопроводів загалом. Проведені числові результати підтвердили правильність підходів до оптимізації газопотоків і тому слід очікувати, що в реальних умовах експлуатації ГТС буде підтверджений отриманий результат.

1. Логинов К. В., Мызников А. М., Файзуллин Р. Т. Расчет, оптимизация и управление режимами работы больших гидравлических сетей // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18, № 9. – С. 92–106.
2. Александров А. В., Яковлев Е. И. Проектирование и эксплуатация систем.
3. Сарданашивили С.А. Расчетные методы и алгоритмы. – М.: Изд-во "Нефть и газ", 2005. – 577 с.
4. Павленко В., П'янило Я., Притула М. Алгоритм гідравлічного розрахунку мереж // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. – Львів. – 2003. – № 496. – С. 172–177.
5. П'янило Я. Д., Притула М. Г., Павленко В. А., Землянський Б. В. Алгоритм термодінамічних розрахунків газових мереж // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. – 2004. – № 521. – С. 196–200.
6. П'янило Я., Притула М. Математичні моделі процесів енергомасопереносу в газовій динаміці. Задачі та аналіз методів їх розв'язування // International workshop on free boundary flows and related problems of analysis. – Ukraine, Kiev. – 2005. – P. 58–59.