Якщо в системі, де досліджується процес $y(t)$, коефіцієнти a_0, a_1 також змінюються, прогнозуюча система може працювати з великим запізненням і похибкою. Тому в цьому випадку необхідно регулювати швидкість реакції прогнозуючої системи, що здійснюється введенням зворотних зв'язків і реалізацію підсистеми самоналагодження [3].

Введення системи передбачення параметрів контрольованих процесів забезпечує значне покращання показників якості перехідних процесів, зменшує час протікання перехідних процесів та величини перерегулювання, що супроводжують ці перехідні процеси.

Регулювання параметрів електротехнічних систем за статистичними критеріями (математичним сподіванням відхилення напруги, дисперсією відхилень напруги або інших, що підлягають статистичному контролю) зменшує видатки на регулювання і регулюючі пристрої, зменшує збитки при роботі споживачів електричної енергії від неякісних параметрів електричної енергії, що приводить до економії витрат на експлуатацію елементів та системи електропостачання і економію коштів як у споживачів, що підключені до вузла системи електропостачання, так і в самій системі електропостачання.

1. Чуев Ю.В., Михайлов Ю.Б., Кузьмин В.И. Прогнозирование количиственных характеристик процессов. – М., 1975. – 256 с. 2. Романенко А.Ф., Сергеев Г.А. Вопросы прикладного анализа случайных процесов. – М., 1968. – 256 с. 3. Івахненко О.Г., Лапа В.Г. Передбачення випадкових процесів. – К., 1969. 4. А. с. 991574 СССР. Устройство для регулирования напряжения узла нагрузки / Р.А.Селепина, Б.Ф.Иванков, И.И.Саляк // Открытия. Изобрет. – 1983. – № 3.

УДК 531

М.П. Синицин, Т.В. Суржик, С.Ю. Хотін, В.І. Шевчук
Інститут електродинаміки НАН України

МЕТОД КОМПЛЕКСНИХ АМПЛІТУД ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО СТАНУ СОНЯЧНИХ КОЛЕКТОРІВ ТА ФОТОБАТАРЕЙ

Розглянуто метод комплексних амплітуд для аналізу нестаціонарного теплового стану сонячних колекторів та фотобатарей.

It is considered the complex amplitude method for the analysis of nonstationary heat state of solar collectors and photobatteries.

Однією з основних причин, які визначають термін надійної роботи сонячних колекторів та фотобатарей, є деградація їх електрофізичних та тепломеханічних характеристик внаслідок дії нестаціонарних температурних флуктуацій. Ці флуктуації можуть бути зумовлені збуреннями щільності сонячного випромінювання, температури зовнішнього повітря, температури робочої рідини і пов'язаних з ними коефіцієнтів теплообміну.

Незважаючи на те, що, як правило, флуктуаційні складові містяться у відповідних граничних умовах і є малими щодо середніх значень, їх вплив на старіння матеріалів сонячних колекторів і фотобатарей та їх довгострокову надійність може бути значним. Це пояснюється насамперед тим, що значна більшість тепломеханічних характеристик матеріалів експоненціально залежить від температури і, отже, незначні відхилення температури від середніх значень можуть призводити до значних змін залежних від температури параметрів. По-друге, нестаціонарні флуктуації параметрів у граничних умовах призводять до нестаціонарних просторово неоднорідних флуктуацій температури в об'ємі матеріалів, градієнти якої значною мірою визначають старіння матеріалів, наприклад, внаслідок термоміграції.

Відзначимо, що статистичні дані про старіння матеріалів сонячних колекторів та фотобатарей, зокрема сонячних фотобатарей космічного призначення, обмежені, а їх одержання пов'язано зі значними строками випробувань і величезними витратами. Тому актуальною є проблема моделювання теплового стану елементів сонячних колекторів та фотобатарей, яка в цій роботі розглядається щодо такого рівняння нестаціонарного теплового стану

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = q_v; \quad \rho, c_p, \lambda - \text{const}. \tag{1}$$

Тут T – температура середовища; t – час; ρ – густина середовища; c_p – питома теплоємність; λ – коефіцієнт теплової провідності; q_v – густина об'ємного тепловиділення.

До рівняння (1) додамо граничні умови у вигляді

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{\Gamma_1} = \alpha(x,y,z,t)[T(x,y,z,t)\Big|_{\Gamma_1} - T_ж] \tag{2}$$

на зовнішній поверхні Γ_1, де α – коефіцієнт теплообміну, який є кусково-неперервною функцією на поверхні Γ_1 і складається з постійної складової $\alpha_0 = \alpha_0(x,y,z)$ і флуктуації $\alpha_\alpha = \alpha_\alpha(x,y,z,t)$, періодичної в часі.

Зазначимо, що періодичними в часі можуть бути густина тепловиділення при нагріванні змінним електричним струмом, температура навколишнього середовища $T_ж$, а також значення теплового потоку на поверхні Γ_2

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{\Gamma_2} = q_n(x,y,z,t). \tag{3}$$

Техніка застосування методу комплексних амплітуд залежить від того, часові флуктуації яких параметрів спричиняють флуктуації температури. Якщо в крайовій задачі (1)–(3) флуктуаційну складову має густина тепловиділення q_v, або щільність теплового потоку q_n, то метод комплексних амплітуд можна використовувати безпосередньо після розкладу температури T на частини T_s, T_{ns} ($T = T_s + T_{ns}$), де T_s задовольняє стаціонарній крайовій задачі, T_{ns} – нестаціонарній крайовій задачі.

Так, наприклад, для випадку, коли розглядається процес теплової провідності для плоскої стінки завтовшки d в напрямку z і крайова задача (1)–(3) набуває вигляду

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = q_v \tag{4}$$

для рівняння і крайових умов

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0}=q_n-\alpha_в[T(z=0)-T_в],\quad -\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=d}=\alpha_ж[T(z=d)-T_ж],\tag{5}$$

то при $q_v,\alpha_в,T_в,\alpha_ж,T_ж-\text{const}$ і при

$$q_n=q_{ns}+q_{nns},\ q_{ns}-\text{const},\ q_{nns}=Q\cos\omega t;\ Q,\omega-\text{const},\tag{6}$$

то для T_s і T_{ns} маємо такі крайові задачі:

$$\frac{d^2T_s}{dz^2}=-\frac{q_v}{\lambda};$$

$$-\lambda\frac{dT_s}{\partial z}\Big|_{z=0}=q_{ns}-\alpha_в[T_s(z=0)-T_в];\ -\lambda\frac{\partial T_s}{\partial z}\Big|_{z=d}=\alpha_ж[T_s(z=d)-T_ж]\tag{7}$$

для T_s і

$$\rho c_p\frac{\partial T_{ns}}{\partial t}-\lambda\frac{\partial^2T_{ns}}{\partial z^2}=0;$$

$$-\lambda\frac{dT_{ns}}{\partial z}\Big|_{z=0}=q_{nns}-\alpha_в[T_{ns}(z=0)]=Q\cos\omega t-\alpha_в[T_{ns}(z=0)];\tag{8}$$

$$-\lambda\frac{\partial T_{ns}}{\partial z}\Big|_{z=d}=\alpha_ж T_{ns}(z=d)$$

для T_{ns}.

Розв’язок крайової задачі (7) знаходиться традиційним способом. Що стосується крайової задачі (8), то для її розв’язання доцільно використовувати метод комплексних амплітуд [1], вводячи замість $T_{ns}(z,t)$ її комплексний аналог $\dot{T}_{ns}(z)$ за прикладом

$$T_{ns}(z,t)\to\dot{T}_{ns}(z)\exp(-i\omega t);\ i^2=-1,\ \omega-\text{const},\tag{9}$$

для якого згідно з (8) має місце крайова задача

$$\frac{d^2\dot{T}_{ns}}{dz^2}+k^2\dot{T}_{ns}=0,$$

$$k=\alpha+i\beta,\quad \alpha=\beta=\sqrt{\frac{\omega\rho c_p}{2}};\tag{10}$$

$$-\lambda\frac{d\dot{T}_{ns}}{dz}\Big|_{z=0}=\dot{Q}-\alpha_в\dot{T}_{ns}(z=0);\qquad -\lambda\frac{d\dot{T}_{ns}}{dz}\Big|_{z=d}=\alpha_ж\dot{T}_{ns}(z=d),$$

де $\dot{Q}$ – комплексна амплітуда, що відповідає функції $Q\cos\omega t$.

Розв’язок крайової задачі (10) має вигляд

$$\dot{T}_{ns}=\dot{A}e^{+ikz}+\dot{B}e^{-ikz},\quad \dot{A}=\frac{\dot{Q}}{\alpha_в[1-ik(\lambda/\alpha_в)]}-\dot{B},\quad \dot{B}=\frac{e^{2ikd}[1+ik(\lambda/\alpha_ж)]\dot{Q}}{2ik\alpha_в(\lambda/\alpha_ж)[1-ik(\lambda/\alpha_в)]}.\tag{11}$$

Інша ситуація справедлива тоді, коли параметри, які мають збурення у вихідній крайовій задачі (5), присутні у вигляді їх додатка на температуру. Це стосується, як бачимо з (5), частини граничних умов, пов’язаних з конвективним теплообміном. У цьому випадку, якщо слідувати*, доцільно на першому етапі виконати операцію розкладу за малим параметром, пов'язаним з відносною амплітудою флуктуацій. Нехай, наприклад, в (5) значення коефіцієнта теплообміну визначається виразом

$$\alpha_ж = \alpha_{ж0}(1+\varepsilon f_{\alpha ж});\ \alpha_{ж0} - \text{const},\ |\varepsilon| << 1. \quad (12)$$

Тоді, представляючи температуру T у вигляді степеневого ряду за параметром ε

$$T = T_0 + \varepsilon T_1 + \varepsilon^2 T_2 + ... + \varepsilon^n T_n, \quad (13)$$

з урахуванням (12) приходимо до послідовності крайових задач для нульового

$$\rho c_p \frac{\partial T_0}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2} = q_v;$$

$$-\lambda \frac{\partial T_0}{\partial z}\Big|_{z=0} = q_n - \alpha_в [T_0(z=0) - T_в]; \qquad -\lambda \frac{\partial T_0}{\partial z}\Big|_{z=d} = \alpha_{ж0}[T_0(z=d) - T_ж] \quad (14)$$

першого

$$\rho c_p \frac{\partial T_1}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = 0;$$

$$-\lambda \frac{\partial T_1}{\partial z}\Big|_{z=0} = -\alpha_в T_1(z=0); \qquad -\lambda \frac{\partial T_1}{\partial z}\Big|_{z=d} = \alpha_{ж0} T_1(z=d) + \alpha_{ж0}[T_0(z=d) - T_ж] f_{\alpha ж0} \quad (15)$$

та другого наближення

$$\rho c_p \frac{\partial T_2}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} = 0;$$

$$-\lambda \frac{\partial T_2}{\partial z}\Big|_{z=0} = -\alpha_в T_2(z=0); \qquad -\lambda \frac{\partial T_2}{\partial z}\Big|_{z=d} = \alpha_{ж0} T_2(z=d) + \alpha_{ж0} T_1(z=d) f_{\alpha ж0} \quad (16)$$

за малим параметром ε.

Ключовою серед задач (14)–(16) є задача (15), яка за допомогою введення комплексної амплітуди $\dot{T}_1(z)$ та перетворенням, аналогічним (9), зводиться до задачі типу (10) для звичайного диференційного рівняння. Що стосується крайової задачі (14) для нульового наближення, то її розв'язують традиційними способами, і результати цього розв'язання використовуються в (15) у вигляді параметрів в граничних умовах.

Особливістю розв'язання крайової задачі (16) для другого наближення є наявність в граничній умові при z = d постійної складової, що вимагає під час розв'язання (16) розкладання температурного поля T_2 на стаціонарну та нестаціонарну складові, які змінюються з подвійною частотою ω.

* *Суржик Т.В. Метод анализа температурного состояния нагревательных элементов при нестационарном тепловыделении // Наук. пр. Ін-ту електродинаміки НАН України. Електроенергетика. – 2000. – С. 181–185.*