УДК 629.113.001

О.В. Житенко, Л.В. Крайник*
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної механіки,
*кафедра автомобілебудування

ДИНАМІКА КОЛИВАНЬ І КОМПОНУВАННЯ АВТОВОЗА

Розглянуто коливання автовоза у вертикальній площині за усталеного руху. Наведена математична модель дає змогу здійснювати оптимізацію довжини колісної бази як з умов необхідності під розміщення двох легкових автомобілів на нижньому рівні, так і з умов мінімізації коливань та динамічних навантажень.

In the article casual vibrations are examined to the autocart in a vertical plane at even motion. Presented a mathematical model allows to conduct optimization of length of the wheeled base both from the terms of necessity under placing of two passenger cars on a lower level and from the terms of minimization of vibrations and dynamic loadings.

Постановка проблеми. Компонування автовоза зумовлює низку істотних відмінностей від класичної вантажівки з причепом – необхідне збільшення колісної бази і пониження вантажної платформи (з умови розміщення автомобілів на двох рівнях при обмеженні габариту по висоті 4 м, рис. 1). Враховуючи практичну відсутність в СНД виробництва серійних спеціалізованих шасі – автовозів і необхідність проведення відповідних переробок серійного вантажного шасі, компонувальні роботи та переробка підвісок зумовлює необхідність дослідження динаміки коливань, що пов'язано з плавністю ходу, стійкістю та керованістю.

Аналіз відомих досліджень і публікацій. Динаміку коливань автомобіля як багатомасової системи досліджували в роботах [1–5, 8, 9]. Проте досліджень динаміки і плавності ходу саме такого спеціалізованого виду транспорту є дуже мало.

Постановка задачі. У цій роботі розглядатимемо випадкові коливання автовоза у вертикальній площині під час рівномірного руху по дорозі, що характеризується заданою спектральною функцією мікропрофілю. Викладаючи матеріал, будемо загалом слідувати методиці [6], але рівняння руху отримаємо, скориставшись формалізмом Лагранжа, що має очевидні методичні переваги [7].

Основний матеріал. Спрощена розрахункова схема автовоза показана на рис. 1. Коливання в повздовжній площині досліджуємо за умови однаковості профілю дороги під лівими і правими колесами, різниця профілю призводить до коливань у поперечній площині. Внаслідок лінійності системи і симетрії конструкції автовоза ці види коливань можна розглядати незалежно.

У разі введення лагранжіана системи доцільно зміщення відраховувати від положення статистичної рівноваги, тоді вид рівнянь не зміниться при дії сили ваги і її можна явно не вказувати. Запишемо функцію Лагранжа для руху автовоза, вибираючи за координати вертикальні переміщення переднього (x_1) і заднього (x_2) мостів, що розташовані на відстанях a, b від центра мас. Висоти нерівностей дороги під передніми і задніми колесами позначимо відповідно f_1 і f_2. Позначимо також: m_1, m_2 – непідресорені маси переднього і заднього мостів; M, I – маса кузова і його момент інерції щодо центральної осі, що проходить перпендикулярно до площини рисунка; c_0 – жорсткість шин; c_1, c_2, α_1, α_2 – жорсткості підвісок і коефіцієнти в'язкого тертя (за c і α беруть сумарні величини для лівих і правих елементів підресорювання).

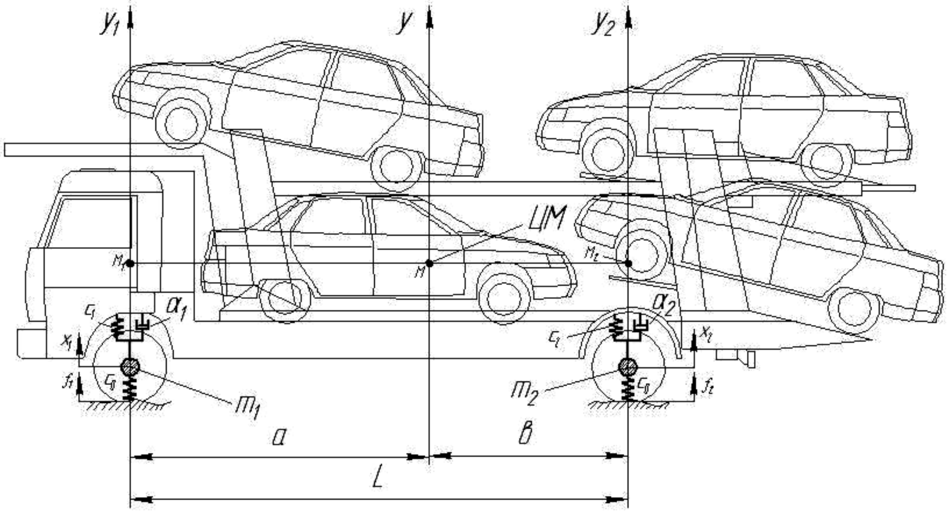

Рис. 1. Спрощена розрахункова схема автовоза

У такому разі кінетичну енергію системи запишемо як

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2{}^2 + \frac{1}{2}(M_1 - M_3)\dot{y}_1{}^2 + \dots \\ + \frac{1}{2}(M_2 - M_3)\dot{y}_2{}^2 + \frac{1}{2} M_3 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 , \tag{1}$$

де введено ефективні маси

$$M_1 = \frac{a^2 + J/M}{(a+b)^2} M\,,\ M_2 = \frac{b^2 + J/M}{(a+b)^2}\,,\ M_3 = \frac{ab - J/M}{(a+b)^2}\,.$$

Потенціальна енергія

$$U = \frac{1}{2} c_0 (x_1 - f_1)^2 + \frac{1}{2} c_1 (y_1 - x_1)^2 + \dots \\ + \frac{1}{2} c_0 (x_2 - f_2)^2 + \frac{1}{2} c_2 (y_2 - x_2)^2 , \tag{2}$$

дисипативна функція

$$R = \frac{1}{2} \alpha_1 (\dot{x}_1 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} \alpha_2 (\dot{x}_2 - \dot{y}_2)^2 . \tag{3}$$

Сили тертя $\varphi_i = -\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}$, (позначаємо $q_i = \{x_1, y_1, x_2, y_2\}$ – узагальнені координати з індексами $i = 1..4$) потрібно додати до правої частини рівнянь Лагранжа [8]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} , \tag{4}$$

де функція Лагранжа $L = T - U$, а вирази для T, U, R задані формулами (1)–(3) відповідно.

Використовуючи стандартний Лагранжів формалізм [6–9], рівняння руху автомобіля отримано у вигляді

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_0 (x_1 - f_1) - c_1 (y_1 - x_1) - \dots \\ \quad - \alpha_1 (\dot{y}_1 - \dot{x}_1) = 0; \\ M_1 \ddot{y}_1 + M_3 \ddot{y}_2 - c_1 (x_1 - y_1) - \dots \\ \quad - \alpha_1 (\dot{x}_1 - \dot{y}_1) = 0; \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_0 (x_2 - f_2) - c_2 (y_2 - x_2) - \dots \\ \quad - \alpha_2 (\dot{y}_2 - \dot{x}_2) = 0; \\ M_2 \ddot{y}_2 + M_3 \ddot{y}_1 - c_2 (x_2 - y_2) - \\ \quad - \alpha_2 (\dot{x}_2 - \dot{y}_2) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

(на відміну від задачі, що розглянута в [6], ми не вводимо спеціальних припущень щодо незалежності коливань передньої і задньої частин автомобіля, тому система рівнянь (5) має більший ступінь загальності).

Щоб знайти комплексну частотну характеристику для вертикальних коливань кузова, використаємо метод комплексних амплітуд [6–9], тобто подамо узагальнені переміщення у вигляді

$$q = \bar{q}\, exp(i\omega t), \tag{6}$$

аналогічно для висоти нерівностей

$$f = \bar{f}\, exp(i\omega t). \tag{7}$$

Підставляючи вирази (6)–(7) у рівняння руху (5), отримуємо систему алгебраїчних рівнянь щодо комплексних амплітуд $\bar{q}$:

$$\begin{cases} (i\omega)^2 m_1 \bar{x}_1 + c_0 \bar{x}_1 - \ldots \\ \quad - c_1(\bar{y}_1 - \bar{x}_1) - (i\omega)\alpha_1(\bar{y}_1 - \bar{x}_1) = c_0 \bar{f}_1; \\ (i\omega)^2 M_1 \bar{y}_1 + (i\omega)^2 M_3 \bar{y}_2 - \ldots \\ \quad - c_1(\bar{x}_1 - \bar{y}_1) - (i\omega)\alpha_1(\bar{x}_1 - \bar{y}_1) = 0; \\ (i\omega)^2 m_2 \bar{x}_2 + c_0 \bar{x}_2 - \ldots \\ \quad - c_2(\bar{y}_2 - \bar{x}_2) - (i\omega)\alpha_2(\bar{y}_2 - \bar{x}_2) = c_0 \bar{f}_2 \\ (i\omega)^2 M_2 \bar{y}_2 + (i\omega)^2 M_3 \bar{y}_1 - \ldots \\ \quad - c_2(\bar{x}_2 - \bar{y}_2) - (i\omega)\alpha_2(\bar{x}_2 - \bar{y}_2) = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Точні розв’язки системи (8) мають громіздкий вигляд, тому доцільно знаходити їх чисельно.

Комплексна частотна характеристика (інакше комплексна передавальна функція) вантажної платформи задається як

$$F(i\omega) = \frac{\bar{y}}{\bar{f}}. \tag{9}$$

Якщо задана спектральна функція нерівностей $S_f(\omega)$, то можна знайти і спектральну функцію переміщень:

$$S_y(\omega) = |F(i\omega)|^2 S_f(\omega). \tag{10}$$

Зауважимо, що спектральна функція нерівностей дороги $S_f(\omega)$, що отримана з експериментальної кореляційної функції $k_f(z)$, задається незалежно від частоти ω, а у функції просторової частоти λ, що має розмірність [1/м]:

$$S_0(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty k(z) cos\, \lambda z\, dz.$$

Під час руху із швидкістю v м/с маємо, що $\lambda = \omega / v$, а тому

$$S_f(\omega) = \frac{1}{v} S_0(\omega / v). \tag{11}$$

Отже, перехід від просторової спектральної функції до частотної зводиться до зміни масштабу по координатних осях. Із збільшенням швидкості графік $S_f(\omega)$ розтягується по горизонталі і стискається по вертикалі, при цьому площа під кривою S_f, що дорівнює дисперсії D_f, залишається сталою.

Статистичні характеристики зміщення кузова y не мають істотної цікавості. Комфортність автомобіля значною мірою залежить від прискорень $j = d^2 y / dt^2$ [13]. Легко бачити, що для цієї величини комплексна передавальна функція визначається виразом [9]:

$$F_j(i\omega) = -\omega^2 F(i\omega). \tag{12}$$

Враховуючи необхідність переробки конструкцій серійних шасі (видовження колісної бази L, змін гідравліки з умов пониження висоти вантажної платформи) для серійної моделі шасі МАЗ

533603-240 [11] проведено комп'ютерне моделювання в системі MATLAB 7.0.1 [12] коливань передньої частини шасі, насамперед з умов оцінки спектральної функції прискорення кабіни водія і відповідно оцінки доцільності внесення зміни в конструкцію передньої підвіски (корегування жорсткості ресор чи переходу на пневмопідвіску, переходу на низькопрофільні шини – через пониження висоти вантажної платформи).

Кореляційну функцію асфальтобетонної дороги приймемо згідно з [13]

$$k(z) = D_f \, e^{-\gamma|z|}, \tag{13}$$

де $D_f = 2.0 \cdot 10^{-4}$ м^2; $\gamma = 0.13$ 1/м.

Функції (15) відповідає просторова спектральна функція

$$S_0(\lambda) = \frac{2}{\pi} \frac{D_f \gamma}{\gamma^2 + \lambda^2}. \tag{14}$$

Для руху із швидкістю v, враховуючи (11), маємо часову спектральну функцію

$$S_f(\omega) = \frac{2}{\pi} \frac{D_f \gamma^*}{\gamma^{*2} + \omega^2}, \tag{15}$$

де $\gamma^* = \gamma v$.

Тоді спектральна функція прискорення частини кузова

$$S_j(\omega) = S_f(\omega) \left| F_j(i\omega) \right|^2 = \omega^4 \frac{2}{\pi} \frac{D_f \gamma^*}{\gamma^{*2} + \omega^2} \left| F(i\omega) \right|^2. \tag{16}$$

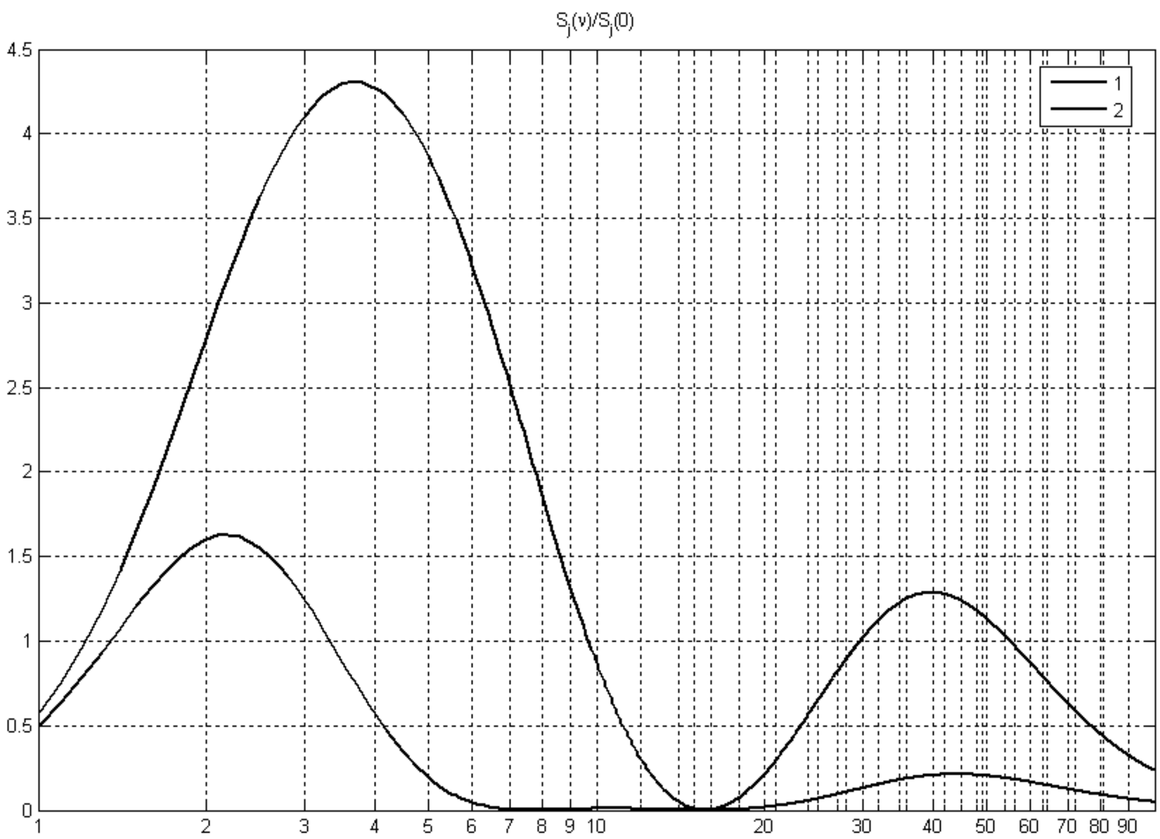

Рис. 2. Спектральна функція прискорення для передньої (1) і задньої (2) частини кузова автомобіля МАЗ 533603-240

Моделювання здійснювали у системі MATLAB 7.0.1 [12]. Результати обчислення функції $S_j(\omega)$ показані на рис. 2. Обидві криві, що відповідають передній (1) і задній (2) частині кузова, мають характерну "двогорбу форму", що відповідає припущенню про двомасову модель. Оскільки криві незначно відрізняються одна від одної, то обертовий ступінь вільності дає малий внесок, і надалі ним можна знехтувати.

Дисперсія прискорення D_j визначається інтегралом (який знаходять числово)

$$D_j = \int_0^\infty S_j(\omega) d\omega .$$

У нашому випадку отримано значення

$$D_{j1} = 1.07 \ (\text{м/с}^2)^2, \ D_{j2} = 0.56 \ (\text{м/с}^2)^2;$$

тобто середньоквадратичні прискорення $\sigma_j = \sqrt{D_j}$ становлять

$$\sigma_{j1} = 1.03 \ (\text{м/с}^2), \ \sigma_{j2} = 0.75 \ (\text{м/с}^2).$$

Висновки. Практично отримані результати підтверджують вписування в допустиму зону комфортабельності руху для водія та вантажів [10] і, відповідно, збереження передньої підвіски ресорного типу (природно зі змінами, що пов'язані пониженням висоти шасі).

Вищенаведена модель дозволяє здійснити оптимізацію довжини колісної бази L (з умов необхідності під розміщення двох легкових автомобілів на нижньому рівні вантажної платформи, так і з умов мінімізації коливань та динамічних навантажень). Природно, що з врахуванням пружних характеристик зчіпного пристрою [4] та динамічного перерозподілу осьових навантажень подана модель розширюється і під комплексне компонування дволанкового автовоза з можливістю відповідної параметричної оптимізації.

1. Яценко Н.Н., Прутчиков О.К. Плавность хода грузовых автомобилей. – М.: Машиностроение, 1969. – 219 с. 2. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с. 3. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 271 с. 4. Библюк Н.І., Зінько Р.В., Дадак Р.М., Маковейчук О.М. Залежність динамічних характеристик дволанкового автопотяга від пружної характеристики зчіпного пристрою // Наук. вісн. НЛТУУ. – Львів: НЛТУУ, 2005. – Вип. 15.4. – С. 90–95. 5. Библюк Н.І., Зінько Р.В., Дадак Р.М., Маковейчук О.М. Залежність динамічних характеристик дволанкового автопотяга при подоланні одиничної перешкоди типу "сходинка" // Наук. вісн. НЛТУУ. – Львів: НЛТУУ, 2006. – Вип. 16.1. – С. 113–119. 6. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с. 7. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с. 8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие: В 10 т. Т. І: Механика. – М.: Наука, 1988. – 216 с. 9. Яблонський А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. – М.: Высш. шк., 1975. – 248 с. 10. Хачатуров А.А. Динамика системы "дорога – шина – автомобиль – водитель". – М.: Машиностроение, 1976. – 535 с. 11. www.maz.by. 12. www.matlab.com. 13. Силаев А.А. Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. – М., 1963. – 192 с.