УДК 621.311:591.6

**П. Лежнюк, К. Кравцов, О. Гончарук**
Вінницький державний технічний університет

# ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ДЛЯ СТВОРЕННЯ СИСТЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПОТОКАМИ ПОТУЖНОСТІ



**Розглянута подібність лінійних систем керування і показано, що передавальну функцію можна представити у формі критеріального співвідношення. Показано, що на підставі подібності характеристик систем автоматичного керування в просторі станів можна реалізувати оптимальне керування процесом в системі відносних одиниць і з врахуванням чутливості.**

**The similarity of linear control systems has been considered, it is shown that transmission function can represented in the form of criterial relation. Optimum control of the process can be realized based on similarity of automatic control systems in space of states taking into account sensitivity.**

При створенні системи оптимального керування складними динамічними об'єктами, до яких належать електроенергетичні системи (ЕЕС), виникають складнощі через нелінійність та велику розмірність об'єкта керування. Спростити розв'язання цієї задачі можна, якщо скористатися додатковим положенням теорії подібності про подібність нелінійних систем [1]. З нього виходить, що всі теореми і умови подібності для систем можна поширити на лінійні і нелінійні системи, якщо виконується умова збігу відносних характеристик схожих параметрів, і дослідження подібності нелінійних систем можна звести до лінійних систем.

Покажемо можливість встановлення умов подібності динамічних характеристик САК і використання їх поширенням однієї характеристики на групи їй подібних для створення систем оптимального керування. Це необхідно для синтезу систем автоматичного керування (САК) нормальними станами ЕЕС, коли оптимальне керування потоками потужності в них здійснюється в системі відносних одиниць з використанням критеріальних моделей [2].

Розглянемо задачу оптимального керування нормальними станами ЕЕС з інтегральним критерієм, яким є втрати активної потужності. Її можна в загальному випадку сформулювати як задачу теорії оптимального керування з квадратичним критерієм якості [3]:

мінімізувати функцію керування

$$F(u)=\int_{t_0}^{t_k}\left[x_t(t)Qx(t)+u_t(t)Ru(t)\right]dt \tag{1}$$

в просторі станів

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dx}{dt}=Ax(t)+Bu(t);\quad x(t_o)=x_o;\\&y(t)=Cx(t)+Du(t),\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

де x(t) ,u(t), y(t) – відповідно вектори стану, керування і спостереження; A, B, C, D, Q, R – матриці постійних коефіцієнтів; $t_o$, $t_k$ – початок і кінець інтервалу часу; $x_o$ – початкове значення вектора стану.

У цій моделі

$$u(t)=\begin{bmatrix}\dot{k}(t)\\ Q(t)\end{bmatrix}; \qquad y(t)=\begin{bmatrix}\dot{S}_в(t)\\ \dot{I}_в(t)\\ \dot{U}(t)\end{bmatrix},$$

де $\dot{k}(t)$ – вектор комплексних коефіцієнтів трансформації трансформаторів; $Q(t)$ – вектор навантаження джерел реактивної потужності (ДРП); $\dot{S}_в(t)$, $\dot{I}_в(t)$ – вектори потужностей і струмів у гілках ЕЕС; $\dot{U}(t)$ – вектор напруг у вузлах.

Перше рівняння в (2) є рівнянням стану системи, розв’язок якого, задовольняє початковій умові $x_o = x(t_o)$ і дає вектор стану $x(t) = \psi[x(t_o), u(t)]$. Друге рівняння в (2) визначає вихідні параметри залежно від x(t) і u(t).

Отримаємо умови подібності САК в просторі станів (2). Для цього скористаємося положеннями теорії подібності – способом інтегральних аналогів [1]. Суть цього способу визначення критеріїв подібності полягає в тому, що рівняння діляться на один з його членів. У нашому випадку зручно зробити це, вибравши за дільнк ліву частину рівнянь (2). Тоді отримаємо таку систему критеріїв подібності:

$$\begin{aligned}&\pi_{ij}^{a}=a_{ij}t\frac{x_j}{x_i},\quad i=\overline{1,n},\quad j=\overline{1,n}; &&\pi_{ij}^{c}=c_{ij}\frac{x_j}{y_i},\quad i=\overline{1,q},\quad j=\overline{1,n};\\ &\pi_{ij}^{b}=b_{ij}t\frac{u_j}{x_i},\quad i=\overline{1,n},\quad j=\overline{1,n}; &&\pi_{ij}^{d}=d_{ij}\frac{u_j}{y_i},\quad i=\overline{1,q},\quad j=\overline{1,n}.\end{aligned} \tag{3}$$

У задачах, пов'язаних з визначенням динамічних характеристик автоматичних пристроїв, необхідно визначати реакцію системи u(t) за деякої зміни її стану x(t). Відомо [4], що у випадку одиничного ступеневого впливу і нульових початков умовах реакція системи є перехідною функцією, тобто u(t) = w(h), яка є критерієм подібності лінійної системи. Дійсно, з (3) у цьому випадку випливає, що

$$\pi_{ij0}^{b}=b_{ij}w_{ij}(t),$$

звідки

$$w_{ij}(t)=\pi_{ij0}^{b}\frac{1}{b_{ij}}.$$

Відомо [1], що критерії подібності однієї форми можуть перетворюватися у критерії іншої форми, які отримані за рахунок операцій множення або ділення критеріїв подібності, піднесення їх до ступеня або множення на будь-який постійний коефіцієнт k. Оскільки $\pi^{b}$ – критерій подібності, то і $k\pi_{ij0}^{b}=w_{ij}(t)$ також є критерієм. Позначивши $w_{ij}(\infty)=1/b_{ij}$ і $w_{*}(t)=w(t)/w(\infty)$, отримаємо

$$w_{ij*}(t)=\text{idem}. \tag{4}$$

З (4) випливає, що наведені перехідні характеристики подібних лінійних систем у однакові моменти часу збігаються. Можна показати подібність і в інших, загальних випадках, зокрема з застосуванням перетворень Лапласа.

За нульових початкових умов і переході до зображень поведінку досліджуваної системи як системи лінійної можна описати

$$x(p)\sum_{i=0}^{k} a_i p^i = u(p)\sum_{j=0}^{n} b_j p^j \;, \tag{5}$$

де k – порядок диференційного рівняння; n – кількість керуючих змінних; $a_i$, $b_j$ – постійні коефіцієнти.

Систему критеріїв подібності, визначених способом інтегральних аналогів, для процесу, що описується (5), запишемо так:

$$\begin{aligned} &\pi_i^a(p) = p^{i-i'}\frac{a_i}{a_{i'}},\; i=\overline{0,k},\; i'=\overline{0,k},\; i \neq i';\\ &\pi_j^b(p) = p^{j-i'}\frac{b_j}{a_{i'}}\frac{u(p)}{x(p)},\; i'=\overline{0,k},\; j=\overline{0,n}. \end{aligned} \tag{6}$$

Передавальна функція системи в прийнятих позначеннях має вигляд

$$w(p) = \frac{x(p)}{u(p)} = \sum_{j=0}^{n} b_j p^j \Big/ \sum_{i=0}^{k} a_i p^i \,. \tag{7}$$

Покажемо, що для подібності лінійних систем необхідно і достатно подібностей їх передавальних функцій. Для цього запишемо вираз для $\pi^b(p)$ з (6) у випадку i' = 0 з врахуванням (7)

$$\pi_0^b(p) = \frac{b_0}{a_0}\frac{1}{w(p)},$$

звідки

$$w(p) = \frac{b_0}{a_0}\frac{1}{\pi_0^b(p)}. \tag{8}$$

З властивостей критеріїв подібності випливає [1], що, якщо $\pi_0^b(p)$ – критерій подібності, то і $k/\pi_0^b(p) = w(p)$ ($k = b_0/a_0$) також є критерієм. Отже, при оптимальному керуванні згідно з (1)–(2) оптимальні стани системи є подібними.

Покажемо також, що подібність лінійних систем зберігається і тоді, коли передавальна функція є відносною. Тобто, що при оптимальному керуванні в системі відносних одиниць [5] оптимальні стани системи також подібні. Для цього розглянемо дві системи з передавальними функціями $w_1(p) = vw_2(p)$, де v – постійний коефіцієнт. Значення $w_1(p)$ і $w_2(p)$ будемо вважати для узагальнення раціональнми дробами, що не скорочуються. З рівності цих дробів випливає, що

$$\sum_{i=0}^{k} a_i^{(1)} p^i = e\sum_{i=0}^{k} a_i^{(2)} p^i;\; \sum_{j=0}^{n} b_j^{(1)} p^j = ve\sum_{j=0}^{n} b_j^{(2)} p_j \;,$$

де e – постійний коефіцієнт.

З умови рівності двох багаточленів отримаємо

$$\left.\begin{aligned} a_i^{(1)}p^i &= ea_i^{(2)}p^i, i=\overline{0,k};\\ b_j^{(1)}p^j &= veb_j^{(2)}p^j, j=\overline{0,n}.\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Якщо i = 0, то маємо $a_0^{(1)} = ea_0^{(2)}$. Розділимо обидві частини перших рівностей останньої системи на однакові постійні числа:

$$(a_i^{(1)}/a_0^{(1)})p^i = (a_i^{(2)}/a_0^{(2)})p^i = \text{idem}, \quad i=\overline{0,k}. \tag{10}$$

Обидві частини другої рівності системи (9) також розділимо на ці числа і на передавальну функцію $w_1(p) = vw_2(p)$. Тоді з врахуванням (7) можна записати

$$\frac{b_j^{(1)}}{a_0^{(1)}}p^j\frac{u_1(p)}{x_1(p)} = \frac{b_j^{(2)}}{a_0^{(2)}}p^j\frac{u_2(p)}{x_2(p)} = \text{idem}, \quad j=\overline{0,n}. \tag{11}$$

З виразів (10) і (11) випливають критерії подібності двох подібних систем.

Представимо тепер операторне рівняння і передавальну функцію у вигляді безрозмірних співвідношень. Для цього розділимо ліву і праву частини рівняння (5) на $a_o x(p)$ ($a_o \neq 0$) і перепишемо його з врахуванням (8)

$$1+\sum_{i=0}^{k}\frac{a_i}{a_0}p^i = \sum_{j=0}^{n}\frac{b_j}{a_0}p^j\frac{u(p)}{x(p)}; \qquad \sum_{j=0}^{n}\pi_j^b(p) - \sum_{i=0}^{k}\pi_i^a(p) = 1. \tag{12}$$

Тобто, операторне рівняння фізичного процесу можна представити як залежність (n + k + 1) безрозмірних операторних співвідношень.

Розглянемо вираз для передавальної функції. З (8) з врахуванням (12) випливає, що

$$w(p) = \frac{b_0}{a_0}\frac{\sum_{j=0}^{n}\pi_j^b(p)}{\pi_0^b(p)\left[1+\sum_{i=0}^{k}\pi_i^a(p)\right]}. \tag{13}$$

Позначимо

$$w(0) = b_0/a_0; \pi_{i*}^b(p) = \pi_i^b(p)/\pi_0^b(p); w_*(p) = w(p)/w(0).$$

Тоді

$$w_*(p) = \left(1+\sum_{j=0}^{n}\pi_{j*}^b(p)\right)\Big/\left(1+\sum_{i=0}^{k}\pi_{i*}^a(p)\right). \tag{14}$$

Тобто, відносна передавальна функція є співвідношенням (n + k) критеріїв подібності. Значить, при оптимальному керуванні у відносних одиницях, як і при керуванні в іменованих одиницях, оптимальні стани системи є подібними. Це є підставою для того, щоб використати подібність оптимальних станів для створення САК потоками потужності в ЕЕС.

Для практичної реалізації за допомогою САК розв'язок задачі оптимального керування (1)–(2), ґрунтуючись на подібності оптимальних станів системи, можна записати у вигляді закону оптимального керування [6]

$$u_*(t) = -\pi y_*(t), \tag{15}$$

за умов

$$u_*(t) \in 1 \pm \delta u_*^h \,, \tag{16}$$

де $u_*(t)$ – вектор керування у відносних одиницях; $y_*(t)$ – відносні значення вектора спостереження; $\pi$ – матриця коефіцієнтів зворотного зв'язку, за своїм фізичним змістом – критерії подібності оптимальних станів системи; $\delta u_*^h$ – половина поля допуску області нечутливості (оптимальності) $\delta u_*$ – параметрів керування.

Межі області оптимальності керувальних параметрів $u_i$ визначаються за методикою, викладеною в [7]. Значення половини поля допуску i-го параметра $u_i$ у критеріальній системі відносних одиниць, якщо задане значення $\delta F_*$ визначається

$$\delta u_{*i}^h \le \frac{\nu_i \delta F_*}{|\mu_i|} ,$$

де $\nu_i$ – вагові коефіцієнти керувальних параметрів, що визначаються за результатами нормування; $\mu_i = \frac{\partial F}{\partial u_i}\Big|_{\Delta u = 0}$ – коефіцієнт чутливості критерію оптимальності до i-го керувального параметра.

Отже, у випадку подібності характеристик пристроїв оптимального керування і представлення передавальних функцій у критеріальній формі можливе використання для визначення керувальних впливів і їх аналізу засобів критеріального моделювання. У критеріальній моделі процесу, що оптимізується, критерії подібності утворюють рівняння зв'язку і їх узагальнювальні властивості можливо використовувати для створення адаптивних систем автоматичного керування. Критеріальні співвідношення також дозволяють, виходячи з можливостей регулювальних пристроїв, впливати на значення критерію оптимальності, визначити частку кожного з них в оптимальному керуванні, тобто під час введення F у його область оптимальності .

**Висновки.** 1. Встановлено подібність характеристик пристроїв автоматичного оптимального керування і показана можливість представлення передавальних функцій у критеріальній формі. Отже, критеріальні моделі можна використовувати для розв'язування задач оптимального керування.

2. Застосування узагальнюючих методів теорії подібності можливе і доцільне для створення систем автоматичного керування складними динамічними системами типу електроенергетичних. Оптимальне керування в системі відносних одиниць з використанням критеріальних моделей має істотні переваги: керування здійснюється без визначення значення критерію оптимальності, спрощується аналіз чутливості САК, а також встановлюється ранг регулювальниих пристроїв у керуванні потоками потужності і напругою в ЕЕС.

*1. Веников В.А. Теория подобия и моделирования. – М., 1976. – 479 с. 2. Астахов Ю.Н., Лежнюк П.Д. Применение теории подобия в задачах оптимального управления нормальными режимами электроэнергетических систем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1990. – № 5. – С. 3-11. 3. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К., 1977. – 768 с. 4. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. – М., 1981. – 448 с. 5. Лежнюк П.Д., Бевз С.В. Системи відносних одиниць в оптимальному керуванні нормальними режимами електричних систем // Вісн. НУ "Львівська політехніка". – 2000. – № 400. – С. 76–83. 6. Лежнюк П.Д., Лук'яненко Ю.В., Крав-*

*цов К.І. Автоматизація керування потоками потужності в електроенергетичних системах з використанням методів теорії подібності // Пр. Донецького держ. техн. ун-ту. – 2000. – Вип. 17. – С. 124–128. 7. Лежнюк П.Д., Кравцов К.І. Розв’язання задач чутливості оптимального керування критеріальним методом // Пр. Міжнар. конф. з управління “Автоматика-2000”. Упраління та ідентифікація в умовах невизначенності. Т.2. – Львів, 2000. – С. 155–160.*

**УДК 621.314.2**

**Г. Лисяк, А. Маліновський, М. Зубрицький**
Національний університет “Львівська політехніка“, кафедра ЕПМС

# ДОСЛІДЖЕННЯ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ТРАНСФОРМАТОРНИХ АГРЕГАТІВ ДЛЯ ОЦІНКИ РІВНЯ СТРУМІВ ВИТКОВИХ КОРОТКИХ ЗАМИКАНЬ



**У статті описано моделювання з використанням методу симетричних складових усталених режимів виткових коротких замикань трифазного двотрансформаторного агрегату для оцінки рівня струмів при різних схемах з’єднання його обвиток.**

**In the article modeling steady state of faults between turns in three phase two transformer block for current level evaluation due to its winding connection using symmetrical component approach is given.**

Надійність роботи силових трансформаторів, які належать до основного обладнання електричних станцій і підстанцій, значною мірою визначає надійність роботи системи вироблення і розподілу електроенергії. Однією з найрозповсюдженіших причин виходу з ладу трансформаторів є виткові короткі замикання (ВКЗ) [1]. Під час ВКЗ виникають надструми у замкнених витках і гілці, що утворила замикання. Вони спричиняють недопустимі місцеві нагрівання і великі динамічні зусилля на замкнені витки, що за відсутності відповідних заходів може призвести до руйнування обвитки трансформатора.

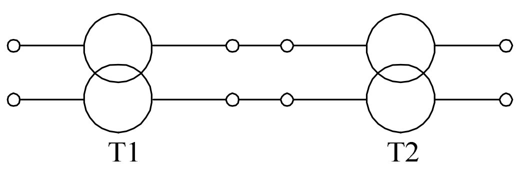

*Рис. 1. Принципова схема агрегату*

Існує можливість знизити рівень надструмів ВКЗ застосуванням двотрансформаторних агрегатів, у яких значення струму в гілці, що утворила замикання, залежить від значення струмів намагнічування трансформаторів та кількості замкнених витків. Для спрощення викладення надалі двотрансформаторний агрегат називатимемо агрегатом. Принципова схема агрегату з двома двообвитковими трансформаторами T1 і T2 показана на рис. 1.

Агрегати можуть бути як однофазними, так і трифазними з будь-якою схемою з’єднання обвиток: зірка, зірка з нулем, трикутник і містити трансформатори з довільною