УДК 621.314.5

І.В. Мостовяк, А.Ф. Жаркін, А.В. Зощенко
Інститут електродинаміки НАН України, м. Київ

МОДЕЛЮВАННЯ ВИХІДНОЇ НАПРУГИ ВИПРЯМЛЯЧА ПРИ АКТИВНО-ЄМНІСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Визначено аналітичні вирази для вихідної напруги випрямляча при активно-ємнісному навантаженні і заданих вхідних напрузі та струму.

Analytical expressions for an output voltage of single-phase converter of an alternating current into constant.

Активно-ємнісне навантаження випрямляча створюється при використанні конденсатора ємністю С для згладжування кривої випрямної напруги. Поведінка схеми, зумовлена зарядом і розрядом конденсатора, характеризується імпульсним режимом роботи випрямляча. Це означає, що, якщо на вхід схеми подається напруга $u_{вх} = U_m \sin\omega t$, то вхідний струм буде [1]

$$i_{вх}(t) = I_m \sum_{n=1}^{N} \cos[(2n-1)(\omega t - \frac{\pi}{2})] \tag{1}$$

або

$$i_{вх}(t) = I_m (\sin\omega t - \sin 3\omega t + \sin 5\omega t - \sin 7\omega t ...)$$

Завдання полягає в знаходженні вихідної напруги $u_H(t)$.

Приймемо, що характеристику випрямляча можна передати умовою балансу миттєвих потужностей на вході і виході [2], тобто

$$p_{вх}(t) = p_{вых}(t) \tag{2}$$

або

$$u_{вх}(t) i_{вх}(t) = u_H(t) i(t), \tag{3}$$

де $i(t) = i_C(t) + i_H(t)$

Диференціальним рівнянням для $R_H C$ – ланцюга буде

$$c\frac{du_H(t)}{dt} + \frac{u_H(t)}{R_H} = i(t). \tag{4}$$

Помноживши останнє рівняння на $u_H(t)$, отримаємо

$$u_H(t) i(t) = u_H(t) c \frac{du_H(t)}{dt} + \frac{u_H^2(t)}{R_H}$$

або

$$u_H(t) i(t) = \frac{c}{2}\frac{du_H^2(t)}{dt} + \frac{u_H^2(t)}{R_H}. \tag{5}$$

З огляду на рівняння (5) співвідношення (2) і (3) отримаємо

$$\frac{c}{2}\frac{du_H^2(t)}{dt}+\frac{u_H^2}{R_H}=u_{вх}(t)i_{вх}(t)=p_{вх}(t)\,. \qquad (6)$$

Рівняння (6) встановлює зв'язок між вхідними і вихідними характеристиками випрямляча.

Для визначення вихідної усталеної напруги скористаємося в рівнянні (6) виразами (1). Нехай

$$\begin{aligned}
&i_{вх}(t)=I_m(\sin\omega t-\sin 3\omega t+\sin 5\omega t)\,;\\
&p_{вх}(t)=u_{вх}(t)i_{вх}(t)=I_m(\sin\omega t-\sin 3\omega t+\sin 5\omega t)U_m\sin\omega t=\\
&=P_0\left(\frac{1}{2}-\cos 2\omega t+\cos 4\omega t-\frac{1}{2}\cos 6\omega t\right)\\
&P_0=U_m I_m\,.
\end{aligned} \qquad (7)$$

Будемо шукати $u_H(t)$ у вигляді

$$\begin{aligned}
&u_H(t)=(A_0+A_2\cos 2\omega t+B_2\sin 2\omega t+A_4\cos 4\omega t+\\
&+B_4\sin 4\omega t+A_6\cos 6\omega t+B_6\sin 6\omega t)^{1/2}
\end{aligned} \qquad (8)$$

Підставивши (7) і (8) у рівняння (6) і прирівнявши коефіцієнти справа і зліва при $\cos\kappa\omega t$ і $\sin\kappa\omega t$, отримаємо

$$A_0=\frac{P_0}{2}R_H\,,\qquad A_2=\frac{\frac{-P_0}{R_H}}{\frac{1}{R_H^2}+\omega^2C^2};\qquad B_2=\frac{-P_0\omega C}{\frac{1}{R_H^2}+\omega^2C^2};\qquad A_4=\frac{\frac{P_0}{R_H}}{\frac{1}{R_H^2}+4\omega^2C^2};$$

$$B_4=\frac{P_0 2\omega C}{\frac{1}{R_H^2}+4\omega^2C^2};\qquad A_6=\frac{\frac{-P_0}{2R_H}}{\frac{1}{R_H^2}+9\omega^2C^2};\qquad B_6=\frac{\frac{-P_0}{2}3\omega C}{\frac{1}{R_H^2}+9\omega^2C^2}.$$

У такий спосіб формула для вихідної напруги набуде вигляду

$$\begin{aligned}
u_H(t)=\Bigg(&\frac{P_0}{2}R_H-\frac{P_0}{R_H}\frac{1}{\frac{1}{R_H^2}+\omega^2C^2}\cos 2\omega t-\frac{P_0\omega C}{\frac{1}{R_H^2}+\omega^2C^2}\sin 2\omega t+\\
&+\frac{\frac{P_0}{R_H}}{\frac{1}{R_H^2}+4\omega^2C^2}\cos 4\omega t+\frac{P_0 2\omega C}{\frac{1}{R_H^2}+4\omega^2C^2}\sin 4\omega t-\\
&-\frac{\frac{P_0}{2R_H}}{\frac{1}{R_H^2+9\omega^2C^2}}\cos 6\omega t-\frac{\frac{P_0}{2}3\omega C}{\frac{1}{R_H^2}+9\omega^2C^2}\sin 6\omega t\Bigg)^{1/2}.
\end{aligned} \qquad (9)$$

Для того, щоб знайти формулу для вихідної напруги в перехідних режимах скористаємося рівнянням (6) у вигляді

$$\frac{du_H^2(t)}{dt} + \frac{2}{CR_H} u_H^2 = \frac{2}{C} p_{вх}(t) . \qquad (10)$$

Розв’язком рівняння (10) буде

$$u_H(t) = e^{-\frac{t}{CR_H}} \sqrt{A + \frac{2}{C} \int_{t_o}^{t} p_{вх}(t) e^{\frac{2t}{CR_H}} dt} , \qquad (11)$$

де А – невідома постійна. Для її визначення скористаємося тим, що $u_H(t)/t = t_0 = u_H(t_0)$, отримаємо

$$u_H(t) = e^{-\frac{t}{CR_H}} \sqrt{u_H^2(t_0) e^{\frac{2t_0}{CR}} + \frac{2}{C} \int_{t_0}^{t} p_{вх}(t) e^{\frac{2t}{CR_H}} dt} . \qquad (12)$$

Припустимо, що процес починається з моменту $t_0 = 0$, тому (12) набуває вигляду

$$u_H(t) = e^{-\frac{t}{CR_H}} \sqrt{u_H^2(0) + \frac{2}{C} \int_{0}^{t} p_{вх}(t) e^{\frac{2t}{CR_H}} dt} . \qquad (13)$$

Формули (9), (12), (13) є шуканими виразами для вихідної напруги в сталих і перехідних режимах.

Аналогічні формули можна одержати для інших навантажень випрямлячів і вхідних режимних параметрів, відмінних від імпульсного завдання.

1. Заездный А.М. Гармонічний синтез у радіотехніці електрозв'язку. – Л., 1971. – 527 с. 2. Марабішвілі П.Ф., Ярошенко Е.М. Нестаціонарні електромагнітні процеси в системах із вентилями. – Кишинів, 1980. – 208 с.