

УДК 621.314.44

П.Г. Стахів, О.П. Гоголюк

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ТЗЕ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НИЗЬКОЧАСТОТНИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ

© Стахів П.Г., Гоголюк О.П., 2001

Викладено концептуальні засади методики формування математичних моделей аналізу перехідних процесів електричних систем у середовищі MATLAB/SIMULINK 5.3, орієнтованої на застосування декомпозиційних підходів і макромодельовання з можливостями адекватного врахування нелінійних характеристик намагнічування та втрат у сталі елементів магнітопроводу електромагнітних апаратів.

The formation technique conceptual positions of electrical system transients mathematical model in environment MATLAB/SIMULINK 5.3 are presented. The procedure is oriented on usage of decomposition approaches and macromodeling with possibility of adequate accounting of magnetization nonlinear responses and power losses in steel of a magnetic circuit elements of electromagnetic devices.

Створення ефективних цифрових математичних моделей низькочастотних перехідних процесів електричних систем (ЕС) є важливою науковою проблемою. Досягнення належного рівня адекватності математичних моделей перехідних процесів таких систем можливе лише за умови врахування суттєвої нелінійності характеристик елементів електричних і магнітних кіл електромагнітних апаратів (ЕМА) і напівпровідникових перетворювачів [1, 3, 5, 8–10]. Одним із перспективних напрямків розроблення ефективних цифрових математичних моделей ЕС за компонентами адекватності й економічності є застосування декомпозиції, діакоптики та макромодельовання [6, 7]. На підставі аналізу сучасних досягнень методів і засобів математичного моделювання та симулювання ЕС доходимо висновку про доцільність розвитку й удосконалення декомпозиційних підходів і макромодельовання елементів і підсистем електричних систем у середовищі MATLAB/SIMULINK [2, 4, 10].

Математичні моделі елементів ЕС, створені для математичного моделювання процесів в середовищі MATLAB/SIMULINK, наведені в [10]. Однак сфера застосування цих моделей для аналізу низькочастотних перехідних процесів ЕС є суттєво обмеженою. Це зумовлено неможливістю достатньо адекватного врахування в них схемних, режимних і параметричних особливостей електричних і магнітних кіл ЕМА (силових автотрансформаторів і трансформаторів й вимірювальних електромагнітних трансформаторів напруги).

Якщо прийняти, що джерела живлення представлені макромоделями, синтезованими на підставі їх частотних характеристик, а лінії електропередавання в методі прямих, то вихідну математичну модель статичних елементів ЕС найдоцільніше формувати в координатному базисі струмів і напруг гілок електричних кіл, поточозчеплень і магнітних напруг гілок магнітних кіл ЕМА в такому вигляді [3, 5, 8, 9]

$$\|\mathbf{\Pi}_e, \mathbf{\Pi}_m\|(\mathbf{i}, \boldsymbol{\psi}_1)_t = \mathbf{0}; \quad (1)$$

$$\|\mathbf{\Gamma}_e, \mathbf{\Gamma}_m\|(\mathbf{u}_e, \mathbf{u}_m)_t = \mathbf{0}; \quad (2)$$

$$\mathbf{e} - \mathbf{u}_e = \mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{L}d\mathbf{i}/dt + \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_1^{-1} d\psi_1/dt + \mathbf{u}(\mathbf{i}) + \mathbf{u}_c; \quad (3)$$

$$\mathbf{i}_m(\psi_1) + \mathbf{u}_m = \mathbf{w}_1^{-1} \mathbf{w}_1 \mathbf{i}; \quad (4)$$

$$\mathbf{C}d\mathbf{u}_c/dt = \mathbf{i}, \quad (5)$$

де $\mathbf{P}_e, \mathbf{P}_m, \mathbf{\Gamma}_e, \mathbf{\Gamma}_m$ – відповідно перша та друга субматриці матриці інцидентій графа електричних і магнітних кіл заступних схем статичних елементів ЕС; \mathbf{R}, \mathbf{C} – відповідно діагональні матриці лінійних резистансів і ємностей гілок; \mathbf{L} – квадратна матриця власних і взаємних індуктивностей розсіювання гілок; \mathbf{w} – прямокутна матриця витків обвиток ЕМА, рядки якої підпорядковані гілкам магнітного кола, а стовпці – гілкам електричного; \mathbf{w}_1 – діагональна матриця витків первинної обвитки ЕМА; $\mathbf{e}, \mathbf{u}_e, \mathbf{u}_c, \mathbf{u}(\mathbf{i})$ – відповідно вектор-стовпці електрорушійних сил, напруг гілок, спадів напруг на ємностях і нелінійних резистивних і вентильних елементах гілок; \mathbf{i} – вектор-стовпець струмів гілок; $\psi_1, \mathbf{i}_m(\psi_1), \mathbf{u}_m$ – відповідно вектор-стовпці зведених до первинних обвиток зчеплених з ними робочих поточкозчеплень стрижнів магнітопроводів, зведених до одного витка їх питомих спадів магнітних напруг і магнітних напруг гілок.

Недоліком наведених традиційних рівнянь електромагнітного стану ЕС є те, що вони сформовані без врахування втрат потужності на перемагнічення та вихрові струми в елементах магнітопроводу ЕМА. Зазначимо, що така структура рівнянь не дозволяє з фізичного погляду коректно враховувати ці втрати.

Для коректного врахування втрат потужності у стрижнях і ярмах магнітопроводу розширимо заступну схему електричних кіл ЕМА уведенням додаткових електричних контурів, які складаються зі зчеплених з робочими поточкозчепленнями стрижнів обвиток без індуктивностей розсіювання й кількістю витків w_1 з послідовно увімкненими резисторами. Значення величини резистансів цих резисторів мають бути пропорційними втратам потужності на перемагнічення та вихрові струми у відповідних елементах магнітопроводу. Врахувавши те, що ці контури утворюють петлі, тобто в структурі графа електричного кола вони є завжди хордами, система рівнянь електромагнітного стану ЕМА доповниться таким матрично-векторним рівнянням:

$$d\psi_1/dt - \mathbf{R}_{ct} \mathbf{i}_{ct} = \mathbf{0}, \quad (6)$$

де $\mathbf{R}_{ct}, \mathbf{i}_{ct}$ – відповідно діагональна матриця резистансів втрат і вектор-стовпець зведених до первинної обвитки струмів втрат.

Струми втрат додаткових контурів враховуються на підставі закону повного струму уведенням їх в рівняння (4), яке в результаті матиме такий вигляд:

$$\mathbf{i}_m(\psi_1) + \mathbf{u}_m = \mathbf{w}_1^{-1} \mathbf{w}_1 \mathbf{i} + \mathbf{i}_{ct}. \quad (7)$$

Безпосереднє використання отриманих рівнянь електромагнітного стану для створення математичних моделей аналізу перехідних процесів ЕС в середовищі MATLAB/SIMULINK є практично недоцільним. У цьому зв'язку актуальною постає проблема розроблення ефективних математичних моделей аналізу перехідних процесів ЕС для цього програмного комплексу.

На підставі аналізу універсальних можливостей програмного комплексу MATLAB/SIMULINK, призначеного для математичного й імітаційного моделювання складних динамічних систем, доходимо висновку про доцільність формування математичних моделей перехідних процесів ЕС з використанням декомпозиційних і діакоптичних підходів і

макромоделювання. Враховуючи особливості заступних схем електромагнітних кіл елементів електричних систем, їх декомпозицію найдоцільніше здійснювати за функційною ознакою, а саме: джерела живлення, лінії електропередавання, силові автотрансформатори та трансформатори, електричні машини, напівпровідникові інвертори й конвертори, приймачі електроенергії, вимірювальні трансформатори струму й напруги, автоматичні системи керування та захисту.

Для спрощення формування як математичних моделей, так і складних ЕС композицію моделей структурних елементів ЕС доцільно здійснювати на ємнісних перетинах заступних схем електричних кіл, які природно утворюють шини підстанцій, розподільних устав тощо. Матрично-векторне диференціальне рівняння ємнісних перетинів для трифазного електричного кола має вигляд [1, 5]

$$\mathbf{C}_\Pi d\mathbf{U}_\Pi/dt = \mathbf{\Pi}_\Pi \mathbf{i}_\Pi, \quad (8)$$

де \mathbf{U}_Π – вектор фазних вузлових напруг ємнісних перетинів; \mathbf{i}_Π – вектор-стовпець струмів гілок елементів перетинів; $\mathbf{\Pi}_\Pi$ – перша матриця інцидентій гілок елементів, які належать перетинам; $\mathbf{C}_\Pi = \text{diag}(\mathbf{C}_s)$ – блоково-діагональна квадратна матриця ємностей перетинів s -й елемент якої має такий вигляд:

$$\mathbf{C}_s = \begin{vmatrix} C_{01} + C_{12} + C_{13} & -C_{12} & -C_{13} \\ -C_{21} & C_{02} + C_{21} + C_{23} & -C_{23} \\ -C_{31} & -C_{32} & C_{03} + C_{31} + C_{32} \end{vmatrix}, \quad (9)$$

де C_{0i} – еквівалентні ємності фаз s -го перетину на землю; ($C_{kl} = C_{lk}$) – міжфазні ємності цього ж перетину.

Дослідження низькочастотних електромагнітних перехідних процесів ЕС, як правило, мають локальний характер. Під час таких досліджень елементи, які мають визначальний вплив на хід процесів, доцільно представляти адекватними нелінійними мікромоделями, а інші – макромоделями у вигляді динамічних нелінійних багатополісників [6, 7].

Формування математичних моделей елементів ЕС як мікромоделей та макромоделей є складною та неоднозначною задачею, яку розв'язують у кожному конкретному випадку залежно від мети дослідження та наявності відповідної параметричної інформації. Очевидно, що для синтезу макромоделей найдоцільніше використовувати результати симулювання, які отримані за допомогою адекватних нелінійних математичних мікромоделей елементів ЕС. Відомо, що визначальний вплив на якісні та кількісні характеристики перебігу низькочастотних перехідних процесів ЕС мають суттєво нелінійні характеристики елементів магнітних кіл ЕМА, електромеханічних перетворювачів і вентиляльних пристроїв [8, 9]. Однак наявні математичні моделі ЕМА й електромеханічних перетворювачів, які застосовують для симулювання процесів у середовищі MATLAB/SIMULINK [10], є недостатньо адекватними і тому їх використання для дослідження низькочастотних, особливо ферорезонансних перехідних процесів, є проблематичним. У цьому зв'язку першочерговою постає задача розроблення відповідних мікромоделей ЕМА й електромеханічних перетворювачів.

Створення математичних моделей динамічних систем у середовищі MATLAB/SIMULINK є неформалізованою процедурою. Виявилось, що математичні моделі елементів ЕС як лінійних і нелінійних підсистем найдоцільніше формувати окремо.

Для лінійних елементів ЕС диференційно-скінченну мікромодель можна сформулювати в методі координат (змінних) стану в такому вигляді [5, 6]:

$$\begin{aligned} dx/dt &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}(\mathbf{e}, \mathbf{u}_\Pi)_t; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{D}x + \mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{u}_\Pi)_t, \end{aligned} \quad (10)$$

де $\mathbf{x} = (\mathbf{i}_1, \mathbf{u}_{C1})_t$ – вектор-стовпець координат стану (незалежних струмів індуктивностей хорд і напруг ребер дерева графа); $\mathbf{y} = (\mathbf{i}_R, \mathbf{u}_R)$ – вектор-стовпець резистивних струмів хорд і резистивних напруг ребер дерева графа; \mathbf{e} – вектор-стовпець електрорушійних сил гілок; \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{G} – матриці сталих коефіцієнтів, які визначають під час формування рівнянь і зведення їх до нормальної форми.

Для нелінійних елементів ЕС формування рівнянь в методі координат стану через складнощі їх практичної реалізації в середовищі MATLAB/SIMULINK є недоцільним.

Математичні моделі ЕМА формуємо у методі контурних струмів для електричних кіл і контурних поточкозчеплень для магнітних кіл. Отримане на підставі рівнянь (1), (2), (3) гілок з урахуванням (8) рівняння контурних струмів електричних кіл остаточно матиме вигляд

$$\Gamma_e \mathbf{L} \Gamma_{et} d\mathbf{i}_k/dt + \Gamma_e \mathbf{R} \Gamma_{et} \mathbf{i}_k + \Gamma_e \mathbf{k}_t d\psi_1/dt + \Gamma_e (\mathbf{u}_2(\mathbf{i}_2) + \mathbf{u}_c) = \Gamma_e (\mathbf{e}_2, \mathbf{u}_\Pi)_t; \quad (11)$$

$$\mathbf{C} d\mathbf{u}_c/dt = \Gamma_{et} \mathbf{i}_k, \quad (12)$$

де \mathbf{i}_k – вектор-стовпець контурних струмів електричних кіл ЕМА; $\mathbf{i}_2 = \Gamma_{et} \mathbf{i}_k$ – вектор-стовпець струмів гілок електричних кіл ЕМА; \mathbf{k}_t – транспонована матриця коефіцієнтів трансформації ЕМА.

На підставі аналізу топологічних властивостей заступних схем магнітопроводів трифазних тристрижневих трансформаторів доходимо висновку про недоцільність перетворення рівняння (7) в рівняння контурних поточкозчеплень вигляду (11). Так як хордами графа магнітного кола згідно з рівнянням (6) уже вибрані стрижні, охоплені додатковими обвитками для врахування втрат у сталі, то ребром дерева автоматично стає гілка, яка враховує шляхи розсіяння магнітного потоку поза магнітопроводом. У відповідності з накладеними обмеженнями рівняння (7) матиме вигляд

$$\mathbf{i}_{ct} = \mathbf{i}_m(\psi_1) + \mathbf{R}_{mo} \psi_1 - \mathbf{k} \Gamma_{et} \mathbf{i}_k, \quad (13)$$

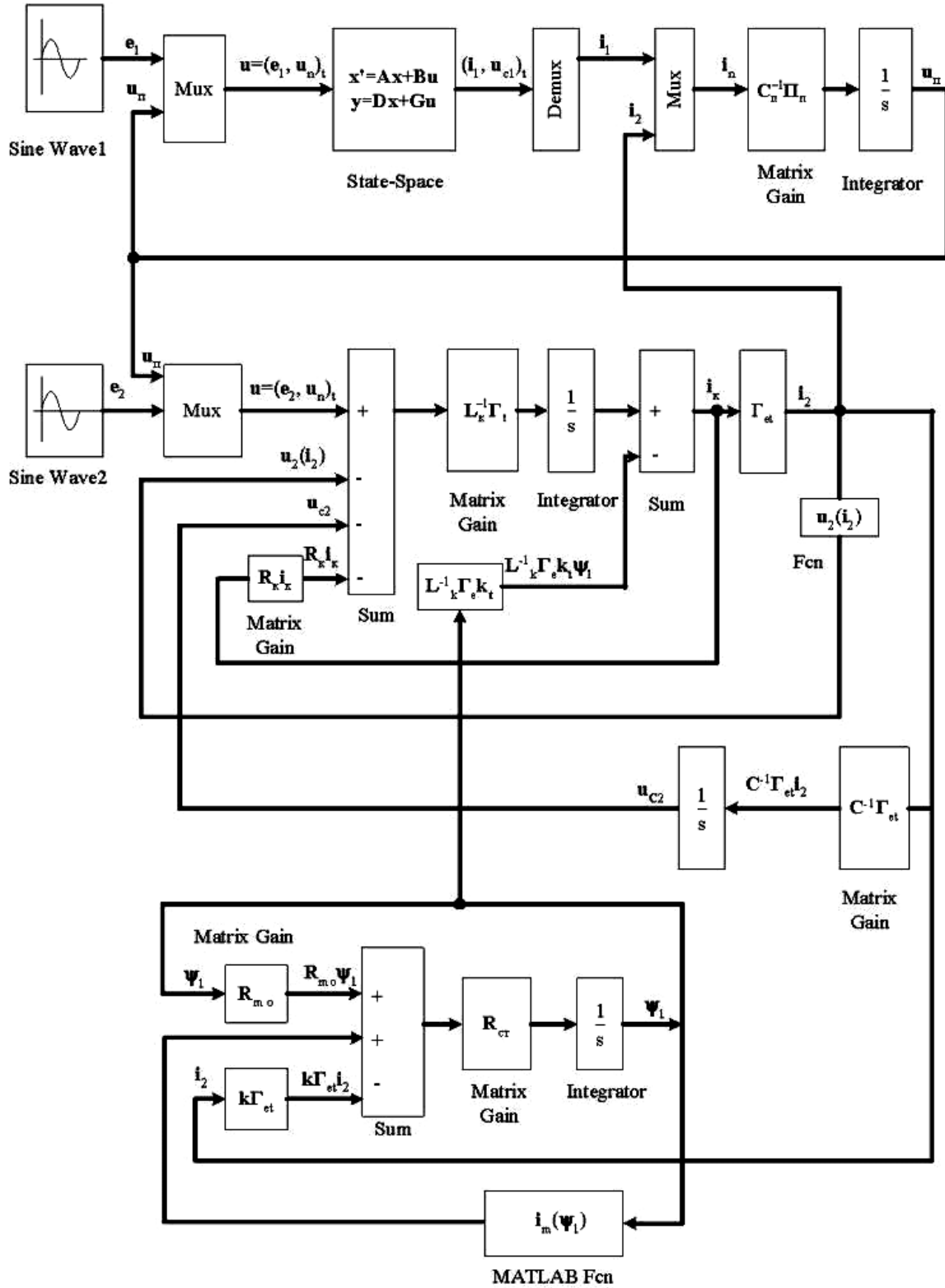
де \mathbf{k} – матриця коефіцієнтів трансформації ЕМА; \mathbf{R}_{mo} – квадратна матриця третього порядку, всі елементи якої приймають значення величини магнітного опору гілки, яка враховує шляхи розсіяння магнітного потоку поза магнітопроводом.

Підставляючи вираз (13) у рівняння (6), отримуємо

$$d\psi_1/dt = \mathbf{R}_{ct} (\mathbf{i}_m(\psi_1) + \mathbf{R}_{mo} \psi_1 - \mathbf{k} \mathbf{i}) . \quad (14)$$

Отриману замкнену систему диференційно-скінченних рівнянь (8), (10), (11), (12), (14) спочатку необхідно перетворити у форму, придатну для реалізації в середовищі MATLAB/SIMULINK. Найефективнішим способом перетворення є заміна диференціальних рівнянь електромагнітного стану ЕМА та ємнісних перетинів інтегральними [10]. Після деяких перетворень отримуємо

$$\mathbf{i}_k = \int_0^t \mathbf{L}_k^{-1} \Gamma_e ((\mathbf{e}_2, \mathbf{u}_\Pi)_t - \mathbf{u}_2(\mathbf{i}_2) - \mathbf{u}_{C2} - \mathbf{R}_k \mathbf{i}_k) dt - \mathbf{L}_k^{-1} \Gamma_e \mathbf{k}_t \psi_1 + \mathbf{a}(0); \quad (15)$$



Узагальнена структурна схема симулювання перехідних процесів електричних систем в середовищі MATLAB/SIMULINK

$$\boldsymbol{\vartheta}_1 = \int_0^t \mathbf{R}_{\text{CT}}(\mathbf{i}_m(\psi_1) + \mathbf{R}_{\text{mo}}\psi_1 - \mathbf{k}\Gamma_{\text{et}}\mathbf{i}_2)dt + \psi_{1(0)}; \quad (16)$$

$$\mathbf{u}_{\text{C2}} = \int_0^t \mathbf{C}^{-1}\mathbf{i}_2 dt + \mathbf{u}_{\text{C2}(0)}; \quad (17)$$

$$\mathbf{u}_{\text{n}} = \int_0^t \mathbf{C}_{\text{n}}^{-1}\mathbf{\Pi}_{\text{n}}\mathbf{i}_n dt + \mathbf{u}_{\text{n}(0)}, \quad (18)$$

де $\mathbf{L}_{\text{k}}, \mathbf{R}_{\text{k}}$ – відповідно матриці контурних лінійних індуктивностей і взаємоіндуктивностей розсіяння та контурних резистансів гілок електричних кіл ЕМА; $\mathbf{a}_{(0)}, \psi_{1(0)}, \mathbf{u}_{\text{c}(0)}, \mathbf{u}_{\text{n}(0)}$ – вектор-стовпці сталих інтегрування, які визначаються значеннями величин відповідних координат процесу ЕМА в момент часу $t=0$, при цьому $\mathbf{a}_{(0)} = -(\mathbf{i}_{\text{k}(0)} + \mathbf{L}_{\text{k}}^{-1}\mathbf{k}_t\psi_{1(0)})$. Представляємо отримані математичні залежності у середовищі MATLAB/SIMULINK за допомогою відповідних структурних блоків.

Використовуючи у відповідності з рівняннями (15)–(18) графічні зображення відповідних математичних операторів меню підсистеми візуального моделювання та векторизоване представлення потоків інформації у середовищі SIMULINK [2, 4, 10], узагальнена структурна схема для симулювання низькочастотних перехідних процесів ЕС матиме вигляд, показаний на рисунку.

Висновок. Розроблено концептуальні засади методики формування математичних моделей електричних систем, орієнтованої на застосування декомпозиційних підходів і макромоделювання в середовищі MATLAB/SIMULINK з можливостями адекватного врахування нелінійних характеристик намагнічування та втрат у сталі елементів магнітопроводу ЕМА.

1. Бернас С., Цек З. *Математические модели элементов электроэнергетических систем: Пер. с польск.* – М., 1982. – 312 с. 2. Гультьяев А.К. *MATLAB 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows: Практическое пособие.* – СПб., 1999. – 288 с. 3. Коротков Б.А., Попков Е.Н. *Алгоритмы имитационного моделирования переходных процессов в электрических системах.* – Л., 1987. – 280 с. 4. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. *Розв'язування задач електромеханіки в середовищах пакетів MathCAD і MATLAB: Навч. посібник.* – Львів, 2000. – 166 с. 5. Перхач В. С. *Математичні задачі електроенергетики.* – 3-е вид., перероб. і доп. – Львів, 1988. – 154 с. 6. Стахів П.Г. *Анализ динамических процессов в электронных схемах с многополюсниками.* – Львов, 1989. – 464 с. 7. Стахів П.Г. *Моделювання та діакоптика як засіб підвищення ефективності розрахунків складних електротехнічних систем // Технічна електродинаміка.* – 2000. – С. 25–28. 8. Фильц Р.В. *Математические основы теории электромеханических преобразователей.* – К., 1979. – 208 с. 9. Чабан В.Й. *Основы теории переходных процессов электромашинных систем.* – Львов, 1980. – 200 с. 10. Ong Chee-Mun. *Dynamic Simulation of Electric Machinery.* – New Jersey, 1998. – 626 p.