УДК 621.302:621.314.1

І.В. Кузьо, Б.М. Дівеєв*, Т.Б. Коваль
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної механіки,
*кафедра транспортних технологій

ДИНАМІКА ВЕЛИКОГАБАРИТНОГО ПОДОВГАСТОГО ЕЛЕМЕНТА МОБІЛЬНИХ МАШИН

Подовгастий елемент є основною частиною багатьох мобільних машин. Його конструкція особливо впливає на основні характеристики машини, тобто на її матеріалоємність та довговічність. Він є таким елементом машини, що найчастіше руйнується внаслідок динамічних перевантажень. Отже, числове моделювання цього елемента є головним кроком в оптимальному проектуванні машини.

It is the elongated element that is the main unit of the machine. Its design peculiarities influence the basic characteristics of the machine, i. e. mass and strength. At the same time, it is the unit of the machine that fails most frequently due to dynamic overloading. Therefore, numerical modeling of this element is the main step in the process of rational car construction.

Вступ. Мобільні машини часто містять великогабаритні елементи, що знаходяться в умовах значного динамічного навантаження. Це, наприклад, всілякі крани, пересувні бурові установки (на базі колісних машин), сільськогосподарська техніка: штангові обприскувачі та машини для внесення добрив, віброструшувачі плодових дерев, пожежні автопіднімачі. Для таких машин важливими є як задачі визначення їх динамічних характеристик, так і визначення напружено-деформованого стану.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дискретні моделі таких машин малоінформативні щодо внутрішніх напружень, а багатопараметричні скінченноелементні моделі, надзвичайно трудомісткі, і, своєю чергою, не прозорі щодо динамічних характеристик. Більшість з них не дозволяє досліджувати реальні конструкції машин з численними нелінійними елементами, наприклад, демпферами, маятниковими механізмами тощо. Відомо, що для визначення ресурсу конструкції при віброударному навантаженні потрібно розв'язати такі задачі [1, 2, 4]: 1. Визначити зовнішні сили. Суть цієї задачі полягає у визначенні зусиль, що діють на колеса, підвіску, раму агрегату під час пересування його по пересіченій місцевості. Ця задача розв'язується двома шляхами: а) використання віброграм натурних випробувань агрегатів у польових умовах; б) використання літературних джерел про параметри рельєфу та його впливу на динаміку агрегату. 2. Визначити внутрішні сили. Ця задача розв'язується на основі методик розрахунку динаміки складних конструкцій на основі дискретно-континуальних моделей. 3. Визначити напруження.

Постановка задачі. Розглянемо деякий елемент конструкції і побудуємо для нього локальну розрахункову схему (РС). Вважаємо, що ця РС або дискретного або континуального типу. Звичайно, пізніше можна будувати ієрархічні РС, використовуючи як блоки моделі змішаного дискретно-континуального типу. Для кожного з K блоків, незалежно від його виду, рівняння динамічної рівноваги будуть

$$M_k \ddot{q} + K_k q = F_k + F_k^Z \,. \tag{1}$$

де F_k – контактні зусилля в точках з'єднання, F_k^Z – зовнішні зусилля, що діють на елемент k.

Об'єднання дискретних блоків відбувається добре відомими способами [5]. Деякі особливості має об'єднання лише континуального елемента з дискретним блоком або з іншим дискретним елементом. Дійсно, при об'єднанні двох дискретних елементів (розглянемо конструкцію, що складається лише з двох дискретних блоків) отримаємо

$$F_i = -F_2 = k(U_i^s - U_2^s)\,. \tag{2}$$

Тут $U_{1,2}^s$ – переміщення контактуючих мас чи жорстких важких тіл у цих блоках. Загальна матриця жорсткості може бути зображена як сума двох.

При розгляді контакту двох блоків, з яких один континуальний, наприклад, перший, додаткова матриця також буде симетричною, але заповненою. Це видно на основі співвідношень (1), (2). Дійсно, із них випливає

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1^s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K_{12}^s \\ K_{12}^{s\,T} & K \end{bmatrix}, \qquad K_{12}^s = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} & & & & & i & & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & ... & 0 & -k & \varphi_1(a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & -k & \varphi_2(a) & 0 & 0 \\ & & & & \dots & & & \\ 0 & 0 & ... & 0 & -k & \varphi_N(a) & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3}$$

Дослідження динаміки подовгастого елемента. Часто конструкцію можна схематизувати під час розрахунку вібраційних навантажень як з'єднання одного континуального елемента з декількома дискретними. Розглянемо випадок, коли до подовгастого континуального елемента A_c приєднані деякі дискретні елементи не лише на краях, але й у точках X_i посередині прольоту вище. Однак можна застосувати і інший спосіб. Можна застосувати як координатні функції деяку систему функцій, що задані одним аналітичним виразом на всій довжині A_c .Як приклад, розглянемо РС дискретно-континуального типу.

Під час розгляду конструкційних подовгастих елементів, що мають складний переріз, більш адекватною, особливо при динамічному навантаженні, є Р.С., що базується на балці Тимошенка [5]. У цій Р.С. для одновимірного континуального елемента приймається гіпотеза

$$U(X,Y,Z) = U_0(X) + \gamma(X)\cdot Z, \quad W(X,Y,Z) = W_0(X). \tag{4}$$

Підстановляючи ці співвідношення у варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського, отримуємо таке співвідношення:

$$\begin{aligned} &\int_0^L \left(EI\frac{\partial\gamma}{\partial x}\delta\frac{\partial\gamma}{\partial x} + GF\left(\gamma + \frac{\partial W}{\partial x}\right)\delta\gamma + \rho I\frac{\partial^2\gamma}{\partial t^2}\delta\gamma + \right. \\ &\left. + GF\left(\gamma + \frac{\partial W}{\partial x}\right)\delta\frac{\partial W}{\partial x} + \rho F\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}\delta W \right)dx = F. \end{aligned} \tag{5}$$

F – це зусилля, спричинені як реакціями в затисненнях, так і активними зовнішніми збуреннями та пасивними інерційними від приєднаних до A_c жорстких масивних тіл A^i_m.

Якщо вважати реакції у затисненнях Вінклерівськими (пропорційними стиску-розтягу), а A^i_m жорстко приєднаними до A_c, то отримаємо

$$\begin{aligned} F = &\int_0^{L_2} E_k(x)\cdot(W - W_0)\delta W\cdot dx + E_\ell(W(x_\ell) - W_0(x_\ell))\delta W(x_i) + \\ &+ \sum_{m=1}^{M_i}\left(I_m\cdot\frac{\partial^2\gamma(x_m)}{\partial t^2}\right)\delta\gamma(x_m) + \sum_{m=1}^{M_i}\left(m_m\cdot\frac{\partial^2 W(x_m)}{\partial t^2}\right)\delta W(x_m). \end{aligned} \tag{6}$$

Тут E_k – коефіцієнти “постелі” (“закріплення стріли”), W_0 – задане поперечне збурення, I_m, M_m – відповідно моменти інерції (у площині коливань) та маси приєднаних жорстких тіл.

За координатні функції можна вибрати відрізки степеневих рядів. Застосуємо такі розклади:

$$\text{b)}\quad W = q_i^w(t)\cdot x^i, \qquad \gamma = q_i^\gamma \cdot x^{(i-1)}. \tag{7}$$

Підставляючи (7) в (5) із врахуванням (6), отримаємо на невідомі функції q систему звичайних диференційних рівнянь

$$M_\gamma \frac{d^2\vec{\gamma}}{d\cdot t^2} = K_\gamma^\gamma \cdot \vec{\gamma} + K_w^\gamma \cdot \vec{w}; \qquad M_w \frac{d^2\vec{w}}{d\cdot t^2} = K_w^\gamma \cdot \vec{\gamma} + K_w^w \cdot \vec{w} + \vec{j}. \tag{8}$$

Тут для скорочення запису введені вектори

$$\vec{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n)^T; \qquad \vec{w} = (w_1, w_2, ..., w_n)^T;$$

та відповідні матриці M, K також розмірності n.

Якщо до континуального елемента приєднані деякі маси на маятниковому підвісі, то визначимо додаткові варіації кінетичної та потенціальної енергії

$$\delta K_d = \sum_{i-1}^{N} m_i(\dot{x}_i \delta \dot{x}_i + \dot{y}_i\, \delta \dot{y}_i), \quad \delta U_d = \sum_{i=1}^{N} k_i(t, X_i, Y_i, x_i, y_i)\big((X_i - x_i)(\delta X_i - \delta x_i) + (Y_i - y_i)(\delta Y_i - \delta y_i)\big) \tag{9}$$

Тут x_i, y_i – переміщення мас, X_i, Y_i – переміщення точок закріплення цих мас, k_i – жорсткості в’язей (в’язі в загальному випадку неголономні).

У випадку лінійно-пружного підвісу

$$k = k_0 \; l = \left((X_i - x_i)^2 + (Y_i - y_i)^2\right)^{0.5} > l_0 \quad k = 0 \; l < l_0$$

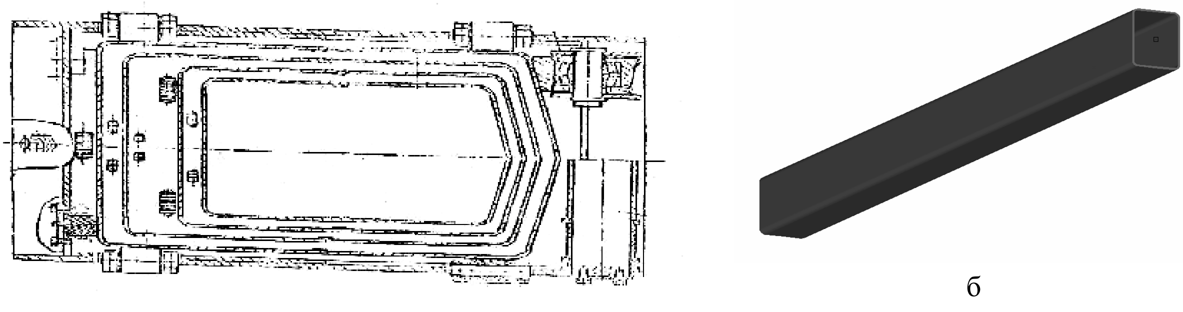
З врахуванням (9) отримуємо такі співвідношення:

$$M_\gamma \frac{d^2\vec{\gamma}}{d\cdot t^2} = K_\gamma^\gamma \cdot \vec{\gamma} + K_w^\gamma \cdot \vec{w} + K_d^\gamma w_d; \qquad M_w \frac{d^2\vec{w}}{d\cdot t^2} = K_w^\gamma \cdot \vec{\gamma} + K_w^w \cdot \vec{w} + K_d^w + \vec{j}. \tag{10}$$

$$M_d \frac{d^2\vec{w}_d}{d\cdot t^2} = K_w^d \cdot \vec{\gamma} + K_w^d \cdot \vec{w} + K_d w_d + \vec{j}_d.$$

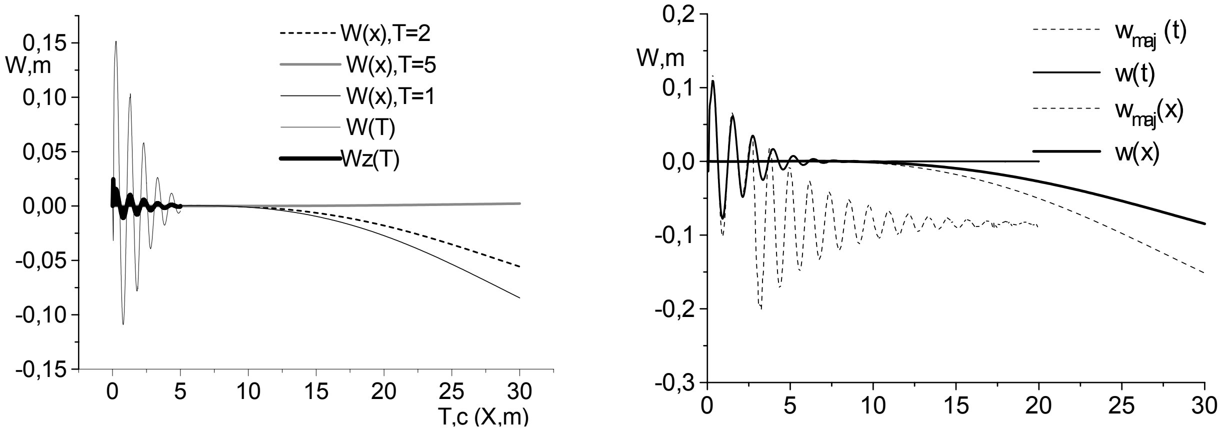
Тут величини з індексом (d) відповідають дискретним елементам.

На рис. 2 показано результати дослідження телескопічної стріли пожежного автопідйомника при дії поперечного ударного збурення та динаміки маятникового підвісу вантажу (верхньої частини стріли) до верхньої частини стріли. Коефіцієнти *EI, GF* еквівалентної балки Тимошенка визначали на основі дослідження жорсткості трубчастого елемента (Рис.1б) і є змінними по довжині. Як можна побачити з рис. 2, на динаміку цієї конструкції значно впливає взаємодія нелінійної маятникової частини та континуальної (конденсованої) моделі щогли.



а б

Рис. 1. Переріз розсувної стріли в зборі (а); типовий трубчастий елемент стріли (б)



а б

Рис. 2. Приклади розрахунку збурення стріли пожежного автопідйомника поперечним ударом (прогини в часі та форми прогинів у дискретні значення часу): а – стріла без вантажу, б – стріла з маятниковим вантажем

Висновки. На основі дискретно-континуальних моделей отримані розрахункові схеми динаміки мобільних машин з подовгастими великогабаритними елементами. Ці конденсовані моделі дозволяють здійснити попередні дослідження динамічної поведінки такого роду машин при різних режимах роботи та оптимізувати їх конструкцію. Завдання визначення напружень можна детальніше розв’язувати апостеріорі на основі знайдених зусиль. Зазначимо, що з незначними модифікаціями такого типу конденсовані схеми можна застосовувати і до розрахунку мобільних машин загалом, з врахуванням деформативності рами, пружного підвісу віброактивних елементів, пружності вантажу. Такого типу моделі в прискореному адаптивному режимі дозволяють організувати перегляд достатньої кількості варіантів конструкцій з врахуванням віброізолюючих та віброхпоглинаючих елементів, не обов’язково з лінійними властивостями, та органічно перейти до детального визначення напружень на основі відомих програмних пакетів, якщо це потрібно.

1. Гащук П., Вікович І., Дівеєв Б. Застосування дискретно-континуальних дискретних схем для визначення вібронапружень в механічних конструкціях // Тр. Одеского политехн. ун-та. – 1999. – Вып2 (8). – С. 34–41. 2. Вікович І. Дівеєв Б. Дискретно-континуальний метод розрахунку динаміки тракторного агрегату обприскувача з рідиною в ємкості // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та праладобудуванні: Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. – 2001. – Вип. 36. 3. Hurty W.C. Dynamic Analysis of Structural System Using Component Modes // AIAA Journal. – 1965. – Vol. 3, No. 4. – P. 678–685. 4. Боголомов С.И. Журавлева А.М. Колебания сложных механических систем. – Харьков, 1979. – 136 с. 5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.