

ТЕХНОЛОГІЧНА ГНУЧКІСТЬ ОПЕРАЦІЙ ЗУБОНАРИЗАННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПРОЦЕСУ РАДІАЛЬНО-КОЛОВОГО ФОРМОУТВОРЕННЯ ЗУБЦІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОЛІС

© Литвиняк Я. М., 2016

Розглянуто основні особливості підвищення технологічної гнучкості операцій нарізання зубців на циліндричних зубчастих колесах способом радіально-колового формоутворення за безперервного обертання заготовки зубчастого колеса. Запропоновані математичні моделі із визначення профілю бокової поверхні зуба прямозубого циліндричного колеса, утворюваного за допомогою інструментального оснащення, яке дає змогу адаптувати траєкторію складного руху осі дискової фрези до необхідних параметрів профілю зуба нарізаного колеса

Ключові слова: нарізання зубців, зубчасті циліндричні колеса, дискові фрези, спосіб радіально-колового формоутворення.

There are considered the basic features of increasing technological flexibility operations of cutting teeth on cylindrical gear-wheels by the method radial-and-round shaping process at the continuous rotation of gear-wheel's purveyance. There are offered mathematical models from determination profile of tooth's side of cylindrical wheel formed by means of the instrumental rigging that allows adapting the trajectory of difficult motion of axis disk milling cutter to the necessary parameters tooth's profile of the cut wheel.

Key words: cutting of indents, cylindrical gear-wheels, disk milling cutters, radial-and-round shaping process.

Постановка проблеми. Операції зубонарізання забезпечують загалом функціональні характеристики зубчастих коліс та визначають техніко-економічні показники технологічних процесів їх виготовлення. Технологічна собівартість операцій зубонарізання, особливо для великомодульних коліс, регламентується її тривалістю та вартістю зубообробних інструментів. Використовувані зубофрезерні верстати разом із вартісними черв'ячними фрезами реалізують метод обкату – один з найпоширеніших методів, що застосовується для формоутворення бокових поверхонь зубців циліндричних коліс. Жорсткий взаємозв'язок частот обертання нарізаного зубчастого колеса та черв'ячної фрези у зубофрезерних верстатах накладає істотні обмеження на підвищення продуктивності на операції зубонарізання, а стандартизовані, типові конструкції черв'ячних фрез, зокрема великих модулів, характеризуються такою стійкістю, що не відповідає сучасним вимогам, які визначаються твердістю матеріалу зубчастого колеса.

Ефективний напрям забезпечення належної техніко-економічної ефективності технологічних операцій зубонарізання на зубофрезерних верстатах, що використовуються на підприємствах, полягає у використанні принципово нового способу зубообробки – радіально-колового формоутворення із безперервним обертанням заготовки нарізаного зубчастого колеса. Для цього на зубофрезерний верстат встановлюється додаткове спеціальне інструментальне оснащення (конструктивним змінам зубофрезерний верстат не підлягає), а операція зубофрезерування здійснюється дисковою фрезою, спорядженою різальними зубцями із твердого сплаву. Основним елементом інструментального оснащення є загалом інструментальна оправка (встановлюється у шпindelю зубофрезерного

верстата), частина якої конструктивно виконана з ексцентриситетом. На ексцентрикову частину інструментальної оправки встановлюється дискова фреза, якій може надаватись додатковий обертовий рух. У цьому випадку частота обертання дискової фрези перевищує частоту обертання шпинделя зубофрезерного верстата. Налагодження зубофрезерного верстата аналогічне його налагодженню із застосуванням черв'ячної однозахідної фрези. Спосіб радіально-колового формоутворення з безперервним діленням дає змогу здійснити операцію зубонарізання із суттєво більшою швидкістю різання та осьовою подачею, що є передумовою підвищення продуктивності з одночасним забезпеченням належної якості нарізаних зубців на заготовках підвищеної твердості, а також знизити технологічну собівартість за рахунок порівняно меншої вартості дискових фрез, їх більшої стійкості, менших експлуатаційних витрат порівняно із традиційними черв'ячними фрезами. Однак практичне застосування нового способу зубонарізання стримується відсутністю обґрунтованих рекомендацій щодо вибору технологічних параметрів для налагодження системи верстат–оснащення – інструмент, конструктивних параметрів для належного проектування інструментального оснащення, що в комплексі дасть змогу забезпечити належне формоутворення бокових поверхонь зубців циліндричних зубчастих коліс.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження способу радіально-колового формоутворення з безперервним діленням (РКБД) спрямовувались на теоретичне обґрунтування та експериментальне підтвердження доцільності його практичного застосування [1–3]. Виявлені нові особливості процесу РКБД, особливо ті, що стосуються саме надання боковим поверхням зубців циліндричних коліс відповідного профілю, потребують ґрунтовнішого дослідження кінематичних аспектів їх формоутворення дисковими фрезами із товщиною різальних зубців, яка забезпечує належний період стійкості дискових фрез під час зубонарізання, але суттєво змінює товщину нарізаних зубців, що кардинально впливає на характеристики зачеплення зубців коліс у передачі та її функціональне застосування.

Формулювання мети досліджень. Розроблення теоретичних положень забезпечення технологічної гнучкості операцій зубонарізання циліндричних зубчастих коліс на зубофрезерних верстатах для способу радіально-колового формоутворення з безперервним діленням і розробленого інструментального оснащення із динамічною зміною траєкторії циклічного руху дискової фрези.

Викладення основного матеріалу дослідження. Отримання зубців на циліндричних зубчастих колесах способом радіально-колового формоутворення з безперервним діленням (РКБД) на зубофрезерному верстаті здійснюється за допомогою інструментальної оправки, в якій конструктивно передбачена можливість радіального зміщення на величину ексцентриситету e осі встановленої дискової фрези (ДФ) відносно осі обертання верстатного шпинделя. Застосування ДФ, у яких головне різальне ребро різальних зубців має певну ширину 2δ , спричинює зменшення товщини зуба циліндричного колеса на величину, співрозмірну величині 2δ , однак забезпечує прийнятну стійкість ДФ. Інтерференцію із профілем зуба циліндричного колеса бокової інструментальної поверхні утвореної ДФ можна усунути динамічним впливом на положення осі ДФ за один повний оберт шпинделя зубофрезерного верстата (інструментальної оправки). Такий вплив спрямований на певну зміну траєкторії руху осі ДФ відносно осі шпинделя верстата. Необхідно зауважити, що вісь встановленої ДФ на інструментальній оправці, без заходів динамічного впливу, описує круговий циліндр діаметром $2 \cdot e$. Динамічну зміну траєкторії руху осі ДФ пропонується здійснити за допомогою кривошипно-кулісного механізму (ККМ) (див. рис. 1). Запропонований ККМ складається з кривошипа O_1C (обертається навколо точки O_1) куліси AD , що поступально рухається через напрямну D , що здійснює коливальний рух. Кут повороту кривошипа O_1C дорівнює φ_1 . Точка C рухається рівномірно по колу радіусом e . Проекція на площину ККМ осі ДФ радіусом R міститься у точці A або для іншого випадку в точці B куліси. Точка O_1 – проекція осі обертання інструментальної оправки. Довжина кривошипа O_1C дорівнює величині ексцентриситету e . Без застосування куліси AD вісь ДФ проектується в точку C . Заготовка циліндричного зубчастого

колеса розміщена на схемі з лівої сторони і має вісь обертання Z_2 . З віссю обертання інструментальної оправки суміщаємо нерухому систему координат $X_1O_1Y_1$. Визначенню координат можливого розташування центра (проекції осі) ДФ радіусом R , тобто точки A або B , передує встановлення співвідношень між тригонометричними функціями кута γ_1 , змінної довжини куліси CD та відомими геометричними розмірами e , c , a та b .

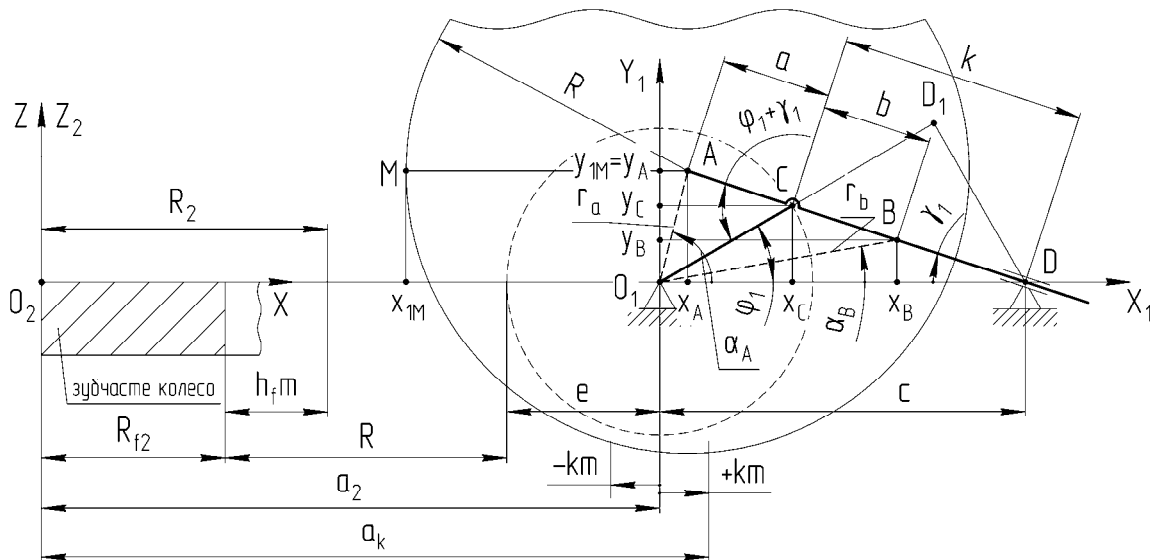


Рис. 1. Схема застосування механізму динамічної зміни траєкторії руху осі ДФ для способу РКБД

Використовуючи для трикутника O_1CD співвідношення $c - e \cdot \cos \varphi_1 = k \cdot \cos \gamma_1$ та $e \cdot \sin \varphi_1 = k \cdot \sin \gamma_1$, отримуємо:

$$k = \sqrt{e^2 + c^2 - 2 \cdot e \cdot c \cdot \cos \varphi_1}; \quad (1)$$

$$\cos \gamma_1 = \frac{1}{k} \cdot (c - e \cdot \cos \varphi_1); \quad \sin \gamma_1 = \frac{e}{k} \cdot \sin \varphi_1. \quad (2)$$

З трикутника O_1D_1D , беручи до уваги, що $c \cdot \cos \varphi_1 - e = k \cdot \cos(\varphi_1 + \gamma_1)$, а також $c \cdot \sin \varphi_1 = k \cdot \sin(\varphi_1 + \gamma_1)$, маємо:

$$\cos(\varphi_1 + \gamma_1) = \frac{1}{k} \cdot (c \cdot \cos \varphi_1 - e) \quad \sin(\varphi_1 + \gamma_1) = \frac{c}{k} \cdot \sin \varphi_1 \quad (3)$$

Координати розташування проекції осі ДФ в точці A або B визначаємо за такими виразами:

$$x_A = e \cdot \cos \varphi_1 - a \cdot \cos \gamma_1; \quad y_A = e \cdot \sin \varphi_1 + a \cdot \sin \gamma_1; \quad (4)$$

$$x_B = e \cdot \cos \varphi_1 + b \cdot \cos \gamma_1; \quad y_B = e \cdot \sin \varphi_1 - b \cdot \sin \gamma_1; \quad (5)$$

Довжини радіус-векторів (r_A та r_B) точок A та B , а також відповідні центральні кути їх повороту (α_A та α_B) знаходимо відповідно за співвідношеннями:

$$r_A = \sqrt{e^2 + a^2 - 2 \cdot e \cdot a \cdot \cos(\varphi_1 + \gamma_1)}; \quad \alpha_A = \arctg \left(\frac{e \cdot \sin \varphi_1 + a \cdot \sin \gamma_1}{e \cdot \cos \varphi_1 - a \cdot \cos \gamma_1} \right); \quad (6)$$

$$r_B = \sqrt{e^2 + b^2 + 2 \cdot e \cdot b \cdot \cos(\varphi_1 + \gamma_1)}; \quad \alpha_B = \arctg \left(\frac{e \cdot \sin \varphi_1 - b \cdot \sin \gamma_1}{e \cdot \cos \varphi_1 + b \cdot \cos \gamma_1} \right); \quad (7)$$

Для практичного застосування наведених залежностей важливе значення має використання такого попереднього налагодження розглядуваного ККМ, у якому значення довжин a та b куліси приймають такими, що дорівнюють величині ексцентриситету e , тобто

$$a = e \quad \text{та} \quad b = e. \quad (8)$$

Застосовуючи (8) у виразах (4)–(7), отримаємо:

$$\begin{aligned} x_{Ae} &= e \cdot \left(1 + \frac{e}{k}\right) \cdot \cos \varphi_1 - \frac{e \cdot c}{k}; & y_{Ae} &= e \cdot \left(1 + \frac{e}{k}\right) \cdot \sin \varphi_1; \\ x_{Be} &= e \cdot \left(1 - \frac{e}{k}\right) \cdot \cos \varphi_1 + \frac{e \cdot c}{k}; & y_{Be} &= e \cdot \left(1 - \frac{e}{k}\right) \cdot \sin \varphi_1. \\ r_{Ae} &= e \cdot \sqrt{2 - \frac{2}{k} \cdot (c \cdot \cos \varphi_1 - e)}; & \alpha_{Ae} &= \arctg \left(\frac{(k+e) \cdot \sin \varphi_1}{-c + (k+e) \cdot \cos \varphi_1} \right); \\ r_{Be} &= e \cdot \sqrt{2 + \frac{2}{k} \cdot (c \cdot \cos \varphi_1 - e)}; & \alpha_{Be} &= \arctg \left(\frac{(k-e) \cdot \sin \varphi_1}{c + (k-e) \cdot \cos \varphi_1} \right). \end{aligned}$$

Для порівняння, координати точки C , у якій розташована проекція осі ДФ (випадок відсутності ККМ), визначають за такими виразами:

$$x_C = e \cdot \cos \varphi_1; \quad y_C = e \cdot \sin \varphi_1.$$

Особливість способу РКБД полягає у відмінності формування ДФ профілю нарізаних зубців порівняно із традиційними методами копіювання (дисковими модульними фрезами) та обкату (черв'ячними фрезами). Так, наприклад, під час профілювання зубців коліс черв'ячними фрезами у верстатному зачепленні його полюс зачеплення розташований загалом у точці дотику початкового кола нарізаного колеса та початкової прямої інструментальної рейки черв'ячної фрези. Встановлено [2], що для способу РКБД рух осі ДФ по траєкторії, зміщеній відносно осі обертання шпинделя зубофрезерного верстата, може розглядатись як миттєвий складний рух, який є наслідком додавання миттєвого поступального руху осі ДФ в напрямку до (від) осі зубчастого колеса Z_2 у площині, нормальній до осі обертання нарізаного зубчастого колеса та миттєвого обертового руху ДФ навколо осі Z_2 зубчастого колеса з кутовою швидкістю ω_2 (згідно з принципом інверсії, дорівнює кутовій швидкості обертання заготовки зубчастого колеса – ω_2) (рис. 2).

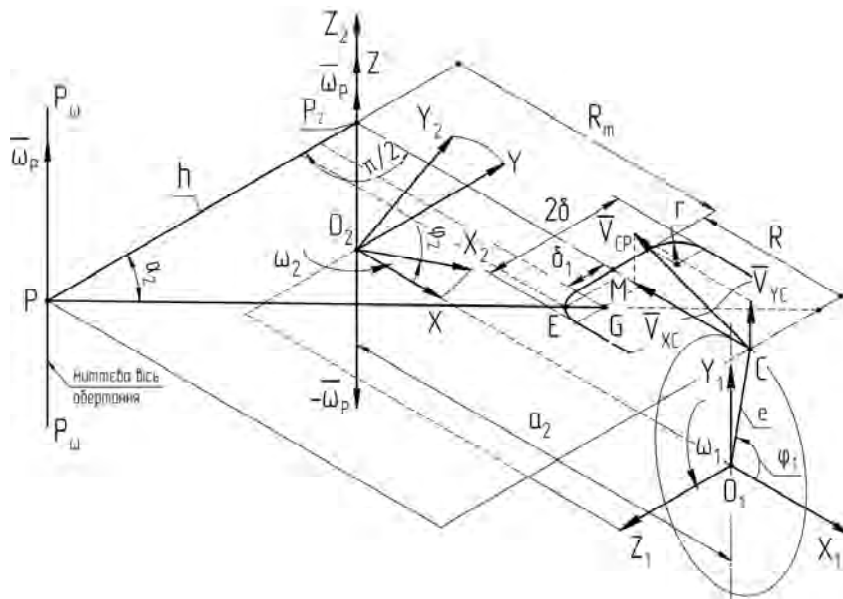


Рис. 2. Схема визначення координат точок контакту ДФ у способі РКБД

Підсумування миттєвих поступального та обертового рухів зводиться до одного миттєвого колового руху ДФ навколо миттєвої осі обертання $P_\omega P_\omega$, що розташована в площині, перпендикулярній до миттєвої швидкості поступального руху. Вісь $P_\omega P_\omega$ паралельна до осі зубчастого колеса і зміщена відносно цієї осі на величину h . Величина зміщення h визначається як відношення проекції швидкості поступального руху V_{Xi} осі ДФ на вісь $O_1 X_1$ до кутової швидкості обертання ω_2 нарізаного зубчастого колеса:

$$h = \frac{V_{Xi}}{\omega_2}. \quad (9)$$

Розташування миттєвої осі обертання $P_{\omega}P_{\omega}$ постійно змінюється внаслідок зміни напрямку («до» та «від» осі Z_2 нарізаного колеса) та величини вектора миттєвої швидкості V_{xi} . Крім цього, положення миттєвої осі обертання $P_{\omega}P_{\omega}$ буде різним для кожного положення проекції осі ДФ на кулісі ККМ, яке визначається точками A, B, C (рис. 1).

Положення миттєвої осі обертання $P_{\omega}P_{\omega}$ доцільно використати для визначення на профільованій частині інструментальної формоутворювальної поверхні ДФ координат точок контакту E в нерухомій системі координат XYZ , а за їх допомогою встановити в рухомій системі координат $X_2Y_2Z_2$ координати точок профілю зубців нарізаного зубчастого колеса. Зазначеною процедурою можна скористатися, здійснюючи цілеспрямований вибір параметрів ККМ за критерієм точності профілю зубців оброблюваного колеса.

Положення миттєвої осі обертання $P_{\omega}P_{\omega}$ (згідно з (14)) встановлюємо за величинами проекцій миттєвих швидкостей поступального руху V_{xi} осі ДФ на вісь O_1X_1 (у вузлах A, C, B), здійснюючи аналіз кінематичних особливостей ККМ (див. рис. 3).

Рівномірний обертовий рух навколо точки O_1 кривошипа O_1X_1 довжиною e з постійною кутовою швидкістю ω_1 спричинює переміщення решти елементів ККМ. Тому першочергово для вузла C визначаємо величини проекцій швидкостей на напрямок AD та на координатну вісь O_1X_1 :

$$V_{CP} = V_C = \omega_1 \cdot e; \quad (10)$$

$$V_{DP} = V_{CP} \cdot \sin(\varphi_1 + \gamma_1); \quad (11)$$

$$V_{XC} = V_{CP} \cdot \sin \varphi_1; \quad V_{YC} = V_{CP} \cdot \cos \varphi_1. \quad (12)$$

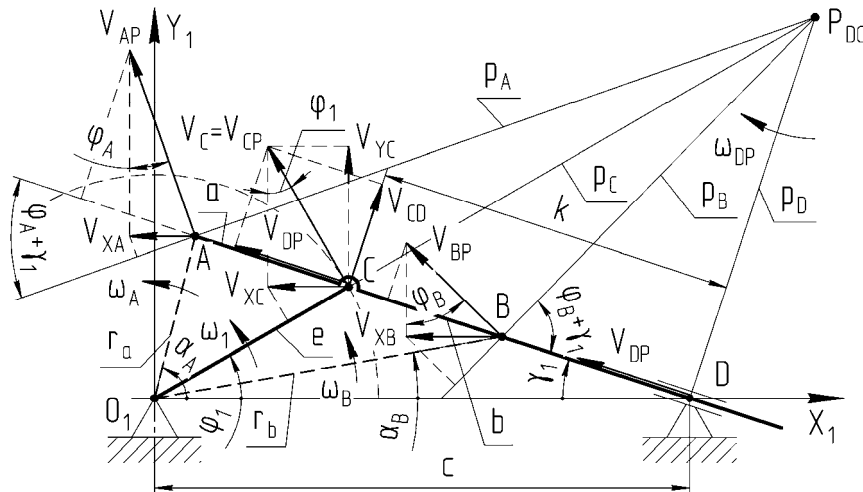


Рис. 3. Розподіл швидкостей у механізмі динамічної зміни траєкторії руху осі ДФ

Складний рух куліси AD можна відобразити в площині її руху як її миттєвий обертовий рух відносно миттєвого центра обертання P_{DC} з миттєвою кутовою швидкістю ω_{DP} . У складному русі куліси AD переміщується поступально (завдяки напрямній D) із миттєвою поступальною швидкістю V_{DP} , яка є однаковою для всіх вузлів A, C, B і дорівнює V_{DP} (див. (11)). У миттєвому обертовому русі куліси AD навколо P_{DC} вектори у вузлах абсолютних швидкостей $V_{DP}, V_{BP}, V_{CP}, V_{AP}$ спрямовані перпендикулярно до відповідних радіусів, проведених від полюса P_{DC} до вузлів A, C, B, D . Полюс P_{DC} розташований на перетині прямої, перпендикулярної до осі куліси AD у вузлі D , та прямої O_1CP_{DC} . Відстані від полюса P_{DC} до вузлів C, D, A та B визначають відповідно до таких виразів (враховуючи (3)):

$$P_C = CP_{DC} = \frac{k}{\cos(\varphi_1 + \gamma_1)} = \frac{k^2}{(c \cdot \cos \varphi_1 - e)};$$

$$P_D = DP_{DC} = k \cdot \operatorname{tg}(\varphi_1 + \gamma_1) = \frac{k \cdot c \cdot \sin \varphi_1}{c \cdot \cos \varphi_1 - e};$$

$$P_A = AP_{DC} = \sqrt{(k+a)^2 + P_D^2}; \quad P_B = BP_{DC} = \sqrt{(k-b)^2 + P_D^2}.$$

Кутова швидкість ω_{DP} миттєвого обертового руху куліси AD відносно полюса P_{DC} дорівнює:

$$\omega_{DP} = \frac{V_{DP}}{P_D} = \frac{e \cdot \omega_1}{k^2} \cdot (c \cdot \cos \varphi_1 - e).$$

Миттєві колові швидкості вузлів A та B відносно P_{DC} встановлюємо за такими залежностями:

$$V_{AP} = P_A \cdot \omega_{DP}; \quad V_{BP} = P_B \cdot \omega_{DP}.$$

Застосовуючи геометричні співвідношення (рис. 3), отримуємо такі вирази для кутів:

$$\varphi_A = \arcsin\left(\frac{P_D}{P_A}\right) - \gamma_1; \quad \varphi_B = \arcsin\left(\frac{P_D}{P_B}\right) - \gamma_1.$$

Маючи (22) та (23), визначаємо шукані проєкції миттєвих колових швидкостей вузлів A та B на координатну вісь O_1X_1 (додатково на вісь O_1Y_1):

$$V_{XA} = V_{AP} \cdot \sin \varphi_A; \quad V_{YA} = V_{AP} \cdot \cos \varphi_A. \quad (13)$$

$$V_{XB} = V_{BP} \cdot \sin \varphi_B; \quad V_{YB} = V_{BP} \cdot \cos \varphi_B. \quad (14)$$

Профілі зубців циліндричних коліс доцільно отримувати за допомогою ДФ, у якій різальні зубці оснащені змінними твердосплавними пластинами типу $SNHQ$, геометрична форма яких характеризується радіусами заокруглення r , віддалю $2\delta_1$ між центрами радіусів заокруглень і загальною шириною 2δ , які разом впливають на робочу ширину ДФ (рис. 2).

Під час зубонарізання на зубофрезерних верстатах циліндричних зубчастих коліс налагодженнями відповідного кінематичного ланцюга ділення верстата забезпечується таке співвідношення між кутовими швидкостями інструментальної ексцентрикової оправки ω_1 та заготовки зубчастого колеса ω_2 (відповідно між кутами повороту φ_1 та φ_2):

$$\omega_1 = Z_2 \cdot \omega_2, \quad \varphi_1 = Z_2 \cdot \varphi_2, \quad (15)$$

де Z_2 – кількість зубців нарізованого циліндричного зубчастого колеса.

Координати точки контакту E в нерухомій системі координат XYZ (рівняння лінії верстатного контактування) визначаємо, використовуючи розташування миттєвого центра обертання P в площині формоутворення PP_zC та загальної нормалі до утворюваної бокової поверхні зубця колеса і до профілю зубця інструмента, тобто такої прямої, що проходить через миттєвий центр обертання P та центр G заокруглення радіусом r різального зубця ДФ (рис. 2). Для такої форми різальної частини ДФ реалізується метод дотику під час формування профілю зуба колеса. Координати точки контакту E необхідно визначати відносно координат точки M , яка належить інструментальній поверхні ДФ і розташована найближче до осі Z_2 зубчастого колеса (рис. 1). Координати точки M у системі координат $X_1Y_1Z_1$ набувають таких значень:

$$x_{1M} = x_{1i} - R; \quad y_{1M} = y_{1i}; \quad z_{1M} = 0, \quad (16)$$

де x_{1i} , y_{1i} , z_{1i} – узагальнювальне позначення координат відповідних вузлів A , B , C .

Найменшу віддаль a_2 між віссю зубчастого колеса Z_2 та віссю обертання інструментальної оправки (кривошипа), спроектованої у точку O_1 , з урахуванням дійсного розміщення осі інструментальної оправки відносно осі зубчастого колеса в процесі нарізання зубців, що визначається міжосьовою віддаллю a_k , знаходимо за такими залежностями:

$$a_k = a_2 \pm k \cdot m; \quad a_2 = R_{f2} + R - e \quad \text{або} \quad a_2 = R_2 - h_f \cdot m + R - e, \quad (17)$$

де k – коефіцієнт корекції положення осі інструментальної оправки відносно осі нарізованого зубчастого колеса під час зубонарізання; R_2 та R_{f2} – відповідно радіус початкового кола та кола западин нарізованого зубчастого колеса; h_f – коефіцієнт висоти ніжки зуба; m – модуль нарізованого зубчастого колеса.

Взаємозв'язок між нерухомими системами координат XYZ та $X_1Y_1Z_1$, а також рухомою системою координат $X_2Y_2Z_2$ встановлюємо за такими співвідношеннями (рис. 2):

$$X = X_1 + a_k; \quad Y = -Z_1; \quad Z = Y_1. \quad (18)$$

$$X_2 = X \cdot \cos \varphi_2 + Y \cdot \sin \varphi_2; \quad Y_2 = -X \cdot \sin \varphi_2 + Y \cdot \cos \varphi_2; \quad Z_2 = Z. \quad (19)$$

Координати точки контакту E , а також необхідні для розрахунку координати точок G та M в нерухомій системі координат XYZ знаходимо згідно з виразами:

$$\begin{aligned} x_M &= x_{1M} + a_k; & y_M &= -z_{1M} = 0; & z_M &= y_{1M}; \\ x_G &= x_M + r; & y_G &= -\delta_1; & z_G &= z_M; \\ x_E &= x_G - r \cdot \sin \alpha_2; & y_E &= y_G - r \cdot \cos \alpha_2; & z_E &= z_G. \end{aligned} \quad (20)$$

Необхідні для розрахунків тригонометричні функції кута α_2 визначаємо за залежностями:

$$\cos \alpha_2 = \frac{h - \delta_1}{\sqrt{(h - \delta_1)^2 + x_G^2}}, \quad \sin \alpha_2 = \frac{x_G}{\sqrt{(h - \delta_1)^2 + x_G^2}}.$$

У рухомій системі координат $X_2Y_2Z_2$, зв'язаній із нарізуваним зубчастим колесом, маємо змогу визначити координати точок профілю бокової поверхні зубця циліндричного зубчастого колеса дисковою фрезою, яка здійснює складний рух за допомогою запропонованого механізму динамічної зміни траєкторії руху осі ДФ, за такими параметричними виразами:

$$x_2 = x_E \cdot \cos \varphi_2 + y_E \cdot \sin \varphi_2; \quad y_2 = -x_E \cdot \sin \varphi_2 + y_E \cdot \cos \varphi_2; \quad z_2 = z_E. \quad (21)$$

Висновки. Практично використовувати спосіб РКБД для нарізання циліндричних зубчастих коліс дисковими фрезами доцільно, застосовуючи конструктивно прості механізми, що забезпечують рух осі ексцентрично встановленої осі дискової фрези по траєкторії, яка відмінна від колової та дає змогу здійснити прорізання западини між зубцями колеса спочатку зі сповільненням, а згодом із аналогічним пришвидшенням. Запропонований механізм зміни траєкторії руху ексцентрично встановленої дискової фрези розширює технологічні можливості операції зубонарізання за рахунок налагодження запропонованого механізму та цілеспрямованого вибору відповідного значення ексцентриситету за критерієм мінімальної похибки профілю зуба у нарізуваному циліндричному зубчастому колесі.

1. Литвиняк Я. М. Моделювання процесів отримання випукло-ввігнутих зубців циліндричних коліс методами обкату та радіально-колового формоутворення / Я. М. Литвиняк // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2012. – № 730: Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – С. 57–64. 2. Литвиняк Я. М. Кінематичні особливості процесу радіально-колового формоутворення зубців циліндричних коліс / Я. М. Литвиняк: Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2013. – № 760: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – С. 19–25. 3. Литвиняк Я. М. Підвищення ефективності операції нарізання циліндричних зубчастих коліс варіюванням швидкості процесу радіально-колового формоутворення / Я. М. Литвиняк, Є. М. Махоркін // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2012. – № 746: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – С. 154–157.