

УДК 634.0.812

Я. Соколовський, Б. Поберейко  
Національний лісотехнічний університет України

## МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗАНИХ ТЕПЛОМАСООБМІННИХ І ДЕФОРМАЦІЙНО-РЕЛАКСАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ СУШІННІ ГІГРОСКОПІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

© Соколовський Я., Поберейко Б., 2007

**Побудовано фізико-математичну модель взаємодії тепломасообмінних, релаксаційно-деформівних та міцнісних процесів та на її основі отримано критерій короткочасної міцності деревини.**

**Was the obtained physical-mathematical model of mass heat transfer processes and deformation-relaxation processes and durability process communication is built and on its basis the criterion of brief durability of wood is got.**

**Актуальність проблеми.** Розроблення методів моделювання взаємозв'язаних деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у гігроскопічних матеріалах сприяє вирішенню важливої науково-технічної проблеми, пов'язаної зі створенням програмно-технічних комплексів, зокрема автоматизованих систем наукових досліджень енергоощадних технологічних процесів сушіння матеріалів із забезпеченням необхідних показників якості.

**Аналіз відомих результатів моделювання.** Загальний підхід до дослідження деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних полів у твердих матеріалах запропоновано у [1, 2]. У працях [3, 4] методами механіки суцільного середовища і нерівноважної термодинаміки наведено зв'язані рівняння тепломасоперенесення для суцільних середовищ у рамках теорії малих пружно-пластичних деформацій. У [4, 5] наведено математичні моделі процесів тепломасоперенесення, фазових перетворень та деформування у процесі сушіння колоїдних капілярно-пористих матеріалів. Взаємозв'язок деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних полів у процесі сушіння таких матеріалів наведено у працях [3, 6, 7].

У роботі на основі термодинаміки незрівноважених процесів і механіки спадкових середовищ розглядається новий підхід щодо дослідження граничного напружено-деформівного стану капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами тепломасоперенесення у в'язкопружній області деформування.

### **Побудова фізико-математичної моделі взаємозв'язаних деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів**

Нехай у деякий початковий момент часу  $\tau = \tau_0$  рух матеріальних точок капілярно-пористих матеріалів у процесі інтенсивного тепловологоперенесення однозначно визначається координатами  $x_{0k}$  ( $k=1,2,3$ ) у декартовій системі координат з одиничними векторами  $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$ .

У процесі зневоднення матеріалу точки  $x_{0k}$  характеризуватимуться іншими координатами  $x_k$ , значення яких для точок  $x_{0k}$  є різними, що зумовлене нерівномірним розподілом полів тепломасоперенесення в об'ємі матеріалу. Отже,  $x_k$  є функціями координат  $x_{0k}$  та часу  $\tau$ , тобто  $x_i = x_i(x_{0i}, \tau)$ ,  $i=1,2,3$ . Тому елементарні об'єм  $dV(\tau_0) = dV_0$  та площа поверхні  $dS(\tau_0) = dS_0$  відповідно перетворюватимуться у  $dV(\tau) = V$  та  $dS(\tau) = dS$ .

Для встановлення зв'язку між величинами  $dV_0$  і  $dV(\tau)$ , а також між  $dS_0$  і  $dS(\tau)$  розглянемо нескінченно малу векторну величину  $d\vec{x}$  радіус вектора точки  $x_i$

$$d\vec{x} = \sum_{i=1}^3 x_i(x_{01}, x_{02}, x_{03}) \vec{I}_i, \quad (1)$$

Тоді зміна об'єму  $dV(\tau)$  гігроскопічного капілярно-пористого матеріалу зі змінними потенціалами тепломасоперенесення описується залежністю

$$dV(\tau) = J(\tau) dV_0, \quad (2)$$

$$\text{де } dV_0 = \sum_{k=1}^3 dx_{0k}, \quad \text{а } J(x_{k,0k}) = \det \begin{pmatrix} x_{1,01} & x_{2,01} & x_{3,01} \\ x_{1,02} & x_{2,02} & x_{3,02} \\ x_{1,03} & x_{2,03} & x_{3,03} \end{pmatrix} - \text{якобіан градієнтів руху,}$$

$$x_{k,0k} = \frac{\partial x_k}{\partial x_{0k}}. \quad (3)$$

У випадку відсутності тріщиноутворення або короблення матеріалу якобіан перетворень задовольняє умову  $J = \det\{x_{k,0k}\} \neq 0$ , оскільки у протилежному випадку  $dV=0$ , що суперечить аксіомі нерозривності механіки суцільного середовища.

На основі такого підходу встановлено, що

$$dS_k = J \frac{\partial x_{0k}}{\partial x_k} dS_{0k}. \quad (4)$$

Для визначення розподілу маси вологості  $m$  у деформованих капілярно-пористих матеріалах приймемо, що  $m = m_{с.т.} + m_{вол.}$ , де  $m_{с.т.}$  – маса абсолютно сухого матеріалу,  $m_{вол.}$  – маса вологи, що міститься у матеріалі. Враховуючи, що розподіл кожної із зазначених величин в об'ємі  $dV$  вологого матеріалу є нерівномірним та у загальному випадку визначається густинами  $\rho$ ,  $\rho_{с.т.}$ ,  $\rho_{вол.}$ , то, скориставшись законом усадки [5] для гігроскопічних матеріалів  $V_0 = V_{с.т.} (1 + \beta_V U_0)$ , отримаємо закон зв'язку густин зволоженого та абсолютно сухого капілярно-пористих гігроскопічних матеріалів

$$\rho = \frac{1 + U}{(1 + \beta_V U_0) J} \rho_{с.т.}, \quad (5)$$

де  $U(x_k, \tau) = m_{вол.}/m_{с.т.}$  – вологовміст матеріалу,  $U_0 = U(x_k, \tau_0)$ ,  $\beta_V$  – коефіцієнт усадки. Отже, густина вологи гігроскопічних матеріалів є обернено пропорційна якобіану градієнтів руху. Для отримання рівняння вологоперенесення у процесі деформування гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів, зумовлених зміною потенціалів тепломасоперенесення, скористаємось законом збереження маси в інтегральній формі

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \oint_S \vec{j}_{вол.}(x_k, \tau) d\vec{S}, \quad (6)$$

де  $\vec{j}_{вол.}$  – густина потоку вологи.

Рівняння (6) визначає швидкість зміни маси у матеріалі. Для встановлення закономірностей перенесення вологи скористаємось теоремою Гаусса–Остроградського та запишемо закон збереження маси у диференціальній формі

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = \operatorname{div} \vec{j}_{вол.}, \quad (7)$$

де  $\vec{v}$  – швидкість руху матеріальних точок. Враховуючи встановлений зв'язок швидкості руху матеріальних точок з якобіаном перетворення  $J(\tau)$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{J} \frac{dJ}{d\tau}, \quad (8)$$

а також співвідношення (5), отримуємо рівняння перенесення вологи у капілярно-пористих матеріалах з врахуванням впливу процесів деформування

$$\rho_{c.t.} \frac{\partial U}{\partial \tau} = (1 + \beta_V U_0) J \operatorname{div} \vec{j}_{\text{вол}}. \quad (9)$$

Потік вологи  $\vec{j}_{\text{вол}}$  у загальному випадку визначається за формулою [5]

$$\vec{j}_{\text{вол}} = \frac{a_m \rho_{c.t.}}{1 - \delta} \operatorname{grad} U + \frac{a_m^T \rho_{c.t.}}{1 - \delta} \operatorname{grad} T + \frac{a_m^P \rho_{c.t.}}{1 - \delta} \operatorname{grad} P,$$

де  $a_m, a_m^T, a_m^P$  – коефіцієнти волого-, термоволого- та молярного перенесення;  $\delta$  – коефіцієнт фазового переходу вологи з рідкого стану у газоподібний;  $T$  та  $P$  – функції розподілів температури та тиску у матеріалі.

Для встановлення зв'язку між процесами тепломасоперенесення і деформування у капілярно-пористих матеріалах скористаємося підходами, що ґрунтуються на законі збереження енергії. Окрім цього, важливим є встановлення швидкості зміни кількості руху для капілярно-пористих матеріалів з врахуванням зміни маси матеріалу.

У процесі зневоднення на капілярно-пористі матеріали діють об'ємні сили  $\vec{F}_V$ , пропорційні масі матеріалу, поверхневі сили  $\vec{F}_S$ , зумовлені нерівномірним розподілом температурно-вологісних полів, а також реактивні сили, зумовлені масообмінними процесами. Для визначення реактивних сил зміну маси гігроскопічних матеріалів у часі як сукупності матеріальних точок описаною залежністю

$$\Delta m_{\text{вол}} = q \Delta V, \quad q(\tau) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \frac{d\rho \Delta V}{d\tau}. \quad (10)$$

Тоді згідно з законом збереження кількості руху імпульс матеріальних точок  $\rho \Delta V \vec{v}_{\text{дв}}$  капілярно-пористих матеріалів до виділення вологи дорівнює сумі імпульсів матеріальної точки  $(\rho \Delta V - q \Delta V) \vec{v}$  та виділеної вологи  $q \vec{v}_{\text{вол}} \Delta V$ , тобто

$$\rho \Delta V \vec{v}_{\text{дв}} - \rho \Delta V \vec{v} = q(\vec{v}_{\text{вол}} - \vec{v}) \Delta V, \quad (11)$$

де  $\vec{v}_{\text{дв}}$  та  $\vec{v}$  – швидкості руху матеріальних точок матеріалу до та після виділення вологи.

Тоді закон збереження кількості руху для капілярно-пористих матеріалів у процесі зневоднення запишемо у вигляді

$$\int_{V(\tau)} \rho \frac{d\vec{v}}{d\tau} dV(\tau) = \int_{V(\tau)} q(\vec{v}_{\text{вол}} - \vec{v}) dV(\tau) + \vec{F}_V + \vec{F}_S. \quad (12)$$

Аналіз рівняння (12) свідчить про те, що реактивна складова сил виникає у випадку, коли швидкість переміщення вологи  $\vec{v}_{\text{вол}} \neq \vec{v}$  – швидкості деформування матеріалу. Якщо  $\vec{v}_{\text{вол}} - \vec{v} = 0$ , то (11) нічим не відрізняється від рівняння руху для суцільних середовищ зі сталою масою [2, 5].

Для подальшого використання (11), скориставшись теоремою Гаусса–Остроградського [8], запишемо його у локальній формі

$$\rho \frac{d\vec{v}}{d\tau} = q(\vec{v}_{\text{вол}} - \vec{v}) + \rho \vec{f} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \vec{\sigma}_k}{\partial x_k}, \quad (13)$$

де  $\vec{\sigma}_k$  – компоненти напружень,  $\vec{f}$  – питома об'ємна сила. Величина  $q$ , згідно з (10), характеризує швидкість зміни маси речовини в одиниці об'єму матеріалу. Для її визначення з врахуванням (2) отримано залежність

$$q = \frac{d\rho}{d\tau} + \rho \operatorname{div} \bar{v}. \quad (14)$$

Співвідношення (13) описує закони збереження кількості руху для деформованих гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами вологоперенесення. З нього випливає, що основними чинниками руху матеріальних точок таких матеріалів є питомі об'ємні  $\vec{f}$ , реактивні  $i \frac{q}{\rho} (\bar{v} - \bar{v}_{\text{вол}})$  та поверхневі  $\frac{1}{\rho} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \bar{\sigma}_k}{\partial x_k}$  сили, а абсолютне значення прискорення, з яким рухаються ці точки, дорівнює відношенню абсолютного значення рівнодійної цих сил до густини матеріалу.

На основі закону збереження енергії, першого принципу термодинаміки та вищенаведеного підходу для встановлення закону збереження кількості руху, отримуємо закон збереження енергії для деформованих капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами вологоперенесення

$$\rho \frac{\partial e}{\partial \tau} + qe = \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T + h \vec{j}_{\text{вол}}) + \delta \rho \gamma \frac{dU}{d\tau}, \quad (15)$$

де  $e$  – питома внутрішня енергія,  $h$  – питома ентальпія гігроскопічних матеріалів,  $\gamma$  – питома теплота випаровування.

Для отримання рівняння тепломасоперенесення деформованих гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів питому внутрішню енергію подамо через ентальпію  $h$  за співвідношенням [2]. Тоді, з врахуванням рівняння нерозривності (7), (14) та закону збереження енергії (15), отримуємо у загальній формі рівняння визначення полів теплотеперенесення матеріалів з врахуванням процесу деформування

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + C_p (\vec{j}_{\text{вол}} \operatorname{grad} T) + \mu \rho \gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau}, \quad (16)$$

де  $C_p$  – питома теплоємність матеріалу.

Для визначення граничного напружено-деформівного стану гігроскопічних капілярно-пористих матеріалів зі змінними потенціалами тепломасоперенесення необхідно записати рівняння балансу ентропії  $S$ . Враховуючи, що внутрішня енергія  $E$  є функцією об'єму  $V$ , ентропії  $S$  і маси  $m$ , тобто  $E = E(S, V, m)$ , а також співвідношення Гіббса, отримуємо рівняння балансу ентропії

$$\frac{ds}{d\tau} = \frac{1}{T\rho} \left( \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \delta \rho \gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau} \right). \quad (17)$$

Отримане вище рівняння балансу ентропії (17) для деформованих капілярно-пористих матеріалів у процесі зневоднення має важливе теоретичне і практичне значення для вивчення розвитку граничного напружено-деформівного стану матеріалів. Зокрема, на основі (17) узагальнено ентропійний критерій міцності конструкційних матеріалів [9] на технологічну область його застосування. Початком руйнування елементарного об'єму матеріалу вважається момент часу  $\tau^*$ , для якого величина питомої ентропії  $s$  досягне деякого граничного значення  $s^*$ . З (17) отримуємо

$$s^* = \frac{1}{J(\tau^*) \rho(\tau^*)} \int_0^{\tau^*} \frac{1}{T} \left( \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \delta \rho \gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau} \right) d\tau + \frac{J_0 \rho_0 s_0}{J(\tau^*) \rho(\tau^*)}; \quad (18)$$

$$s^* - s_0 = \int_0^{\tau^*} \frac{1}{T\rho} \left( \sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \delta \rho \gamma \frac{dU}{d\tau} + \frac{P}{J} \frac{dJ}{d\tau} \right) d\tau, \quad (19)$$

де  $J_0$ ,  $\rho_0$  та  $s_0$  – значення відповідних величин на початку технологічного процесу зневоднення матеріалів.

### Результати апробації моделі

Для обґрунтування адекватності отриманої фізико-математичної моделі (5), (9), (16)–(18) досліджено реологічну поведінку матеріалів, для яких є відома функція дисипація  $E_D(\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij})$  або

необхідна для її знаходження реологічна модель  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}, T, U)$ . З огляду на це у роботі отримано нелінійне рівняння для визначення кривих довгочасного опору деревини з однорідним напружено-деформівним станом та сталими рівномірно розподіленими полями температури та вологи

$$\frac{(E - E_T)\sigma_{до}^2}{E\sigma_{до} - E_T\sigma_M} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \frac{\sigma_{до}}{E_T} + \frac{1}{3} \frac{\sigma_{до}}{E} \right\} \left( \frac{\sigma}{E_T} \left[ 1 - \frac{E - E_T}{E} \exp\left(-\frac{\tau^*}{\tau_{рел}}\right) \right] - \frac{\sigma_M}{E} \right) - \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma^2 \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\sigma}{E_T} \right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\tau^*}{\tau_{рел}}\right) \right] - \frac{1}{3} \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma \left[ 1 - \exp\left(-\frac{3\tau^*}{\tau_{рел}}\right) \right] \right\} = 0, \quad (20)$$

де  $\sigma_M$ ,  $\sigma_{до}$  – відповідно межа міцності та довгочасного опору матеріалу. В основі виводу цього рівняння покладені умова (18) та реологічна модель деревини [7]

$$\frac{d\sigma}{d\tau} + \left[ \frac{E - E_T}{E_T \tau_{рел}} + \frac{1}{\tau_{рел}} \right] \sigma = E \frac{d\varepsilon}{d\tau} + \frac{E}{\tau_{рел}} \varepsilon. \quad (21)$$

Відповідна функція дисипації енергії описується залежністю [10]

$$E_d = (p_0 \sigma - k_0 \varepsilon)^2 / (p_0 k_1 - p_1 k_0). \quad (22)$$

Тут  $E$ ,  $E_T$  – миттєвий та довготривалий модулі пружності;  $\tau_{рел}$  – час релаксації деформацій повзучості, а  $p_1 = 1$ ;  $p_0 = \frac{E - E_T}{E_T \tau_{рел}} + \frac{1}{\tau_{рел}}$ ;  $k_1 = E$ ;  $k_0 = E / \tau_{рел}$ . Для зіставлення теоретичних та експериментальних кривих довгочасного опору деревини проведено числовий експеримент. За відповідними результатами обчислень (20) та залежностей для знаходження  $E(W, T)$ ,  $\tau_{рел}(W, T)$  побудовано графіки залежностей  $\sigma(\tau^*)$  для деревини сосни з температурою  $20^\circ\text{C}$  та різними значеннями відносної вологості  $W$ , які наведені на рис.1.

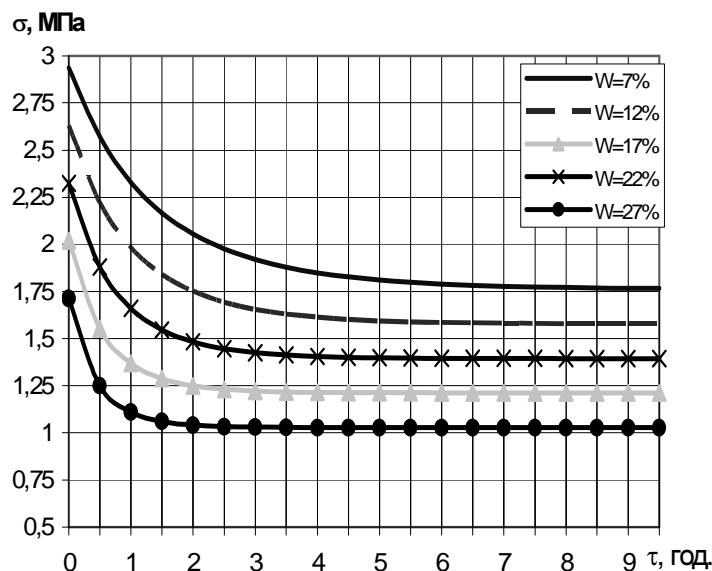


Рис. 1. Розрахункові криві довгочасного опору деревини сосни температурою  $T=20^\circ\text{C}$  та відотною вологістю  $W$ , випробовуваною на розтяг у тангентальному напрямі деформування

**Висновок.** Порівняльний аналіз отриманих теоретичних залежностей (рис.1) та аналогічних результатів експериментальних вимірювань [11] підтвердив їх відповідність у якісному та кількісному відношеннях. Отже, синтезована фізико-математична модель моделювання деформаційно-релаксаційних, тепломасообмінних і міцнісних процесів є адекватною. Тому надалі

вона може бути використана для розв'язання важливих для технології гідротермічної обробки задач визначення релаксаційно-деформівних і тепломасообмінних процесів всередині та на межі неруйнівної області деформування гігроскопічних матеріалів.

1. Подстригач Я.С., Павлина В.С. Диффузионные процессы в упруговязком деформируемом теле // Прикл. механика. – 1974. – 11, №5. – С.47–53. 2. Дей У.А. Термодинамика простых сред с памятью. – М.: Мир, 1974. – 191 с. 3. Никитенко Н.И. Сопряжение и обратные задачи тепломассопереноса. – К.: Наук. думка, 1988. – 240с. 4. Акулич И.В. Милитцер К.Е. Моделирование неизотермического влагопереноса и напряжений в древесине при сушке // Инженерно-физический журнал. – 1998. – №3. – С. 404–414. 5. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. 6. Луцык Р.В. Уравнения теории сушки деформируемых твердых изотропных тел // Промышл. теплотехника. – 1985. – 7, №6. – С. 8–20. 7. Соколовский Я.И. Взаимосвязь деформационно-релаксационных и тепломассообменных процессов при сушке капиллярно-пористых тел // Прикл. механика. – 1998. – 34. – №7. – С. 101–107. 8. Корн Г.К., Корн Т.К. Справочник по математике. – М., 1977. – 831 с. 9. Победря Б.Е. Термодинамический критерий прочности композитов // Механика композитных материалов. – 1993. – Т. 29, №3. – С.302–310. 10. Бленд Д. Теория линейной вязкоупругости (перевод с англ.). – М.: Мир, 1965. – 156 с. 11. Хухрянский П.Н. Прочность древесины. – М.: Гослесбуиздат, 1955. – 152 с.

УДК 534.4:621.391

Г. Зірнєєва

Дніпропетровський національний університет

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В ЗАДАЧІ РОЗПІЗНАВАННЯ МОВИ

© Зірнєєва Г., 2007

**Побудовані алгоритми прийняття рішень в задачі розпізнавання мови ґрунтовані на методах локальних екстремумів, за принципом максимуму Понтрягіна та на основі нейронних мереж. Створена програмна реалізація цих алгоритмів та проведено порівняльний аналіз створених алгоритмів між собою та із стандартним методом динамічного програмування.**

**The algorithms of making decision in the task of speech recognition based on methods of local extreme, a principle of Pontryagin's maximum are constructed and on the basis of neural networks. Program's realization of these algorithms is created and analysis of the created algorithms is lead among themselves and with a standard method of dynamic programming.**

**Постановка проблеми.** Проблема прийняття рішення в задачі розпізнавання мови є сьогодні досить актуальною. Алгоритми, на основі яких приймаються рішення при побудові пристроїв розпізнавання мови, є або досить повільними за швидкістю, або не дають високої якості розпізнавання. У зв'язку з цим постає задача розроблення алгоритмів прийняття рішення в задачі розпізнавання мови, які б забезпечували необхідну якість розпізнавання, а час виконання цих алгоритмів був меншим за існуючі на сьогодні, провести порівняльний аналіз розроблених алгоритмів з вже існуючими.