

2. Статистичне визначення еквівалентних частот обертання колінчастого вала двигунів необхідно здійснювати без врахування часу роботи на холостому ході, тобто залежно від часу фактичного навантаження агрегатів трансмісії.

3. Значення еквівалентних частот обертання залежить від частоти обертання колінчастого вала, яка відповідає максимальному значенню крутного моменту двигуна та умов експлуатації.

4. Близькість значень еквівалентних частот обертання та частоти обертання, що відповідає максимальному значенню крутного моменту двигуна, залежить від умов експлуатації, тобто від співвідношення тривалості сталого руху до тривалості фаз розгону і сповільнення.

1. Бухарин Н.А., Прозоров В.С., Шукин М.М. *Автомобили. Конструкция, нагрузочные режимы, рабочие процессы, прочность агрегатов автомобиля.* – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, 1973. – 540 с. 2. Лукин П.П., Гаспарянц Г.А., Родионов В.Ф. *Конструирование и расчет автомобиля.* – М.: Машиностроение, 1984. – 376 с. 3. Лукинский В.С., Зайцев Е.И. *Прогнозирование надежности автомобилей.* – Л.: Политехника, 1991. – 224 с.

УДК 634.0.812

Б.Т. Поберейко, Я.І. Соколовський
Національний лісотехнічний університет України

ДОСЛІДЖЕННЯ КОРОТКОЧАСНОЇ МІЦНОСТІ ДЕРЕВИНИ ЗІ СТАЛИМ ВОЛОГОВМІСТОМ

© Поберейко Б.Т., Соколовський Я.І., 2007

Отримано критерій короткочасної міцності деревини з рівномірним полем вологості. Досліджено вплив асиметрії міцності деревини у напрямках анізотропії. Теоретично обґрунтовано та підтверджено, що міцність деревини на розтяг вздовж волокон є більшою, ніж у разі стиску незалежно від її породи.

The criterion of brief durability of wood is got with the permanent field of moisture. Influencing is explored asymmetry of durability of wood in different directions of anisotropic. It is confirmed, that durability of wood on tension along fibers is greater than in the case of compression regardless of its breed.

Актуальність проблеми. Для технології гідротермічної обробки деревини важливими є задачі визначення міцності. Їх розв'язання є основою для вдосконалення відомих та розробки нових методів і способів своєчасного виявлення небезпечних щодо тріщиноутворення та короблення матеріалу полів напружень та деформацій.

На сьогодні ця проблема розроблена переважно для пружних матеріалів зі сталими розподілами полів температури і вологи та однорідним напружено-деформівним станом. Відомі моделі короткочасної міцності [1] для часткових випадків деформування задовільно описують межу міцності деревини лише у пружній області деформування. Але жодна з них не має обґрунтованих переконливих рекомендацій щодо можливостей застосування для визначення граничних напружень у матеріалах зі складним напружено-деформівним станом. Це обумовлено тим, що руйнування деревини є залежним не лише від способу деформування, розмірів тіла тощо, але і від особливостей фізико-механічних властивостей матеріалу. Для деревини однією із таких особливостей є асиметрія міцності, яка визначається залежністю характеристик міцності від характеристик навантаження. Сьогодні ця залежність є мало дослідженою. Тому у сучасних критеріях міцності вплив асиметрії на руйнування композитних матеріалів врахований у вигляді сталих коефіцієнтів, визначених на основі аналізу результатів експериментальних випробовувань деревини на міцність в

умовах одновісного розтягу (стиску), чистого зсуву тощо. У зв'язку з цим актуальними є задачі розроблення критерію міцності деревини з врахуванням залежності характеристик міцності від характеристик навантаження та проведення на його основі досліджень.

Розробка критерію короточасної міцності. Для врахування впливу асиметрії міцності деревини на граничний напружено-деформівний стан зважатимемо на ентропійний критерій руйнування суцільних середовищ [2]. Для цього розглянемо елементарний об'єм ΔV у недеформованій деревині з масою $\rho_0 \Delta V$, де ρ_0 – густина недеформованого матеріалу. Тоді у деформованому стані величина ΔV збільшиться або зменшиться у J разів, і її значення дорівнюватиме $J\Delta V$. Відповідно зміниться також величина ρ_0 . Нехай густина деревини у деформованому стані досягне значення ρ . Тоді згідно з законом збереження маси для матеріалів зі сталим полем вологи виконуватиметься співвідношення

$$\rho_0 \Delta V = \rho J \Delta V. \quad (1)$$

Помноживши (1) на питому ентропію матеріалу S_m та розділивши отримане співвідношення на ΔV , формулу (1) запишемо у вигляді

$$S = S_0 / J, \quad (2)$$

де $S = \rho S_m$, $S_0 = \rho_0 S_m$ – відповідно густини ентропій деформованої та недеформованої деревини.

Оскільки руйнування матеріалу відбувається за умови досягнення величиною S граничного значення S^* , то критерій міцності для деревини зі сталим вологісним полем можна подати у вигляді

$$J \leq J^*. \quad (3)$$

Граничне значення J^* величини J , яка дорівнює відношенню об'ємів деформованого та недеформованого тіла, є залежним від способу деформування деревини. Насправді, у разі усебічного стиску матеріалу його об'єм зменшується, а у разі усебічного розтягу – збільшується. Відповідно, для усебічного стиску – $J^* < 1$, а для усебічного розтягу – $J^* > 1$. Тому величина J є опосередкованою характеристикою зовнішніх механічних зусиль, під впливом яких деформується матеріал, а значення J^* – характеристикою граничних значень цих зусиль. Отже, асиметрія міцності деревини повинна визначатися функціональними залежностями компонентів тензора напружень σ_{ij} від значень J^* , тобто

$$\sigma_{ij} = f(J^*). \quad (4)$$

Для обґрунтування встановленого висновку розглянемо часткові випадки визначення межі пропорційності деревини.

Визначення межі міцності у випадку плоского напруженого стану. Для розв'язання поставленої задачі скористаємося результатами досліджень [3], згідно з якими

$$J = (1 + \tilde{\varepsilon}_1)(1 + \tilde{\varepsilon}_2), \quad (5)$$

де $\tilde{\varepsilon}_1$ і $\tilde{\varepsilon}_2$ – головні значення компонентів тензора деформацій ε_{ij} . Оскільки

$$\begin{cases} \tilde{\varepsilon}_1 = \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + 4\varepsilon_{12}^2}; \\ \tilde{\varepsilon}_2 = \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + 4\varepsilon_{12}^2}, \end{cases} \quad (6)$$

то

$$J - 1 = \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} - \varepsilon_{12}^2. \quad (7)$$

Отримана залежність компонентів тензора деформацій ε_{ij} від величини $J-1$ та критерій міцності (3) дають змогу визначити межу міцності деревини у пружній та в'язкопружній областях деформування. Обмежимося розглядом пружного випадку. Тоді з врахуванням закону Гука [3] для ортотропного матеріалу

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \frac{1}{E_{11}}\sigma_{11} - \frac{\mu_{21}}{E_{22}}\sigma_{22}; \\ \varepsilon_{22} = -\frac{\mu_{12}}{E_{11}}\sigma_{11} + \frac{1}{E_{22}}\sigma_{22}; \\ \varepsilon_{12} = \frac{\sigma_{12}}{G_{12}}, \end{cases} \quad (8)$$

формулу (7) запишемо у вигляді

$$J - 1 = \frac{1 + \mu_{12}\mu_{21}}{E_{11}E_{22}}\sigma_{11}\sigma_{22} - \frac{\mu_{12}}{E_{11}^2}\sigma_{11}^2 - \frac{\mu_{21}}{E_{22}^2}\sigma_{22}^2 + \frac{1 - \mu_{12}}{E_{11}}\sigma_{11} + \frac{1 - \mu_{21}}{E_{22}}\sigma_{22} - \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^2}. \quad (9)$$

Отже, напружений стан деревини, визначений компонентами тензора напружень σ_{ij} , є залежним не лише від фізико-механічних характеристик матеріалу (коефіцієнтів поперечної деформації (μ_{12} , μ_{21}), модулів пружності (E_{11} , E_{22}) та модуля зсуву G_{12}), але і від способу деформування, опосередкованою характеристикою якого є величина J .

Дослідження асиметрії міцності деревини у напрямках анізотропії. Для проведення цих досліджень обмежимося розглядом деяких випадків деформування матеріалу, зокрема, одновісним стиском (розтягом) вздовж та поперек волокон деревини. Тоді, значення компоненти σ_{12} та однієї із нормальних компонент тензора напружень, наприклад σ_{22} , дорівнюють нулеві, а формулу (9) запишемо у вигляді квадратного рівняння

$$-\frac{\mu_{12}}{E_{11}^2}\sigma_{11}^2 + \frac{1 - \mu_{12}}{E_{11}}\sigma_{11} + (1 - J) = 0. \quad (10)$$

Рівняння (10) має два розв'язки:

$$\sigma_{1,2} = \frac{(1 - \mu_{12}) \pm \sqrt{(1 - \mu_{12})^2 + 4(1 - J)\mu_{12}}}{2\mu_{12}} E_{11}. \quad (11)$$

Покажемо, що розв'язок σ_1 не задовольняє умови задачі. Насправді, згідно з цими умовами, для недеформованого тіла значення величини J дорівнює одиниці, а значення компонентів тензора напружень – нулеві. Але, оскільки $0 \leq \mu_{12} \leq 1$, то це є можливим лише тоді, коли розв'язком рівняння (10) є σ_2 , що й необхідно було довести. Отже, згідно з (3) та викладеними вище міркуваннями, межа пружності деревини, випробовуваної в умовах одновісного розтягу чи стиску, опикується співвідношенням

$$\tilde{\sigma}_{11} = \frac{(1 - \mu_{12}) - \sqrt{(1 - \mu_{12})^2 + 4(1 - J^*)\mu_{12}}}{2\mu_{12}} E_{11}. \quad (12)$$

Діапазон зміни граничного значення J^* є залежним від способу деформування матеріалу. У разі стиску, згідно з вищевикладеним, маємо

$$0 < J^* < 1, \quad (13)$$

а у разі розтягу

$$1 < J^* < \frac{(1 + \mu_{12})^2}{4\mu_{12}}. \quad (14)$$

Нерівність (14) отримана з умови, що значення величини $\tilde{\sigma}_{11}$ є дійсними числами.

Для виявлення асиметрії міцності деревини вздовж волокон (**a**) та у радіальному (**r**) і тангентальному (**t**) напрямках анізотропії знайдемо відношення η абсолютних значень меж міцності при розтягу $\tilde{\sigma}_{11}^P$ та при стиску $\tilde{\sigma}_{11}^C$. Для цього у формулі (12) замінимо $\tilde{\sigma}_{11}$ на $\tilde{\sigma}_{11}^P$, а J^* на J_p^* . У результаті матимемо залежність для розрахунку межі міцності деревини у разі розтягу.

Заміною $\tilde{\sigma}_{11}^P$ та J_P^* на $\tilde{\sigma}_{11}^C$ та J_C^* відповідно знайдемо співвідношення для визначення величини $\tilde{\sigma}_{11}$ у разі стиску. Звідси, поділивши перше отримане рівняння на друге, одержимо

$$\frac{\tilde{\sigma}_{11}^P}{\tilde{\sigma}_{11}^C} = \left(1 - \sqrt{1 + 4(1 - J_P^*) \frac{\mu_{12}}{(1 - \mu_{12})^2}} \right) / \left(1 - \sqrt{1 + 4(1 - J_C^*) \frac{\mu_{12}}{(1 - \mu_{12})^2}} \right) \frac{E_{11}^P}{E_{11}^C}, \quad (15)$$

де E_{11}^P , E_{11}^C – значення величин E_{11} у разі розтягу та стиску вздовж одного із напрямків анізотропії.

Отже, оскільки $J_P^* > 1$, то

$$\eta = \left| \frac{\tilde{\sigma}_{11}^P}{\tilde{\sigma}_{11}^C} \right| = \frac{1 - \sqrt{1 - 4(J_P^* - 1) \frac{\mu_{12}}{(1 - \mu_{12})^2}}}{\sqrt{1 + 4(1 - J_C^*) \frac{\mu_{12}}{(1 - \mu_{12})^2}} - 1} \frac{E_{11}^P}{E_{11}^C}. \quad (16)$$

Знайдемо умову, за якої значення величини η є більшим за одиницю. Для цього введемо позначення:

$$a = 4(J_P^* - 1) \frac{\mu_{12}}{(1 - \mu_{12})^2} \quad b = 4(1 - J_C^*) \frac{\mu_{12}}{(1 - \mu_{12})^2}. \quad (17)$$

Тоді рівняння (16) після деяких математичних перетворень запишемо у вигляді

$$\left[a + \eta^2 \left(\frac{E_{11}^C}{E_{11}^P} \right)^2 b \right]^2 + 4\eta \left(\frac{E_{11}^C}{E_{11}^P} \right) \left[1 + \eta \left(\frac{E_{11}^C}{E_{11}^P} \right) \right] a + 4\eta^2 \left(\frac{E_{11}^C}{E_{11}^P} \right)^2 \left[1 - \eta \left(\frac{E_{11}^C}{E_{11}^P} \right) \right] b = 0. \quad (18)$$

Оскільки значення двох перших доданків суми у лівій частині отриманого рівняння є додатними, то її значення дорівнює нулеві за умови, яка визначається нерівністю

$$\eta \left(\frac{E_{11}^C}{E_{11}^P} \right) > 1. \quad (19)$$

Отже, якщо модуль пружності матеріалу при стиску дорівнює модулеві пружності при розтягу ($E_{11}^C = E_{11}^P$), то

$$\eta > 1. \quad (20)$$

Встановлений висновок підтверджується результатами експериментальних досліджень асиметрії міцності деревини вздовж волокон. Насправді, за даними робіт [4, 5] значення модулів пружності деревини різних порід вздовж волокон при розтягу та стиску є практично рівними, а відношення абсолютних значень меж міцності η залежно від породи деревини змінюється в діапазоні від 1,2 до 3.

Поперек волокон відношення модулів пружності для багатьох порід деревини для розтягу та стиску E_{11}^P/E_{11}^C є меншим за одиницю. Зокрема, для сосни у радіальному напрямі деформування це відношення приблизно дорівнює 0,82, а для дуба – 0,85. Аналогічна картина спостерігається і у тангентальному напрямі деформування: для сосни $E_{11}^P/E_{11}^C \approx 0,86$, а для дуба $E_{11}^P/E_{11}^C \approx 0,91$. Тому, згідно з умовою (19), для цих порід деревини відношення меж міцності поперек волокон є меншим за одиницю, що підтверджується відповідними результатами експериментальних вимірювань, наведених у роботах [4, 5]. Окрім цього, зазначимо, що коефіцієнти Пуассона μ_{ar} та μ_{at} для різних порід деревини є набагато меншими за одиницю [4]. Наприклад, для сосни μ_{ar} є меншим від одиниці приблизно у 33 рази, а μ_{at} – у 27 разів. Для ялини – $1/\mu_{ar} \approx 59$, а $1/\mu_{at} \approx 32$. Тому, оскільки, у разі стиску відношення об'ємів деформованого та недеформованого тіла $J^* = J_C^*$ є меншим за одиницю, то, очевидно, що добутки $4(1 - J^*)\mu_{ar}$ та $4(1 - J^*)\mu_{at}$ є у декілька разів меншими за одиницю. Тому, обмежившись першими двома членами розкладу у ряд Тейлора

чисельника залежності (12), не важко показати, що межа пружності деревини поперек волокон у разі стиску є прямо пропорційною відносній зміні об'єму матеріалу $J_C^* - 1$ з коефіцієнтом пропорційності E_{11}^C , тобто у разі стиску

$$\tilde{\sigma}_{11} \approx -(1 - J_C^*) E_{11}^C, \quad (21)$$

а у разі розтягу

$$\tilde{\sigma}_{11} \approx -\eta(1 - J_P^*) E_{11}^P. \quad (22)$$

Висновки. Розроблено критерій короткочасної міцності деревини, який на відміну від відомих дає змогу обґрунтувати асиметрію міцності матеріалу вздовж та поперек волокон. Теоретично показано та підтверджено, що міцність деревини на розтяг вздовж волокон є більшою, ніж у разі стиску.

1. Яценко В.Ф. Прочность композиционных материалов. – К.: Вища шк., 1988. – 191 с.
2. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Длительная прочность в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
3. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. – К.: Вища шк., 1986. – 775 с.
4. Хухрянский П.Н. Прочность древесины. – М.: Гослесбумиздат, 1955. – 152 с.
5. Белянкин Ф.П., Яценко В.Ф. Деформативность и сопротивляемость древесины как упруго-вязко-пластического тела. – К.: Изд-во АН УССР, 1957. – 86 с.

УДК 534.111

Б.І. Сокіл, Х.І. Ліщинська*

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної механіки,
* кафедра опору матеріалів

ВПЛИВ ІМПУЛЬСНИХ СИЛ НА КОЛИВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ СЕРЕДОВИЩ, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬСЯ ПОЗДОВЖНІМ РУХОМ

© Сокіл Б.І., Ліщинська Х.І., 2007

Розв'язані задачі аналітичного дослідження коливних процесів сильно нелінійних систем з розподіленими параметрами, які характеризуються поздовжнім рухом, під дією імпульсних сил. В основу досліджень покладено: а) принцип одночастотності коливань; б) ідею використання періодичних Атеб-функцій для описання коливних процесів систем із степеневою нелінійністю; в) узагальнення, на основі вказаних вище функцій, методу усереднення на нові класи нелінійних систем.

Problems of analytical research of oscillatory processes of strongly nonlinear systems with the distributed parameters, which are characterized by longitudinal motion, under act of impulse forces are untied. In a basis of researches it is necessary: a) a principle of one-rate of oscillations; b) an idea of use of periodic Ateb-functions for description of oscillatory processes of systems with degree nonlinearity; c) generalization, on a basis of the mentioned above functions, a method on new classes of nonlinear systems.

Актуальність. Імпульсні сили, які існують у фізиці, техніці, біології, у своїй еволюції характеризуються короткою тривалістю дії (удар, миттєвий поштовх). Вони можуть бути як поодинокими, так і повторюватись під час проходження систем фіксованих положень чи у конкретні моменти часу. Розглядаючи багато практичних задач, тривалістю дії імпульсних сил можна знехтувати і, описуючи сам процес математичними співвідношеннями, вважати дію імпульсних сил миттєвою. Незважаючи на короткотривалість дії імпульсних сил, вони здебільшого призводять не тільки до зміни