Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»

СИНЯВСЬКИЙ АНДРІЙ ТАДЕЙОВИЧ

УДК 537.874

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ ЗА ВІДОМИМ РОЗПОДІЛОМ РОЗСІЯНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Львів - 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Фізико-механічному інституті ім. Г.В.Карпенка
Національної академії наук України, м. Львів

Науковий консультант: академік Національної академії наук України,
доктор фізико-математичних наук, професор
Назарчук Зіновій Теодорович,
Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка
НАН України, м. Львів,
директор інституту

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Верлань Анатолій Федорович,
Інститут проблем моделювання в енергетиці
ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ,
завідувач відділу моделювання динамічних систем

доктор технічних наук, професор
Яновський Фелікс Йосипович,
Національний авіаційний університет, м. Київ,
завідувач кафедри електроніки

доктор фізико-математичних наук, професор
Костробій Петро Петрович,
Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів,
завідувач кафедри прикладної математики

Захист відбудеться 08 вересня 2016 р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С.Бандери, 12, ауд. 226 головного корпусу).

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано «05» серпня 2016 р.

Учений секретар спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор Р.А. Бунь

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Для вирішення ряду практичних і наукових задач, пов'язаних з ідентифікацією дефектів та пошкоджень у матеріалах, встановленням стану конструкцій, виявленням неоднорідностей в оптично-непроникних середовищах та візуалізацією їх структури необхідно обробляти інформацію отриману дистанційно, що передбачає оцінювання матеріальних параметрів об'єктів дослідження та встановлення їх просторового розподілу. Такі задачі особливо актуальні для неруйнівного контролю, технічної діагностики конструкцій, геолокації та дистанційного зондування. Взаємодія електромагнітного поля з неоднорідним середовищем визначає складну функціональну залежність між електрофізичними параметрами та даними, що доступні для спостереження при вимірюваннях. Оскільки процес розсіювання електромагнітних хвиль описується рівняннями Максвела, а електрофізичні параметри середовища, де розповсюджуються хвилі, є змінними коефіцієнтами цих рівнянь, то процедуру опрацювання зібраної інформації про розподіл розсіяного поля з метою оцінювання невідомих параметрів можна трактувати як розв'язання оберненої задачі розсіювання для рівнянь Максвела. В обернених задачах розсіювання вихідними даними вважають характеристики, що описують результат процесу розсіювання – розподіл розсіяного електромагнітного поля, яке реєструють приймачі антени. Зауважмо, що при оцінюванні параметрів неоднорідних середовищ часто є відомою апріорна інформація про об'єкт дослідження. Тоді знаходження розв'язку оберненої задачі вдається спростити. До таких випадків можна віднести задачі аналізу плоскошаруватих структур (ПШС), які мають чимале прикладне значення.

До фундаментальних праць теорії обернених задач розсіювання слід віднести роботи українських учених: Ю.Березанського, Р.Гриніва, М.Крейна, В.Лянце, В.Марченка, Я.Микитюка, Л.Нижника, В.Півоварчика, Р.Хапка, Є.Хруслова, Д.Шепельського. Прикладні аспекти теорії обернених задач розсіювання вивчали українські вчені: Д.Батраков, М.Войтович, В.Волосюк, О.Дробахін, В.Сугак, О.Сухаревський. Варто також відмітити істотний внесок у розвиток теорії обернених задач розсіювання таких учених, як Г.Белкін, А.Благовещенскій, В.Буров, А.Бухгейм, І.Гельфанд, П.Грінєвіч, В.Захаров, В.Ісаков, М.Клібанов, М.Лаврентьєв, Б.Левітан, Р.Новіков, А.Рамм, В.Романов, А.Тіхонов, А.Тіхонравов. Л.Фаддєєв, Г.Хенкін. Вагомий доробок у теорію розв'язання одновимірних задач розсіювання належить також закордонним ученим: К.Акі, Т.Актосуну, Г.Баланісу, Г.Гладвелу, П.Гуппілауду, М.Джауленту, І.Каю, Г.Крістенссону, Р.Круєгеру, Г.Мозесу. Методи розв'язання багатовимірних обернених задач розсіювання розвивали М.Абловіц, А.Кірш, Р.Клейман, Д.Колтон, Р.Кресс, К.Лангерберг, П.Монк, А.Нахман, Р.Ньютон, Л.Паіварінта, Т.Проссер, Ракеш, Дж.Роузе, П.Сабатье, В.Саймс, Дж.Сильвестр, Х.Хаддар, Ф.Цаконі, М.Чені, К.Шадан. Розвинуті у даній роботі методи оцінювання параметрів неоднорідних середовищ за розсіяним полем базуються на доробку згаданих вище учених.

На відміну від математичної теорії обернених задач розсіювання, яка спрямована головно на доведення теорем про існування та єдиність розв'язку, важливе прикладне значення має створення таких обчислювальних процедур, які дозволять знайти параметри розсіювачів за реальних умов проведення вимірювань. На жаль, наразі не існує загального підходу до знаходження розв'язків обернених задач розсіювання

для рівнянь Максвела, а відомі розв'язки мають частковий характер, обмежену сферу використання і незначну практичну цінність. Підхід, який полягає у мінімізації нев'язки між результатами вимірювання та синтезованими даними, для моделі зі змінними параметрами є мало придатним, оскільки вимагає знаходження глобального мінімуму багатоекстремального функціоналу. Його числова реалізація вимагає багаторазового розв'язання прямої задачі, що є надзвичайно часозатратним. Тому на практиці змушені використовувати грубі наближені оцінки, які базуються на спрощених моделях процесу розсіювання. Це призводить до втрати точності оцінювання шуканих параметрів, хибної ідентифікації дефектів, зменшення роздільної здатності близько розташованих неоднорідностей та недостовірності результату в цілому. Отже, питання вибору моделей процесу розсіювання електромагнітних хвиль, яке б давало можливість знайти достовірні розв'язки обернених задач розсіювання, є важливим та нагальним.

Іншим важливим аспектом побудови процедури оцінювання параметрів неоднорідних середовищ є те, що зміна електрофізичних властивостей, як функції координат, має кусково-неперервний характер, оскільки в таких середовищах можуть бути присутні контрастні розсіювальні об'єкти (включення). Невідповідність моделі розсіювання реальному об'єкту є причиною похибок при оцінюванні параметрів неоднорідних середовищ із контрастними включеннями. Окрім того, реальні умови, в яких вимірюють розсіяне поле, додатково ускладнюють оцінювання параметрів неоднорідних середовищ. Насамперед це пов'язано з обмеженістю частотного діапазону, в якому здійснюють вимірювання, дискретним характером виміряних даних та скінченним розміром апертури, на якій реєструють складові розсіяного поля. Ці обмеження разом із присутністю випадкової складової у виміряних даних призводять до некоректності сформульованих обернених задач розсіювання, відтак постає питання про існування єдиного розв'язку та вибір відповідної процедури регуляризації. Розв'язання цих проблем забезпечить покращення ефективності систем неруйнівного контролю, дистанційного зондування, підповерхневої локації, а також підвищення їх інформативності на суттєво новий рівень.

Таким чином, наукові дослідження, спрямовані на створення нових альтернативних та редукованих моделей взаємодії електромагнітних хвиль із неоднорідними середовищами, пошуку розв'язку відповідних обернених задач розсіювання для оцінювання параметрів таких середовищ є актуальними, оскільки вони дозволяють отримати інформацію про просторовий розподіл матеріальних параметрів середовищ та форму об'єктів безконтактним способом на основі інформації про розсіяне електромагнітне поле, яке вимірюється на відстані.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами , темами. Тематика дисертаційної роботи відповідає основним науковим напрямам та найважливішим проблемам фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних і гуманітарних наук НАН України на 2014 – 2018 роки (постанова Президії НАН України від 20.12.2013 р., № 179), а саме «Розробка математичних моделей та аналітико-числових методів дослідження і оптимізації механічної поведінки тіл з урахуванням впливу полів різної фізичної природи та дефектів». Задачі, сформульовані в дисертації, співпадають із завданням комплексної програми наукових досліджень НАН України «Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин»,

зокрема, її 2-го розділу: «Розробка методів і нових технічних засобів неруйнівного контролю та діагностики стану матеріалів і виробів тривалої експлуатації».

Основу дисертаційної роботи складають результати теоретичних та практичних досліджень, виконаних автором у рамках держбюджетних наукових тем за відомчим замовленням НАН України у відділі фізичних основ діагностики матеріалів Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України: «Дослідження взаємодії електромагнітних і пружних полів із дефектами в неоднорідних середовищах та створення нових технічних засобів діагностики» (2009 - 2011 рр.), № ДР 0109U002656; «Вивчення властивостей хвильових полів у матеріалах з дефектами для розроблення методик діагностування і моніторингу відповідальних конструкцій» (2012 - 2014 рр.), № ДР 0112U002784; «Розроблення теорії неруйнівного контролю з'єднань пружних шаруватих структур із тріщинами за умов їх динамічного зондування» (2007 – 2011 рр.), № ДР 0107U004071; «Розроблення нового числово-аналітичного підходу до розв'язання обернених дифракційних задач для плоскошаруватих матеріалів» (2009-2010 рр.), № ДР 0109U005807. Частково наукові результати отримано автором під час виконання робіт у відділі методів та систем обробки, аналізу та ідентифікації зображень Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України, а саме: «Розробка методів автоматичного експрес-аналізу параметрів мікроструктури конструкційних матеріалів» (2002 – 2004 рр.), № ДР 0102U002670 та «Розробка інформаційних технологій реконструкції і кількісного аналізу тривимірних зображень поверхні зламів конструкційних матеріалів» (2005 – 2007 рр.), № ДР 0105U004310.

У дисертаційну роботу ввійшли результати досліджень, отримані автором у рамках цільової науково-дослідної програми Міністерства промислової політики України і ДК Укрспецекспорт (ДКР «Астра» згідно з Договором комісії РОЕ-30/046-2001). Автор був виконавцем госпдоговірної НДР «Створення макету елемента адаптивної антенної решітки та методу обробки прийнятого сигналу» (2002 р.), № ДР 0103U001393 у Національному університеті «Львівська політехніка».

Дослідження за темою дисертації також проводилися при виконанні автором ряду міжнародних проектів у Польщі та в США.

Мета та задачі дослідження. Метою дослідження є підвищення ефективності засобів оцінювання параметрів неоднорідних середовищ за відомим розподілом розсіяного електромагнітного поля через розв'язання обернених задач розсіювання.

Для досягнення цієї мети в роботі вирішено такі задачі:

- проведено аналіз моделей, які використовують для моделювання взаємодії електромагнітного поля з неоднорідними середовищами, встановлено ефективність відомих підходів до оцінювання параметрів неоднорідних середовищ за розсіяним полем та окреслено шляхи її підвищення;
- розвинуто модель, яка дала можливість будувати методи розв'язання одновимірних задач розсіювання для кусково-неперервних середовищ при обмеженнях на вихідні дані, що спричинені умовами проведення експериментальних вимірювань;
- запропоновано методи розв'язання одновимірних задач розсіювання, які враховують неоднорідність матеріалу шарів, втрати в діелектричних матеріалах і наявність розривів функції діелектричної проникності на поверхнях розділу;
- оцінено можливість розв'язання одновимірних обернених задач розсіювання (ОЗР), де вихідні дані задано частково, а саме - без фази, та окреслено умови знаходження однозначного розв'язку;

• розв'язано ОЗР у випадку повного відбиття у півпросторі, що має місце при розсіюванні хвиль на діелектриках з екраном, а також оцінено можливість використання трансмісійних власних значень (ТВЗ) для ідентифікації сферичних діелектричних структур та показано умови існування розв'язку відповідної оберненої спектральної задачі;

• знайдено наближений розв'язок прямої дифракційної задачі у далекій зоні для контрастних об'єктів, який дає можливість трактувати значення розсіяного поля у точках реєстрації як реалізацію деякого випадкового процесу з випадковою похибкою і детермінованим характером геометричних параметрів та обґрунтовано метод розв'язання двовимірних ОЗР для ідентифікації форми ідеально провідних та діелектричних розсіювачів за умови різних вихідних даних;

• розвинуто модель спостереження та методи розв'язання обернених задач для дискретної моделі розсіювання, що в багатовимірному випадку передбачає знаходження розташування точкових розсіювачів та ідентифікацію параметрів тригонометричних сум для розв'язків Йоста в одновимірному випадку;

• розвинуто метод реконструкції поля переміщень у тривимірному просторі для поверхні об'єкта, що деформується під дією навантажень, використовуючи оптичні зображення в ролі вихідних даних, та обгрунтовано модель, яка дозволяє параметризувати шуканий розв'язок.

Об'єктом дослідження є взаємодія електромагнітного поля з неоднорідним середовищем і розсіювання електромагнітних хвиль на неоднорідностях.

Предмет дослідження складають математичні моделі процесів розсіювання та методи знаходження оцінок параметрів неоднорідного середовища за відомим розподілом розсіяного поля.

Методи дослідження. Для опису процесів розсіювання сформульовано моделі та розвинуто аналітичні методи їх дослідження і запропоновано алгоритми та числові методи розв'язання відповідних ОЗР. Вирішення сформульованої проблеми та поставлених задач здійснено на основі методів теорії прямих та ОЗР, теорії функцій комплексної змінної, теорії операторів та спектрального аналізу, теорії статистичного оцінювання та фільтрації, теорії числового аналізу та теорії обробки сигналів і зображень. Методологічну основу дослідження одновимірних задач розсіювання складає аналіз аналітичних властивостей функцій комплексної змінної, формулювання та розв'язок відповідних задач Гільберта-Рімана. Дослідження багатовимірних задач розсіювання базуються на отриманні наближених розв'язків, зокрема, завдяки спрощенню точних моделей. Статистичне трактування задач оцінювання параметрів дозволило коректно інтерпретувати узагальнені функції при аналізі розсіювання хвиль на поверхнях розділу в неоднорідних середовищах. Достовірність результатів підтверджено шляхом числового моделювання процесів розсіювання та експериментально.

Наукова новизна одержаних результатів. У роботі вирішено важливу науково-прикладну проблему – підвищення ефективності засобів оцінювання параметрів неоднорідних середовищ та встановлення їх просторового розподілу за характеристиками розсіяного електромагнітного поля, що вимірюють дистанційно. У результаті розв'язання цієї проблеми одержано такі нові наукові результати:

1. Вперше розроблено математичну модель поширення електромагнітної хвилі у плоскошаруватому середовищі із втратами при нормальному падінні та розроблено

ефективну числову схему розв'язання ОЗР відносно неперервних функцій діелектричної проникності та провідності за відомою матрицею розсіювання (МР). Модель базується на представленні електромагнітних процесів у вигляді несиметричної системи типу Дірака, а ефективність числового методу досягнуто за рахунок рекурентної процедури, яка на відміну від інших методів не потребує знаходження оберненої матриці.

2. Створено та обґрунтовано метод розв'язання ОЗР за коефіцієнтом відбиття для багатошарових структур із однорідними безвтратними матеріалами шарів за умови нормального падіння плоскої хвилі, висока точність якого досягається за рахунок скінченої кількості коефіцієнтів розв'язків Йоста, властивості яких відомі з теорії розсіювання елементарних частинок. На відміну від відомих підходів, розв'язання ОЗР за допомогою розв'язків Йоста дозволило уникнути обчислень коефіцієнтів безмежних тригонометричних послідовностей в елементах МР.

3. Вперше розроблено метод реконструкції діелектричної проникності за заданою функцією коефіцієнта відбиття нормально падаючої плоскої хвилі, який передбачає ідентифікацію наявних у шуканій функції розривів та відновлення неперервної складової, що по-різному визначають асимптотичну поведінку комплексного коефіцієнта відбиття. Використання моделі розсіювання у вигляді системи типу Дірака дозволило отримати кращу точність наближеного розв'язку ОЗР шляхом врахування особливостей поведінки імпедансного потенціалу в точках, що відповідають поверхням розділу середовищ.

4. Набув подальшого розвитку підхід до визначення діелектричних параметрів шаруватої структури за значеннями модуля коефіцієнта відбиття та показано можливість однозначного розв'язку такої задачі за умови відомих додаткових даних. Модель у вигляді розв'язків Йоста дозволила виділити випадки, коли на практиці можна побудувати скінчену кількість плоско-шаруватих діелектричних структур, що мають однакову функцію модуля коефіцієнта відбиття.

5. Обґрунтовано підхід до розв'язання ОЗР для шаруватої діелектричної структури на ідеально провідній основі, який полягає у виділенні з виміряного коефіцієнта відбиття розв'язків Йоста для ідентичної діелектричної структури без ідеально провідної основи. Цей підхід узагальнено на випадок оберненої спектральної задачі, де вихідними даними є ТВЗ. При цьому розроблено алгоритм розв'язання ОЗР, де вихідними даними є дві функції коефіцієнта відбиття діелектричної структури за відсутності та за наявності ідеально-провідної основи.

6. Вперше розроблено метод розв'язання обернених задач розсіювання для фіксованої частоти, які зводяться до одновимірної задачі при багатокутовому опроміненні плоскошаруватої структури за рахунок використання рівняння типу Шредінгера як моделі взаємодії електромагнітної плоскої хвилі з шаруватим середовищем. Цей метод дозволяє синтезувати шаруваті структури за заданою кутовою залежністю комплексного коефіцієнта відбиття та не потребує процедури мінімізації нев'язки, до якої зводяться відомі методи синтезу.

7. Набула розвитку модель подання діаграми розсіювання у вигляді інтегрального перетворення функцій, які мають випадковий характер і можуть досягати максимального значення лише на границі розсіювача, та показано, що така модель може служити теоретичним обґрунтуванням багатьох наближених розв'язків ОЗР.

8. Вперше розроблено загальну стратегію побудови методів розв'язання ОЗР на основі запропонованої моделі діаграми розсіювання, яка полягає у знаходженні індикаторних функцій (ІФ) для встановлення границі розсіювачів за значеннями розсіяного поля. На відміну від відомих підходів, така стратегія передбачає статистичне трактування ОЗР та статистично обґрунтований підхід до знаходження їх розв'язку.

9. Створено та обґрунтовано метод визначення координат точкового джерела випромінювання над діелектричною поверхнею з невідомими параметрами, який базується на реєстрації поля лінійною чотириелементною антенною решіткою та коректно враховує ефект двопроменевого розповсюдження хвилі.

10. Набув розвитку метод визначення 3D переміщень поверхні об'єкта внаслідок його деформації під прикладеним навантаженням, який базується на тривимірній реконструкції поверхні за оптичними стерео-зображеннями і щільному погодженні зображень (ПЗ) та не потребує забезпечення когерентності оптичної системи; при цьому регуляризацію відповідної некоректної задачі досягнуто завдяки використанню моделі анізотропної дифузії.

Практичне значення одержаних результатів.

1. Отримані результати дали змогу здійснити оцінку кількості шарів діелектричної структури, встановити діелектричну проникність та ширину кожного шару за значеннями комплексного коефіцієнта відбиття, який відомий за результатами вимірювань на дискретній множині частот в обмеженому діапазоні. Це дало можливість аналізувати діелектричні матеріали неруйнівним методом та ідентифікувати розшарування і відхилення параметрів шарів від технологічно заданих значень.

2. Розроблений метод визначення розподілу діелектричної проникності вздовж поперечної координати у діелектричних ПШС та розвинуті алгоритми ідентифікації поверхонь розділу за коефіцієнтом відбиття нормально падаючої плоскої хвилі використано як процедури обробки сигналів у засобах підповерхневої радіолокації, що дозволило уникнути хибного виявлення неоднорідностей при аналізі структури середовищ.

3. Ідею розв'язання ОЗР узагальнено на випадок, в якому шарувата діелектрична структура знаходиться на ідеально провідній плоскій основі, що виконує функції екрану. Запропоновано процедуру знаходження її товщини та показано, як частотну залежність коефіцієнта відбиття можна перерахувати у коефіцієнт відбиття такої ж структури без екрану. Це дало змогу здійснити неруйнівний контроль якості діелектричної ізоляції чи протикорозійних захисних покривів, які технологічно виконані у вигляді багатошарового діелектричного композиту на металічній основі.

4. Розроблений метод синтезу плоских структур із неперервними функціями діелектричної проникності та провідності за заданими коефіцієнтами відбиття та проходження, які входять у МР, дав можливість побудувати спеціальні фільтри, хвилеводні частотно-залежні поглиначі, а також дозволив розробити процедуру встановлення параметрів внутрішньої структури плоско-неоднорідних середовищ.

5. Метод синтезу плоских діелектричних структур за заданою залежністю коефіцієнта відбиття від кута падіння плоскої хвилі дав змогу будувати відбиваючі поверхні за заданими характеристиками розсіювання та створювати нові типи спрямованих антен, плоскі рефлектори яких виготовлено за багатошаровою технологією.

6. Розвинутий метод синтезу діелектричних ПШС з ідентичними функціями модуля коефіцієнта відбиття для довільно широкого діапазону частот дозволив створити різні відбивні фільтри.

7. Розроблену стратегію побудови ІФ для встановлення границі розсіювачів за відомим значеннями розсіяного поля ефективно застосовано при обробці сигналів у засобах неруйнівного контролю, системах підповерхневої локації та дистанційного зондування, а також у системах виявлення джерел електромагнітного та акустичного випромінювання.

8. Метод обробки сигналів у чотириелементній решітці використано для ідентифікації та виявлення точкових джерел електромагнітного поля над плоскою поверхнею при двопроменевому розповсюдженні. Крім того цей метод служить для вимірювання відбивних характеристик плоскої поверхні. Побудований на основі двопроменевої моделі розповсюдження хвиль розроблений метод дав можливість отримати оцінку огинаючої сигналу та визначити координати точкового джерела, забезпечуючи їх стійкість до когерентної завади.

9. Розвинутий метод визначення розподілу переміщень у тривимірному просторі дозволив побудувати засоби реєстрації стереозображення однією фотокамерою та встановити розподіл поля переміщень поверхні об'єкту за його зображеннями у різні моменти часу. Неоднорідність поля встановлених переміщень при цьому свідчитиме про наявність підповерхневих включень чи дефектів. Такий метод також істотно збільшує інформативність оптичних засобів вимірювання для аналізу деформацій і стійкості схилів земної поверхні.

Реалізація та впровадження результатів роботи. Результати досліджень впроваджено при розробленні системи виявлення джерел електромагнітного випромінювання над плоскою поверхнею розділу середовищ у Львівському науково-дослідному радіотехнічному інституті. Метод тривимірної реконструкції поверхні та векторного поля деформацій за рознесеними зображеннями реалізовано програмно. Впровадження цього методу здійснюється у роботах підрозділів Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України для аналізу мікроструктури поверхні зламів та встановлення тривимірного поля деформацій навколо концентраторів напружень при навантаженні взірців. Окремі результати роботи впроваджено в ТЗОВ «Юнісервіс» при розробленні системи автоматичної класифікації рослинності «Контури» на замовлення ТЗОВ «ИнжГеоГИС» для аналізу даних від оптичного локатора та побудови методів фільтрації хмари нерегулярних точок у тривимірному просторі. Метод виявлення місць розклеювання багатошарових композитів впроваджено у Державному підприємстві «Антонов» для неруйнівного контролю обтікачів бортових радіолокаційних станцій літальних апаратів. Результати роботи впроваджено у навчальному процесі Державного університету штату Делавер (м. Довер, США), на кафедрі математичних наук, зокрема під час підготовки лекційних та практичних занять у рамках літньої навчально-дослідницької студентської програми «Числовий спектральний аналіз», яка включає елементи курсів лінійної алгебри, математичної статистики та теорії обробки сигналів. Впровадження підтверджені відповідними актами.

Особистий внесок здобувача. Усі результати, подані у дисертаційній роботі, здобувачем отримано особисто. У наукових працях, написаних у співавторстві, здобувачу належить: запис хвильових електродинамічних рівнянь через модель потенціального розсіювання та розв'язання ОЗР - [3,5,7,32,34]; створення методів розв'язання ОЗР відносно параметрів ПШС та розвиток методів оцінювання параметрів домінуючих розсіювачів, які забезпечують високу роздільну здатність - [6,9,25-27, 36,37];

приведення вихідної електродинамічної задачі до ОЗР для рівняння типу Шредінгера та синтез плоских структур за заданими характеристиками розсіювання - [13,16,38,39,42,44-46]; реконструкція фази для коефіцієнтів у розв'язках рівняння типу Шредінгера та знаходження множини розв'язків ОЗР, де вихідні дані задано лише модулем комплекснозначної функції - [2,4,33]; аналіз та обробка результатів вимірювань з метою оцінювання параметрів діелектричних структур та ідентифікації підповерхневих неоднорідностей - [1,29-31]; створення методів оцінювання кутів приходу плоскої хвилі на багатоелементні решітки та оцінювання параметрів моделі, а також аналіз точності оцінювання та розвиток теорії високороздільного спектрального аналізу для розв'язання ОЗР - [11,14,43]; розвиток методів ПЗ, аналіз моделей для опису векторнозначної функції переміщень та створення процедури реконструкції тривимірного поля переміщень за стереозображеннями - [10,12,15,41]; побудова архітектури системи та створення методів фільтрації у тривимірному просторі - [24]; числове розв'язання прямої задачі розсіювання методом моментів, а також створення та перевірка ефективності методів мікрохвильової візуалізації, де модель розсіювання побудова на основі наближення фізичної оптики – [17,22,23,47,50-52]; створення методів оцінювання параметрів досліджуваних об'єктів при описі вихідних даних статистичною моделлю спостереження - [18-21,48,49]. В усіх опублікованих працях здобувач особисто здійснив реалізацію числових методів для розв'язання ОЗР та перевірку достовірності отриманих результатів.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи висвітлено на науковій конференції «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики» APAMCS’2015 (Львів, 2015), міжнародних семінарах «Прямі та обернені задачі теорії електромагнітних та акустичних хвиль» DIPED, (Львів, 2015, 2013, 2011, 2009, 2003), науковій конференції «Обчислювальні методи та системи перетворення інформації» (Львів, 2014), конференції «Copper Country Workshop on Numerical Analysis and Inverse Problems» (Хюкхгтон, Мічіган, США, 2013), міжнародній конференції «Novel Directions in Inverse Scattering» (Ньюарк, Делавер, США, 2013), 4-й науково-практичній конференції «Електроніка та інформаційні технології», (Львів, 2012), 7-й Національній науково-технічній конференції і виставці «Неруйнівний контроль та технічна діагностика» (Київ, 2012), 32-ій міжнародній конференції «Композитні матеріали в промисловості» (Ялта, 2012), міжнародній конференції «Функціональний аналіз-2010» (Львів, 2010), міжнародній конференції «Інтегральні рівняння-2010» (Львів, 2010), конференції молодих науковців Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України «Радіофізика, Електроніка, Фотоніка та Біофізика» (Харків, 2009), міжнародних конференціях «Досвід розробки і застосування САПР в мікроелектроніці» CADSM’2009 (Львів-Поляна, 2009) та CADSM’2003 (Львів-Славське, 2003), міжнародних науково-технічних конференціях «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій, комп’ютерної інженерії» TCSET’2006 та TCSET’2002 (Львів-Славське, 2006, 2002), міжнародних конференціях «Microwaves, Radar and Wireless Communications» MIKON’2006 (Краків, Польща, 2006) та MIKON’2002 (Гдиня, Польща, 2002), міжнародних конференціях «Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services» TELSIKS 2005 (Ніш, Сербія, 2005) та TELSIKS 2001 (Ніш, Югославія, 2001), відкритій науково-технічній конференції молодих науковців і спеціалістів Фізико-

механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України «Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи» (Львів, 2005), конференціях «European Conference on Wireless Technology, European Microwave Week» (Амстердам, Нідерланди, 2004) та (Мюнхен, Німеччина, 2003), 9-й міжнародній конференції «Colloquium on Microwave Communications» MICROCOLL'2003 (Будапешт, Угорщина, 2003), 12-й міжнародній конференції «СВЧ-техника и телекоммутационные технологии» КрыМиКо'2002 (Севастополь, 2002), спільній українсько-польській школі-семінарі «Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: наука і дидактика» (Алушта, 2001), конференції «Zastosowania electromagnetyzmu w nowoczesnych technikach i informatyce» (Бидгощ-Венеція, Польща, 2001).

Публікації. Результати роботи викладено в 52-х наукових публікаціях, у тому числі: 23 - у фахових наукових виданнях України та статтях у наукових періодичних виданнях інших держав, 8 з яких - статті у наукових фахових журналах, що входять до міжнародних наукометричних баз даних (Scopus, ISI, SCI, IET, Zentrblatt, Engineering Village, Ei Compendex, ResearchGate, IEEE Xplore та ін.) та 29 - публікації у збірниках матеріалів і праць конференцій.

Структура і обсяг дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, основної частини, яка містить вісім розділів, висновків, списку літератури та додатків, що викладені на 436 сторінках, у тому числі 336 сторінок основного тексту. Дисертація містить 115 ілюстрацій обсягом 60 стор., 3 таблиці на 4 стор., п'ять додатків на 32 стор. і список використаних джерел із 314 найменувань на 31 стор.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми створення моделей та ефективних обчислювальних методів розв'язання ОЗР для оцінювання параметрів неоднорідних середовищ. Показано зв'язок цієї проблеми з науковими програмами та темами, сформульовано мету та задачі досліджень, наукову новизну і практичне значення отриманих результатів. Наведено дані про впровадження результатів роботи, їх апробацію, особистий внесок автора та публікації.

Перший розділ дисертації «Огляд літератури за темою та вибір напрямків досліджень» присвячено аналізу проблеми оцінювання параметрів неоднорідних середовищ, що включає огляд відомих моделей розсіювання електромагнітного поля неоднорідностями середовища та методів отримання оцінок параметрів таких середовищ за відомим розподілом розсіяного поля.

Для забезпечення практичного значення результатів досліджень проведено огляд прикладних науково-технічних задач та аспектів технічної реалізації вимірювань електромагнітного поля і підходів до обробки результатів вимірювань, спрямованих на розв'язання сформульованої у дисертації проблеми встановлення параметрів неоднорідних середовищ. Показано, що відомі методи, які розвинуто на основі наближених моделей розсіювання та грубих припущеннях про властивості розсіювачів, не дають можливості реалізувати достовірне оцінювання параметрів середовищ та не задовольняють сучасним вимогам. Результати численних досліджень свідчать про те, що істотне підвищення ефективності оцінювання параметрів неоднорідних середовищ можна досягнути шляхом удосконалення методів обробки виміряних значень складових електромагнітного поля. Строге математичне формулювання за-

дачі оцінювання параметрів середовищ зводиться до ОЗР для моделі розповсюдження електромагнітних хвиль у вигляді рівняння Максвела. У загальному випадку така задача є надзвичайно складною і загального підходу до її розв'язку не існує. Вирішення такої задачі методом найменших квадратів вимагає знаходження глобального екстремуму багато екстремального функціоналу. Такий підхід повністю втрачає свою ефективність при великій кількості невідомих, які необхідно оцінити за даними розсіювання. Саме тому основну частину першого розділу присвячено огляду основних підходів до розв'язання ОЗР та показано особливості розв'язків таких задач для різних моделей розсіювання.

Результати аналізу методів розв'язання ОЗР подано у відповідності до характеру апріорних даних про неоднорідні середовища та особливості моделей, якими описано процес розсіювання хвиль. Окремо виділено огляд ОЗР, які зводяться до одновимірних, багатовимірних ОЗР та обернених задач, які використовують різні моделі розсіювання, у тому числі й високочастотне наближення.

За характером шуканої функції ОЗР для неоднорідних середовищ умовно розділено на два типи:

- в яких шукані електричні параметри матеріалу описуються неперервною функцією;
- для середовищ із кусково-постійними функціями матеріальних параметрів, які можна трактувати як середовища, що містять нелокальні контрастні включення.

Розвиток методів вирішення задач першого типу в основному пов'язаний з ідеями, які покладені в основу теорії ОЗР для стаціонарного рівняння типу Шредінгера, яке в цьому випадку служить моделлю для розсіювання електромагнітних хвиль. Для прикладу у першому розділі дано стандартне вирішення двовимірної ОЗР. Через складність числової реалізації та обмеження, при яких існує розв'язок ОЗР, такий метод має дуже невелике практичне значення. В одновимірному випадку такий підхід полягає у приведенні ОЗР до розв'язання інтегральних рівнянь Вольттери другого роду типу Гельфанда-Левітана та Марченка.

Результати аналізу показують, що відомі методи розв'язування ОЗР другого типу відносно кусково-постійних функцій матеріальних параметрів ґрунтуються на ідеї ідентифікації лише границі контрастного включення, встановлюючи таким чином форму розсіювача. Високу ефективність та простоту в реалізації продемонстрували методи, які визначають належність конкретної точки простору до границі розсіювача. Емпіричний характер виведення таких методів не дозволяє їх узагальнити на практично важливі випадки. В одновимірному випадку методи розв'язання ОЗР другого типу базуються на дискретній моделі, що передбачає оцінювання параметрів ПШС.

Варто зазначити, що на практиці шукана функція матеріальних параметрів матеріалів, зокрема діелектрична проникність, може бути довільною. Наявність поверхонь розділу між матеріалами з різними властивостями вказує на присутність розривів у функції діелектричної проникності, при цьому електричні параметри кожного середовища на загал можуть бути довільною неперервною функцією. Незважаючи на важливість для практики проведений аналіз існуючих методів показує, що задачі оцінювання параметрів при кусково-неперервних функціях матеріальних параметрів увага приділялася недостатньо. Виходячи з умов практичної реалізації вимірювань,

показано також, що вихідні дані про розсіяне електромагнітне поле, як правило, задані для дискретної множини точок, що належать обмеженому сектору кутів спостереження на скінченій смузі частот, а також можуть бути відомі лише абсолютні значення комплексно-значних величин. При цьому вихідні дані для сформульованої задачі оцінювання мають шумову складову. Результати аналізу показують, що більшість теоретично розроблених методів розв'язання ОЗР втрачають свою дієвість за наявності таких обмежень. Тому важливим є створення моделі процесів розповсюдження електромагнітних хвиль у неоднорідних середовищах, яка (крім адекватності процесам розсіювання) була б прийнятною для знаходження розв'язку ОЗР. Методи розв'язання таких ОЗР повинні враховувати наявність вище перелічених обмежень щодо вихідних даних.

У **другому розділі** «Моделі та методи розв'язання одновимірних обернених задач розсіювання» всесторонньо досліджено задачу розсіювання електромагнітних хвиль у середовищах, параметри яких залежать лише від однієї координати. У цьому випадку ОЗР зводиться до одновимірної і її сформульовано відносно невідомої функції матеріальних параметрів середовища, яку необхідно оцінити за відомими частотною залежністю та розподілом електромагнітного поля. Такими вихідними даними є МР, що містить коефіцієнти відбиття $R(k)$ і $L(k)$ нормально падаючої плоскої хвилі, а також коефіцієнти проходження $T_1(k)$ та $T_2(k)$, де $k=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ - хвильовий коефіцієнт, ω - кутова частота хвилі. При цьому допускається, що шукана функція може мати розриви на межі розділу матеріалів (рис. 1). Таку задачу розв'язано як у загальному, так і для часткових випадків, де відомі апріорні дані про характер зміни шуканої функції. Зокрема, крім найбільш загального випадку з кусково-неперервною функцією діелектричної проникності, дано оцінку кусково-постійної функції діелектричної проникності шаруватого середовища та розв'язано задачу, яка передбачає неперервну зміну функцій діелектричної проникності та провідності.

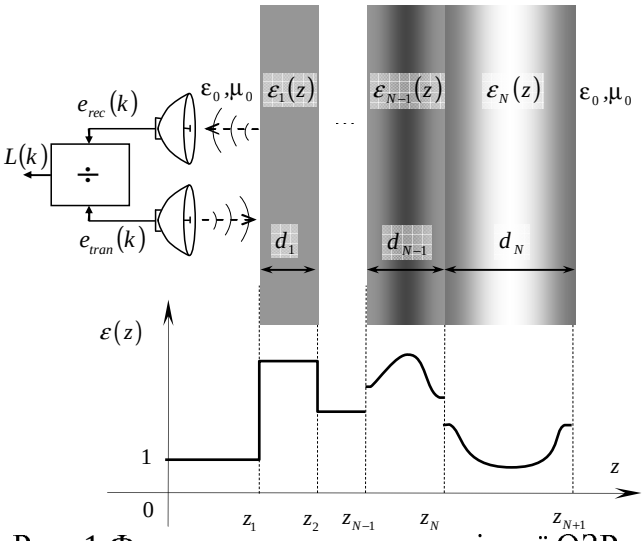


Рис. 1 Формулювання одновимірної ОЗР

ОЗР електромагнітних хвиль на ПШС потрактовано як задачу встановлення коефіцієнтів диференціального рівняння другого порядку (рівняння Гельмгольца). Останнє є наслідком з рівнянь Максвела та служить моделлю процесу розсіювання нормально-падаючої плоскої електромагнітної хвилі плоско-неоднорідним середовищем:

$$d^2E/dz^2+k^2\varepsilon(z)E=0, \qquad (1)$$

де $\varepsilon(z),\left(z\in\mathbb{R}^1\right)$ - функція відносної діелектричної проникності середовища.

Асимптотична поведінка розв'язків цього рівняння на безмежності визначається коефіцієнтами відбиття $R(k)=R\left(\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)$ та $L(k)=L\left(\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)$ нормально падаючої плоскої хвилі як:

$$E_1(z,\omega)=e^{-ikz}+R(k)e^{ikz}+o(1),\ z\to+\infty \text{ та } E_2(z,\omega)=e^{ikz}+L(k)e^{-ikz}+o(1),\ z\to-\infty. \qquad (2)$$

Якщо в якості вихідних даних задачі оцінювання задано МР для всіх значень дійсних частот $\omega \in \mathbb{R}^+$, то виконується умова існування та єдиності розв'язку ОЗР, що передбачає можливість оцінити функції діелектричної проникності та провідності при фіксованому значенні магнітної проникності. Для оцінювання параметрів безвтратного плоско-шаруватого середовища достатніми вихідними даними є частотна залежність комплексного коефіцієнта відбиття.

Рівняння (1) є незручним для побудови процедури розв'язання ОЗР, тому як модель процесів розповсюдження плоскої електромагнітної хвилі у плоско-шаруватому неоднорідному середовищі використовують одновимірне стаціонарне рівняння типу Шредінгера:

$$d^2\Phi/dx^2 + \Phi\left(k^2 - U(x)\right) = 0, \tag{3}$$

де $U(x) = \left[V(x) + 2kQ(x)\right]$ - енергозалежний потенціал, а x - нова змінна, що залежить від змінної $z \in \mathbb{R}^1$ в рівнянні (1).

Асимптотика розв'язків рівняння типу Шредінгера при накладанні відповідних граничних умов співпадає з виразами (2) на безмежності та описується коефіцієнтами МР. При цьому складові енергозалежного потенціалу $U(x)$ пов'язані з функціями діелектричної проникності $\varepsilon(x)$ та провідності $\sigma(x)$ таким чином:

$$V(x) = \frac{d^2}{dx^2}\ln\sqrt[4]{\varepsilon(x)} + \left(\frac{d}{dx}\ln\sqrt[4]{\varepsilon(x)}\right)^2 \text{ та } Q(x) = \frac{i}{2}\frac{\sigma(x)}{\varepsilon(x)}\rho_0, \tag{4}$$

де $\rho_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ - хвильовий опір.

З квантовомеханічної теорії розсіювання відомо, що для рівняння Шредінгера розв'язок ОЗР відносно невідомого потенціалу $V(x)$ можна знайти, використовуючи аналітичність розв'язків та оператори перетворення, які запропоновано J. Delsarte. Безпосереднє застосування моделі у вигляді рівняння типу Шредінгера та асоційованого з ним підходу до розв'язання оберненої електродинамічної задачі приводить до неоднозначності у випадку середовища з кусково-неперервною та кусково-постійною функцією діелектричної проникності. В точках на поверхні розділу середовищ з різними властивостями потенціал $V(x)$ рівняння типу Шредінгера має особливість, яка відповідає похідній від дельта функції $\delta'(x)$. Саме тому в роботі введено іншу модель процесу розповсюдження електромагнітних хвиль у вигляді системи рівнянь типу Дірака з несиметричним потенціалом:

$$\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} - ik_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{q}^+ \\ \tilde{q}^- & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

де F_1 і F_2 є змінними цього рівняння, асимптотику яких на безмежності також можна описати МР як і у випадку рівняння (1). При цьому функції потенціалів визначаються матеріальними параметрами електродинамічної задачі:

$$\tilde{q}^{\pm} = \left(-\frac{1}{4}\frac{d\ln\left(\varepsilon(x)\right)}{dx} \mp \frac{1}{2}\frac{\sigma(x)\rho_0}{\varepsilon(x)}\right)\exp\left(\pm\rho_0\int_{-\infty}^{x}\frac{\sigma(x')}{\varepsilon(x')}dx'\right). \tag{6}$$

Як показано в роботі, така модель є більш прийнятною для оцінювання невідомих параметрів середовища за заданою МР, оскільки стрибкоподібна зміна діелектричної проникності приводить лише до появи дельта-функції в потенціалі рівняння типу Дірака. Варто відмітити, що кількість дельта функцій буде скінченою, відпові-

даючи числу поверхонь розділу в середовищі. З іншої сторони, перетворення Фур'є елементів МР міститиме безмежну кількість дельта функцій. Це можна показати на прикладі перетворення Фур'є, застосованого до розв'язку задачі (1) для безвтратного шаруватого середовища:

$$\tilde{E}(z,t)=\delta(t-\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,z)+\tilde{R}\left(t+\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,z\right)+o(1),\ z\to\infty,\ \text{де}\ \tilde{R}(t)=\mathcal{F}^{-1}\left(R(k)\right)(t). \qquad (7)$$

Тут $\mathcal{F}^{-1}$ є операторам оберненого перетворення Фур'є $\mathcal{F}^{-1}\left(R(k)\right)(t):=$ $=(2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty}R\left(\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)\mathrm{e}^{i\omega t}\,d\omega$, а функцію $\tilde{R}(t)$ можна виразити збіжним рядом:

$$\tilde{R}(t)=\sum_{l=1}^{\infty}h_l\delta(t-l\Delta\nu_1)+\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}u_{l,n}\delta(t-l\Delta\nu_1-n\Delta\nu_2)+\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\cdots. \qquad (8)$$

де h_l та $u_{l,n}$ - дійсні коефіцієнти.

Розв'язок ОЗР вимагає оцінювання значення цих коефіцієнтів за частотною залежністю коефіцієнта відбиття $R(k)$. Відомі методи розв'язання ОЗР працюють на основі припущення, що дельта-функції розташовані у вузлах регулярної сітки, що дає можливість отримати дискретну апроксимацію розв'язку ОЗР. Враховуючи, що ряд (8) є збіжним, кількість коефіцієнтів у ньому - безмежна, а вихідні дані можуть бути задані на обмеженому діапазоні частот та міститимуть похибки, знаходження оцінки має всі ознаки некоректної задачі. Тому важливим є приведення вихідних даних до вигляду, який би дозволив уникнути функцій з безмежною кількістю дельта-функцій.

Одна з розвинутих ідей цієї роботи полягає у тому, щоб оцінювання параметрів неоднорідного середовища привести до задачі, вихідні дані якої можна подати у вигляді моделі, що відповідає розв'язкам Йоста. Один з них має вигляд:

$$F_1(x,k)=A(k)\exp(ikx)+B(k)\exp(-ikx)+o(1),\ \text{для}\ x\to-\infty, \qquad (9)$$

де коефіцієнти $A(k)$ та $B(k)$ визначаються МР і для середовища зі скінченим числом поверхонь розділу мають скінчену кількість доданків - комплексних експонент:

$$B(k)=\frac{L(k)}{T(k)}=\exp(-i\nu_0\omega)\sum_{p=1}^{M}\beta(p)\exp\left(i\nu(p)\omega\right)\ \text{та}\ A(k)=\frac{1}{T(k)}=\sum_{p=1}^{M}\alpha(p)\exp\left(i\nu(p)\omega\right). \qquad (10)$$

У середовищі з неперервною функцією матеріальних параметрів коефіцієнти $A(k)$ та $B(k)$ можна записати через інтеграл, що містить потенціал $U(x)$. Відомо також, що для безвтратного середовища функція $A(k)$ має аналітичне продовження у верхню комплексну півплощину та не має нулів на дійсній осі та у верхній півплощині.

Ці твердження щодо форми запису вихідних даних та моделі процесів розсіювання в одновимірному випадку дозволяють створити нові підходи до оцінювання параметрів середовищ за відомими характеристиками розсіювання плоскої хвилі.

У роботі розглянуто випадок плоскошаруватого середовища з однорідними матеріалами шарів. Аналітичний характер та відсутність нулів у верхній комплексній півплощині дає можливість знайти функцію $A(k)$ з вихідних даних. Вона визначається лише частотною залежністю коефіцієнта відбиття

$$A(k)=\frac{1}{\sqrt{1-\left|L(k)\right|^2}}\exp\left(\frac{i}{2\pi}\mathbf{P}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\ln\left|1-\left|L\left(\omega'\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)\right|^2\right|}{\omega-\omega'}d\omega'\right), \qquad (11)$$

де $\mathbf{P}\int d\omega$ – головне значення інтегралу.

В дисертації описано процедуру, яка дозволяє оцінити цей інтеграл, записавши величину $|A(k)|^2 = 1/\left(1-|L(k)|^2\right)$ у вигляді скінченої суми комплексних експонент.

У випадку шаруватого діелектрика коефіцієнти $A_j(k)$ та $B_j(k)$ для $j=1,2,....$, які визначають залежність між розв'язками рівнянь (5) для двох однорідних середовищ з хвильовими опорами ρ_j і ρ_{j+1}, що мають спільну плоску поверхню розділу, співвідносяться як:

$$\begin{bmatrix} A_{j+1}(k) \\ B_{j+1}(-k) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\rho_j} \begin{bmatrix} (\rho_{j+1}+\rho_j)\exp(ik_{j+1}d_{j+1}) & -(\rho_{j+1}-\rho_j)\exp(ik_{j+1}d_{j+1}) \\ -(\rho_{j+1}-\rho_j)\exp(-ik_{j+1}d_{j+1}) & (\rho_{j+1}+\rho_j)\exp(-ik_{j+1}d_{j+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j(k) \\ B_j(-k) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Виходячи з (12), встановлено дві властивості коефіцієнтів $\alpha_j(p)$, $\beta_j(p)$ та $\nu_j(p)$ в аналогах формул (10) для j-го середовища. Перша властивість дає змогу оцінити хвильовий опір ρ_{j+1} за відомим ρ_j, оскільки для значень дійсних коефіцієнтів справедлива тотожність:

$$\beta_j(1)/\alpha_j(1) = \alpha_j(M_j)/\beta_j(M_j) = (\rho_{j+1}-\rho_j)/(\rho_{j+1}+\rho_j), \quad (13)$$

де $\alpha_j(1)$ і $\beta_j(1)$ та $\alpha_j(M_j)$ і $\beta_j(M_j)$ – коефіцієнти при експоненційних доданках з найменшим та найбільшим значенням аргумента $\nu_j(p)$.

Друга властивість дозволяє оцінити товщину $(j+1)$-го шару на основі рівності:

$$2\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,l_{j+1} = |\nu_j(f_1)-\nu_j(g_1)| = |\nu_j(f_2)-\nu_j(g_2)| = \ldots = \left|\nu_j\left(f_{M_{j+1}}\right)-\nu_j\left(g_{M_{j+1}}\right)\right|, \quad (14)$$

де $F := \{f_1, f_2, f_3, \ldots, f_{M_{j+1}}\}$ та $G := \{g_1, g_2, g_3, \ldots, g_{M_{j+1}}\}$ – множини індексів ненульових елементів $\alpha'_{j+1}(q) \neq 0$ $q \in F$ і $\beta'_{j+1}(q) \neq 0$ $q \in G$ у векторі α'_{j+1} та у векторі β'_{j+1}, відповідно, які обчислено з виразів $\alpha'_{j+1}(q) = \left((\rho_{j+1}+\rho_j)\alpha_j(q) - (\rho_{j+1}-\rho_j)\beta_j(q)\right)/2\rho_j$ та $\beta'_{j+1}(q) = -\left((\rho_{j+1}-\rho_j)\alpha_j(q) - (\rho_{j+1}+\rho_j)\beta_j(q)\right)/2\rho_j$ для впорядкованих множин аргументів експонент $\nu_j(f_1) < \nu_j(f_2) < \ldots < \nu_j\left(f_{M_{j+1}}\right)$ та $\nu_j(g_1) < \nu_j(g_2) < \ldots < \nu_j\left(g_{M_{j+1}}\right)$.

В дисертації запропоновано оцінку параметрів шаруватого середовища рекурентною процедурою, яку отримано з тотожності (12) та на основі приведених властивостей. Вихідними даними при цьому є частотна залежність коефіцієнта відбиття, за якою встановлено функції $A(k) = A_0(k)$ та $B(k) = B_0(k)$ та оцінено параметри комплексних експонент у скінчених сумах, якими виражено ці функції. Показано, що такий підхід дозволяє знаходити оцінку параметрів плоско-неоднорідних середовищ для вихідних даних, заданих у скінченому діапазоні частот.

В роботі також детально проаналізовано задачу одночасного встановлення неперервних функцій діелектричної проникності та провідності у плоскошаруватому середовищі за відомою МР. За основу взято модель розповсюдження електромагнітних хвиль у вигляді системи типу Дірака (5), для якої на основі розв'язку матричної задачі Гільберта-Рімана ОЗР зведено до системи інтегральних рівнянь:

$$\begin{cases} K_2^{\pm}(x,y) = \int_{-y}^{x} G^{\mp}(y+t)\,K_1^{\mp}(x,t)\,dt, \\ K_1^{\pm}(x,y) = G^{\mp}(y+t) + \int_{-y}^{x} G^{\mp}(y+t)\,K_2^{\mp}(x,t)\,dt, \end{cases} \quad (15)$$

де $G^{\pm}(x)=\mathcal{F}^{-1}\left(r^{\pm}(k)\right)(x)$ - приведені параметри розсіювання, які обчислено за відомими коефіцієнтами МР: $r^{+}(k)=R(k)$ та $r^{-}(-k)=\left(r^{-}(k)\right)^{*}=L(k)\Big/\left(R(k)L(k)-\left(T(k)\right)^{2}\right)$. З розв'язку такої системи відносно функцій $K_1^{\pm}(x,y)$ можна знайти потенціали рівняння типу Дірака $q^{\pm}(x)=-2K_1^{\pm}(x,x)$.

Шукані функції діелектричної проникності $\varepsilon(x)$ та провідності $\sigma(x)$ обчислено згідно з виразами:

$$\varepsilon(x)=\exp\left(-2\int_{-\infty}^{x}\left[\xi^{-1}\tilde{q}^{+}+\xi\tilde{q}^{-}\right]dx'\right) \text{ та } \sigma(x)=-\frac{\varepsilon(x)}{\rho_0}\frac{d}{dx}\ln(\xi), \tag{16}$$

де $\xi(x)$ - допоміжна функція, що задовольняє рівнянню Ріккаті $d\xi/dx+\xi^2\tilde{q}^{-}-\tilde{q}^{+}=0$.

Для числового розв'язку системи рівнянь (15) сформовано блочну матрицю, кожний блок $\mathbf{X}_d$ якої має контрдіагональну симетричну форму. Встановлено, що кожен наступний блок $\mathbf{X}_{d+1}$ включає попередній $\mathbf{X}_d$. Це дає можливість рекурентного обчислення оберненої матриці $\mathbf{X}^{-1}$ для кожного наступного блоку меншої розмірності. Показано, що обчислювальна складність обертання блоку ($\mathbf{X}_d^{-1}\in\mathbb{R}^{(d+1)\times(d+1)}$) є порядку $(d+4)$ разів множення вектора ($\mathbb{R}^{1\times(d+1)}$) на вектор ($\mathbb{R}^{(d+1)\times 1}$). Тому завдяки рекурентній процедурі знаходження оберненої матриці, запропонований числовий метод розв'язання ОЗР має кращу точність та меншу обчислювальну складність порівняно з відомими. На рис. 2 наведено два розв'язки ОЗР для порівняння з відомим, який знайдено аналітично для заданої функції коефіцієнта відбиття у вигляді дробово-раціональної функції.

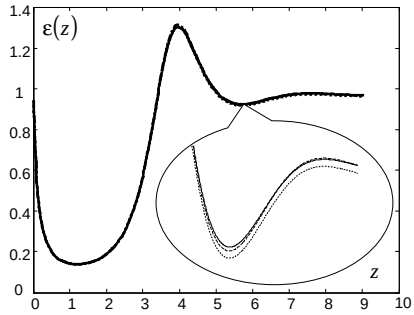


Рис. 2. Реконструкція діелектричного профілю: суцільна лінія – аналітично отриманий розв'язок; пунктирна лінія – розв'язок, отриманий запропонованим методом; точкова лінія – відомим числовий методом

Особливу увагу в дисертації приділено розв'язанню задачі оцінювання параметрів ПШС, в яких неоднорідні матеріали шарів розділено плоскими поверхнями розділу. Діелектрична проникність таких середовищ є кусково-неперервною функцією. В основу розв'язання ОЗР покладено ідею розділення частотної залежності коефіцієнта відбиття на дві складові: регулярну та високочастотну. Це твердження випливає з дослідження асимптотичної поведінки розв'язків системи типу Дірака (5) на високих частотах. Показано, що у випадку неперервної діелектричної проникності коефіцієнти розв'язків Йоста (9) мають асимптотику $a_{reg}(k)=1+o(1/k)$ та $b_{reg}(k)=o(1/k)$. Водночас високочастотна асимптотика коефіцієнта відбиття для середовища з розривами функції діелектричної проникності має вигляд:

$$R(k)=R_{as}(k)+o(1/k),\quad k\to\infty, \tag{17}$$

де $R_{as}(k)$ залежить тільки від розташування і характеру розривів функції діелектричної проникності та визначається відношенням $R_{as}(k)=\tilde{b}_0(k)\big/\tilde{a}_0(k)$, де високочастотні коефіцієнти $\tilde{b}_0(k)$ та $\tilde{a}_0(k)$ є скінченими тригонометричними сумами:

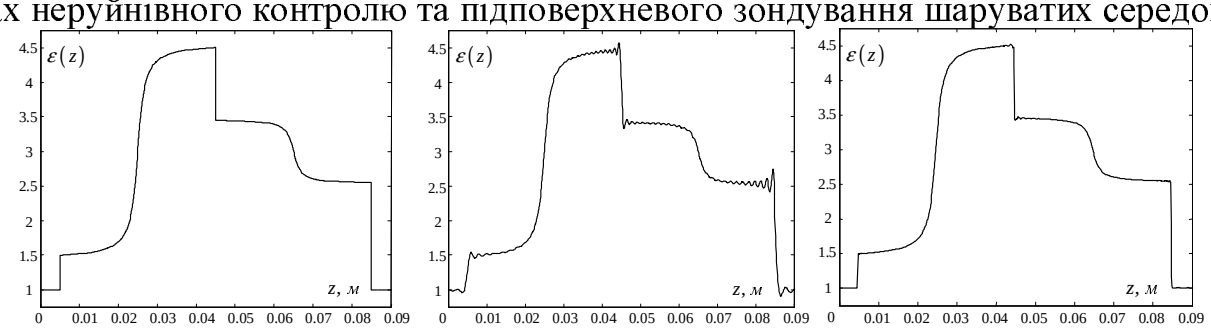
$$\tilde{a}_0(k)=\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\exp(ik\nu_l) \text{ та } \tilde{b}_0(k)=\sum_{l=1}^{L}\beta_l\exp(ik\nu_l-\nu_0). \tag{18}$$

Безпосереднє використання інтегральних рівнянь (15) за наявності дельта-функцій у Фур'є перетворенні коефіцієнта відбиття є некоректним. Тому таку задачу розв'язано, використовуючи наближення дельта-функції неперервною функцією $\delta_a(x)=\left(s\sqrt{\pi}\right)^{-1}\exp\left(-x^2/s^2\right)$ при $s\to 0$ та розділенням частотної залежності коефіцієнта відбиття на регулярну $R_{reg}(k)$ та високочастотну $R_{as}(k)$ складові: $R(k)=R_{reg}(k)+R_{as}(k)$. За поведінкою коефіцієнта відбиття у високочастотній області оцінено параметри скінчених сум (18), а ядро в системі інтегральних рівнянь (15) апроксимовано виразом:

$$\hat{G}_{high}(x)=G_{reg}(x)+\delta_a(x)*\left(\mathcal{F}^{-1}\left(R_{as}(k)\right)(x)\right), \qquad (19)$$

де $*$ - оператор згортки, а $G_{reg}(x):=\mathcal{F}^{-1}\left(R_{reg}(k)\right)(x)$.

Реконструкцію діелектричної проникності знайдено наближено, використовуючи числовий розв'язок системи рівнянь (15). Результати порівняння (рис. 3) демонструють, що за рахунок екстраполяції у високочастотній області досягнуто вищої точності реконструкції діелектричної проникності досліджуваних середовищ, в яких ця функція має неперервну частину та розриви в точках розділу матеріалів. Отримані дані дають можливість здійснювати ефективну обробку результатів вимірювань у засобах неруйнівного контролю та підповерхневого зондування шаруватих середовищ.



а) б) в)

Рис. 3. Оригінал кусково-неперервної діелектричної проникності (а) та розв'язки ОЗР методом інтегральних рівнянь (б) та запропонованим підходом (в).

В **третьому розділі** «Оцінювання параметрів середовищ через розв'язок ОЗР для хвильових рівнянь на півосі» розглянуто ОЗР, які можна звести до одновимірної ОЗР на півосі. Розв'язок таких ОЗР дозволяє оцінити параметри однорідного середовища за умови повного відбиття від екрану, який обмежує неоднорідне середовище. Випадок розсіювання хвиль шаруватими діелектриками на ідеальнопровідній основі має велике практичне значення, оскільки модель діелектричного середовища при односторонньому повному відбитті хвиль екраном може бути застосована до багатьох композитних структур, які призначені для протикорозійного захисту металевих конструкцій та ізоляції. Оцінювання параметрів таких структур за розсіяним полем – один із перспективних способів неруйнівного контролю. Залежно від характеру вихідних даних розв'язок такої задачі можна отримати різними методами. Три різні формулювання ОЗР досліджено в дисертації.

Показано, що ОЗР за схемою, зображеною на рис. 4, є ідентичною до ОЗР для діелектричної структури без екрану, якщо в ролі вихідних даних розглядати імпульсну характеристику $\tilde{h}(t):=\mathcal{F}^{-1}\left(\tilde{L}(k)\right)(t)$, на інтервалі часу $t\in[0,2t_C)$. Це твердження також випливає з принципу причинності, згідно з яким хвиля розповсюджується у діе-

лектрику і не зазнає впливу екрану впродовж часу t_C. Отже, для інтервалу часу $t \in [0, 2t_C)$ можна встановити неперервну функцію діелектричної проникності, використовуючи метод інтегральних рівнянь (15), а також застосовувати апроксимацію ядра цього рівняння у вигляді (19), якщо апріорно відомо, що досліджуване середовище має поверхні розділу (рис. 5).

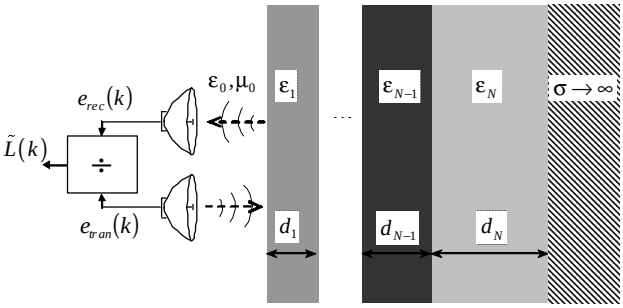
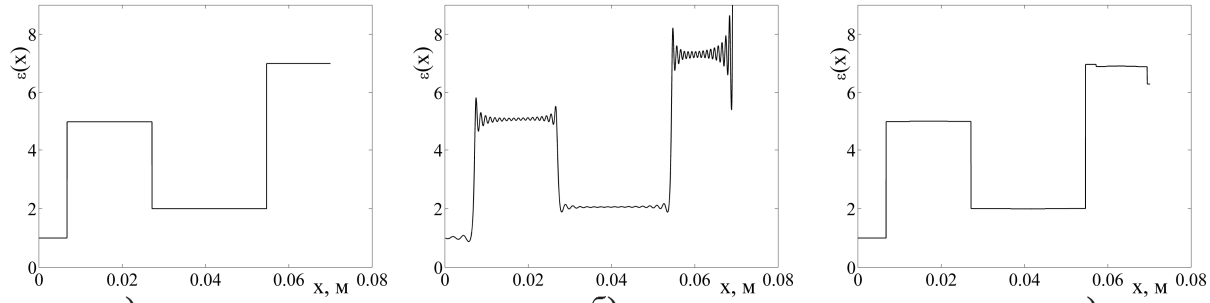


Рис. 4. Геометрія одновимірної ОЗР для шаруватого середовища з екраном.

У випадку, якщо вихідні дані задано частотною залежністю комплексного коефіцієнта відбиття $\tilde{L}(k) = \tilde{L}\left(\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)$ нормально падаючої плоскої хвилі, то для точного визначення імпульсної характеристики необхідно знати комплексний коефіцієнт відбиття для всіх дійсних частот $\omega \in \mathbb{R}$. На практиці вимірювання комплексного коефіцієнта відбиття вдається реалізувати лише в обмеженому діапазоні частот. Тоді розв'язок такої ОЗР можна знайти лише наближено, і точність такого розв'язку буде істотно залежати від наявності апріорних даних.



а) б) в)

Рис. 5. Порівняння розв'язків ОЗР для шаруватого середовища на ідеально-провідній основі, вихідні дані для якої задано для частот від $2\pi \cdot 2 \cdot 10^{10}$ до $2\pi \cdot 6 \cdot 10^{10}$ з кроком $5\pi \cdot 10^7$ рад/с. Оригінальна функція діелектричної проникності (а); наближені розв'язки, отримані методом інтегральних рівнянь (15) (б) та запропонованим методом (в).

Окремо виділено випадок, коли неоднорідне середовище складається з однорідних шарів та є обмеженим з однієї сторони ідеально-провідною основою. У роботі запропоновано підхід до оцінювання параметрів такого шаруватого діелектрика, якщо комплексний коефіцієнт відбиття задано в обмеженому діапазоні частот. Метод базується на приведенні ОЗР до послідовного розв'язку двох задач Гільберта-Рімана.

Першу задачу сформульовано завдяки запису коефіцієнта відбиття $\tilde{L}(\omega)$ у вигляді відношення двох функцій, що мають аналітичне продовження у верхню та нижню комплексну півплощини:

$$\tilde{L}(k) = -\frac{\exp(i\omega t_C) A(-k) - \exp(-i\omega t_C) B(k)}{\exp(-i\omega t_C) A(k) - \exp(i\omega t_C) B(-k)}, \tag{20}$$

де $A(k)$ та $B(k)$ - коефіцієнти розв'язків Йоста (10) для шаруватого середовища без ідеально провідного екрану. Доведено, що така задача має єдиний розв'язок, який знайдено відносно функції $\sigma(k) := A(k) - \exp(2i\omega z) B(-k)$ у вигляді

$$\sigma(k)\sigma(-k) = \exp\left(\frac{1}{\pi} \mathrm{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(\omega') + 2\omega' t_C}{\omega' - \omega} d\omega'\right), \tag{21}$$

де дійснозначна функція $\varphi(\omega)$ визначається виразом $\tilde{L}(k) = \tilde{L}\left(\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right) = \exp\left(i\varphi(\omega)\right)$.

З розв'язку другої задачі Гільберта-Рімана окремо знайдено функції $A(k)$ та $B(k)$. Це дозволяє визначити коефіцієнт відбиття діелектрика через відношення цих функцій:

$$L(k)=\frac{B(k)}{A(k)}=\frac{\dfrac{1}{\sigma(k)\sigma(-k)}+i\dfrac{1}{\pi}\mathrm{P}\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{1}{\sigma(k')\sigma(-k')}\dfrac{dk'}{k'-k}-\dfrac{1}{\eta^2\kappa}}{\dfrac{1}{\sigma(k)\sigma(-k)}-i\dfrac{1}{\pi}\mathrm{P}\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{1}{\sigma(k')\sigma(-k')}\dfrac{dk'}{k'-k}+\dfrac{1}{\eta^2\kappa}}\tilde{L}(k)\mathrm{e}^{2ikt_C/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}, \qquad (22)$$

де η та κ - ненульові дійсні коефіцієнти.

Приведення розв'язку ОЗР плоскої електромагнітної хвилі на плоско-шаруватому діелектрику з ідеально провідною основою до визначення коефіцієнтів $A(k)$ і $B(k)$ дає можливість оцінити його параметри за коефіцієнтами в сумах (10) методом, розвинутим у другому розділі дисертації.

Показано, що такий підхід можна застосувати для доведення єдиності розв'язку оберненої спектральної задачі, що полягає в оцінюванні параметрів радіально-сферичних структур (рис. 6.а) за множиною відомих ТВЗ $\lambda_{0,j}$, де $j\in\mathbb{Z}$ (рис. 6.б).

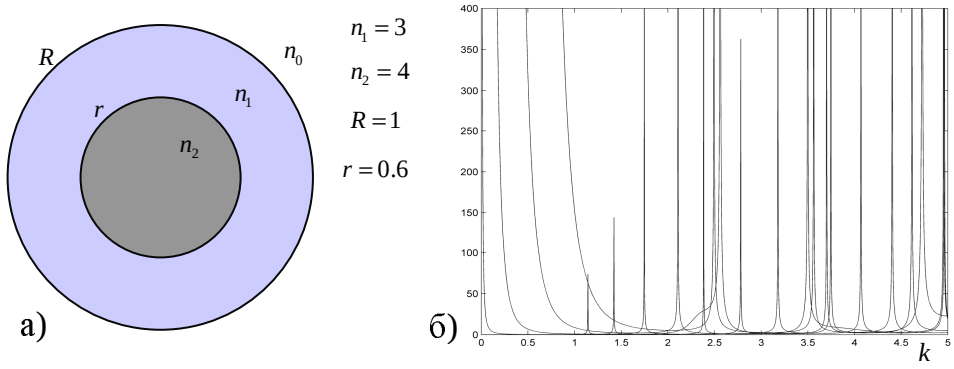


Рис. 6. Радіально-симетрична діелектрична шарувата структура (а) та спектр ТВЗ (б)

На основі теореми Адамара про факторизацію цілих функцій показано, що множина ТВЗ єдиним чином дає можливість задати функцію

$$d(\lambda)=D\prod_{j=1}^{\infty}\left(1-\lambda/\lambda_{0,j}\right). \qquad (23)$$

З означення ТВЗ для довільної сферичної радіально-симетричної структури записано тотожність, яку можна трактувати як задачу Гільберта-Рімана:

$$\left(B(k)+A(k)\right)\exp\left(ik(b-a)\right)-\left(B(-k)+A(-k)\right)\exp\left(-ik(b-a)\right)=d(k), \qquad (24)$$

де $b=R$ - радіус сферичної структури, $a=\int_0^b\sqrt{\varepsilon(r)}dr$ - електричний радіус.

Аналітичні властивості коефіцієнтів $A(k)$ та $B(k)$ вказують на те, що при виконанні умови $a<b$ така задача має єдиний розв'язок:

$$Z(k)=\left(B(k)+A(k)\right)\exp\left(i(b-a)\right)=\frac{1}{2\pi i}\left(P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d(k')}{k'-k}dk'+\pi i d(k)\right). \qquad (25)$$

З функції $Z(k)$ можна встановити окремо коефіцієнти $A(k)$ та $B(k)$, розв'язуючи другу задачу Гільберта-Рімана за аналогією до ОЗР плоских хвиль на шаруватій структурі з ідеально-провідним екраном. Отриманий розв'язок також справедливий для довільної функції матеріальних параметрів сферичного радіально-симетричного середовища, у тому числі й для кусково-неперервних функцій діелектричної проникності. В роботі доведено, що у випадку сферичного радіально-

симетричного середовища з однорідними шарами (рис. 6.а) умову єдиності $a<b$ можна замінити іншою, яка дозволяє розширити клас можливих розв'язків. Знаючи коефіцієнти тригонометричних сум, якими виражаються функції $A(k)$ та $B(k)$, оцінити параметри сферичної радіально-симетричної структури не складає труднощів. Незважаючи на те, що отриманий розв'язок має лише теоретичне значення, дослідження ТВЗ, як вихідних параметрів оберненої спектральної задачі, має значний інтерес, оскільки на відміну від ОЗР, форма вихідних даних оберненої спектральної задачі є дискретною. До того ж відомо, що ТВЗ можна знайти з характеристик розсіювання.

У **четвертому розділі** роботи «Розв'язання оберненої задачі розсіювання для шаруватого діелектрика за абсолютним значенням виміряних параметрів» проведено аналіз задач та описано оригінальні підходи до їх розв'язку у випадках, коли вихідні дані задано частково, а саме абсолютним значенням комплекснозначної функції. Спочатку розглянуто задачу про визначення невідомої діелектричної проникності шаруватої структури за заданою частотною залежністю абсолютного значення коефіцієнта відбиття $|R(k)|=|L(k)|$, для $k\in\mathbb{R}$ (рис. 7).

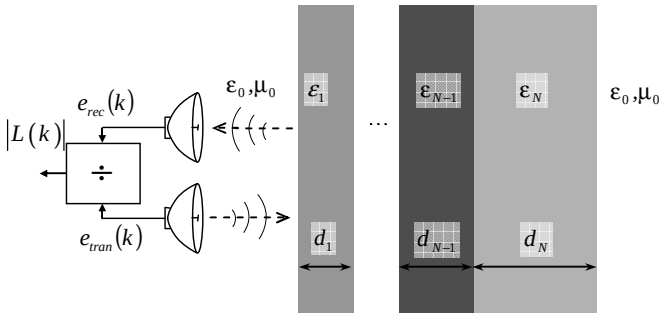


Рис. 7. Геометрична схема ОЗР за умови, що задано абсолютне значення коефіцієнта відбиття

Показано, що ця задача є еквівалентною до оберненої трансмісійної задачі, вихідними даними якої є коефіцієнт проходження хвилі $T(k)=\sqrt{1-|L(k)|^2}$, або його абсолютне значення $|T(k)|$. Відомо, що така задача не має єдиного розв'язку. В дисертації запропоновано підхід, який пояснює причину неоднозначності розв'язку ОЗР особливостями розподілу нулів функцій $A(k)$ та $B(k)$ у комплексній площині, у той час як відомі підходи до розв'язку подібних задач базуються на аналізі нулів функції коефіцієнта відбиття $L(k)$.

Враховуючи самоспряжений характер задачі, коефіцієнт $A(k)$ з виразу (9) є аналітичною функцією і не має нулів у верхній півплощині $k\subset\overline{\mathbb{C}}$, у той час як розташування нулів функції $B(k)$ може бути довільним. Відповідно коефіцієнт $B(k)$ не можна єдиним чином встановити за його абсолютним значенням $|B(k)|=|L(k)|\Big/\sqrt{1-|L(k)|^2}$ на відміну від функції $A(k)$, для якої задача встановлення фази за абсолютним значенням має єдиний розв'язок (11). Кожен нуль k_0 функції $B(k)$ веде до неоднозначності розв'язку ОЗР, тому що функція $B(k)$ та її добуток з множником Блашке $B(k)\left(k-\overline{k}_0\right)\Big/\left(k-k_0\right)$, мають ідентичні абсолютні значення $|B(k)|=\left|B(k)\left(k-\overline{k}_0\right)\Big/\left(k-k_0\right)\right|$. Як наслідок можна отримати два різні розв'язки задачі про визначення функції $B(k)$ за її модулем $|B(k)|$, як продемонстровано на рис. 8. У загальному випадку кількість розв'язків ОЗР при заданому абсолютному значенні комплексного коефіцієнта відбиття визначається кількістю нулів функції $B(k)$, що

може бути довільним числом. У дисертації показано, що для випадку, коли функція $\varepsilon(z)$ є кусково-постійною з розривами у вузлах регулярної сітки, ОЗР має скінчене число розв'язків, оскільки функції $A(k)$ та $B(k)$ мають вигляд тригонометричних поліномів. Цей результат дозволяє формулювати задачі синтезу багатошарових структур за відомим абсолютним значенням коефіцієнта відбиття та знаходити всі їх можливі розв'язки.

Знаючи причину неоднозначності розв'язку ОЗР, визначено, які додаткові дані є необхідними для її довизначення. Зокрема, розроблено метод, що дозволяє однозначно ідентифікувати параметри багатошарового середовища за частотною залежністю абсолютного значення коефіцієнта відбиття (проходження), що визначено у двох окремих експериментах із тестовим діелектричним шаром та без нього (рис. 9).

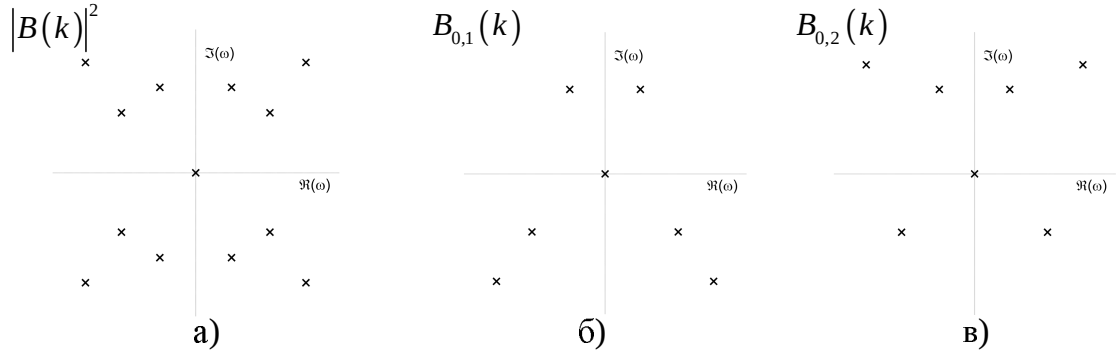


Рис. 8. Приклад неоднозначного встановлення функції $B(k)$ за функцією $|B(k)|^2$ з розподілом нулів (а) та розподіли нулів розв'язків $B_{0,1}(k)$ та $B_{0,2}(k)$ (б) і (в)

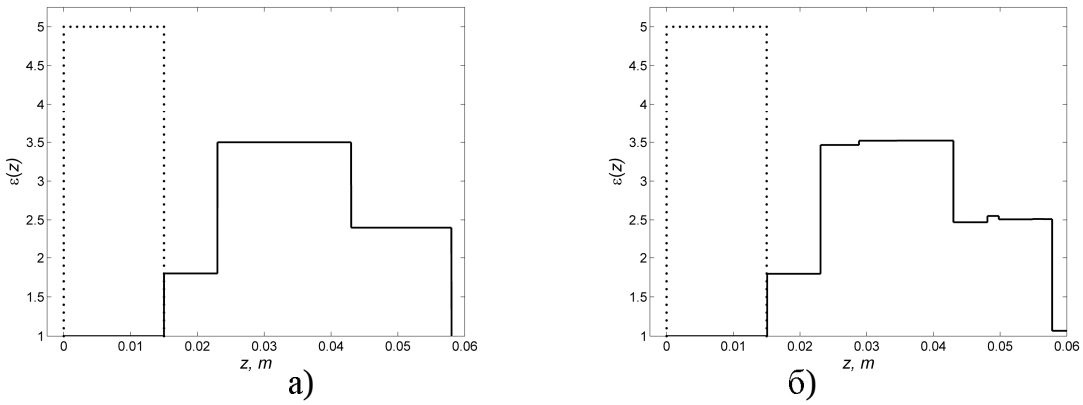


Рис. 9. Профіль тришарового діелектрика з тестовим шаром (а) та реконструкція його діелектричної проникності (б), що отримана з двох функцій абсолютного значення коефіцієнта відбиття структури з та без тестового шару.

Окремо розглянуто випадок, де вихідні дані в ОЗР задано величиною $|1+R(k)|^2$. Такій моделі відповідає схема вимірювань із квадратичним детектором, що включає сумування відбитої та опорної хвиль на хвилевідному мості з керованим набігом фази у його плечах. Аналіз аналітичних властивостей функції $(1+R(k))$ дає можливість зробити висновок щодо єдиності розв'язку задачі встановлення функції $R(k)$ за вихідними даними у вигляді абсолютного значення $|1+R(k)|^2$ при $k\in\mathbb{R}$, що вказує, відповідно, на єдиність розв'язку ОЗР відносно функції діелектричної проникності.

Теоретично доведено, що з коефіцієнтів Фур'є розкладу функції $\left|1+R(k)\right|^2$ можна наближено знайти коефіцієнт відбиття. Значення цих коефіцієнтів Фур'є дозволяє встановити розташування першої та другої поверхонь розділу матеріалів без розв'язання ОЗР. Результати обробки експериментальних даних підтверджують правильність теоретичних висновків (рис. 10), демонструючи можливість візуалізувати зовнішню та першу внутрішню поверхні розділу матеріалів та кількісно інтерпретувати результати вимірів не зважаючи на відсутність фазової інформації.

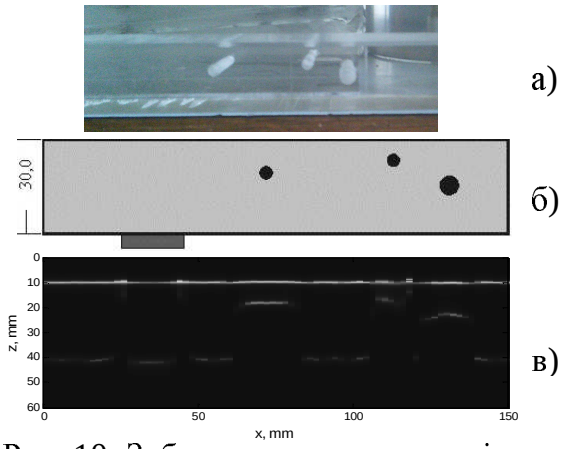


Рис. 10. Зображення тестового діелектричного взірця з отворами та провідною основою (а), його схематичне зображення (б) і результат обробки вимірювань (в) для виміряних даних, заданих амплітудою

У **п'ятому розділі** «Оцінювання параметрів ПШС за заданою діаграмою розсіювання на фіксованій частоті» продемонстровано можливість узагальнення підходу до розв'язання одновимірних ОЗР за допомогою моделей у вигляді рівняння типу Шредінгера та типу Дірака на випадок, коли вихідні дані для електродинамічної ОЗР задано кутовою залежністю коефіцієнта відбиття на фіксованій частоті. Важливість такого формулювання полягає у тому, що поле від точкового джерела (або функція Гріна) у плоскошаруватому середовищі можна зобразити сумою безмежної кількості плоских хвиль, які розповсюджуються в різних напрямах. Ваговими коефіцієнтами в цій сумі є коефіцієнти відбиття, які записано як функції кута θ_1 між напрямом розповсюдження хвилі та нормаллю до площини, в якій параметри структури є постійними (рис. 11). Отже, формування заданої характеристики розсіювання точкового джерела в неоднорідному середовищі зводиться до задачі синтезу ПШС, вихідними даними для якої є кутова залежність коефіцієнта відбиття: $R_{TE}\left(k\cos\theta_1\right)=R_{TE}\left(\kappa\right)$ і $R_{TM}\left(k\cos\theta_1\right)=R_{TM}\left(\kappa\right)$.

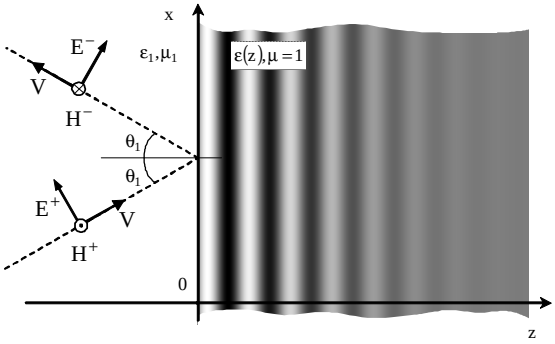


Рис. 11. Похиле падіння плоскої хвилі на поверхню середовища зі змінною діелектричною проникністю $\varepsilon(z)$.

У дисертації розроблено метод розв'язання оберненої задачі розсіювання відносно функції діелектричної проникності для випадку похилого падіння хвиль вертикальної та горизонтальної поляризації. У такому формулюванні цю задачу вирішено вперше. Розроблений підхід до розв'язання поставленої задачі полягає у приведенні рівнянь електромагнітного поля до рівняння типу Шредінгера для горизонтальної та вертикальної поляризацій плоскої хвилі.

Поставивши у відповідність асимптотику розв'язків рівняння типу Шредінгера на безмежності асимптотиці тангенціальних складових електромагнітного поля, встановлено, що для ТЕ-поляризації та ТМ-поляризації функцію діелектричної проникності $\varepsilon(z)$ можна виразити через потенціал рівняння типу Шредінгера як

$$\varepsilon(z)=1-V_{TE}(z)/k^2 \text{ та } \frac{3}{4\varepsilon^2(z)}\left(\frac{d\varepsilon(z)}{dz}\right)^2-\frac{1}{2\varepsilon(z)}\frac{d^2\varepsilon(z)}{dz^2}-k^2\varepsilon(z)+k^2=V_{TM}(z). \qquad (26)$$

Для того щоб знайти функцію $\varepsilon(z)$ для відомого потенціалу $V_{TM}(z)$ необхідно розв'язати останнє нелінійне диференціальне рівняння (26) з граничними умовами $\varepsilon(0)=\varepsilon_1$ і $d\varepsilon(z)/dz=0$ в $z=0$.

Для заданих $R_{TE}(\kappa)$ та $R_{TM}(\kappa)$ ОЗР числово розв'язано відносно функцій $V_{TE}(z)$ та $V_{TM}(z)$ з використанням системи інтегральних рівнянь (15). При цьому потенціал рівняння типу Шредінгера знайдено з тотожності $V(z)=(q(z))^2-dq(z)/dz$, яка визначає його зв'язок з потенціалом $q(z)$ у симетричній системі типу Дірака.

На рис. 12 наведено результати розв'язання ОЗР відносно діелектричної проникності для відомої кутової залежності коефіцієнта відбиття, що має форму смугозапираючого фільтра (суцільна лінія на рис. 13). Для підтвердження достовірності запропонованого підходу на рис. 13 (пунктирна та точкова лінії) наведено порівняння заданого коефіцієнта відбиття з коефіцієнтами відбиття двох синтезованих структур. Обчислення проведено для частоти коливань $5\,\text{ГГц}$ та $\varepsilon_1=1000$.

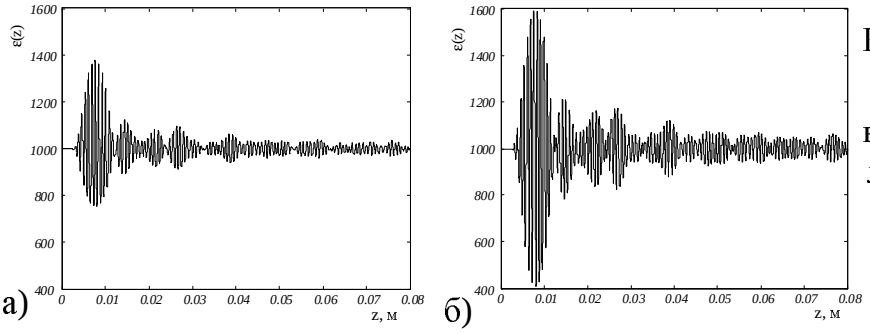


Рис. 12. Функції $\varepsilon(z)$, отримані розв'язанням ОЗР, для якої вихідними даними є кутова залежність коефіцієнта відбиття для ТМ-поляризації (а) і ТЕ-поляризації (б)

Варто зазначити, що для вихідних даних, заданих раціональною функцією, розв'язання системи інтегральних рівнянь можна звести до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, не використовуючи дискретизацію. В дисертації також показано можливість застосування запропонованого методу для синтезу діелектричного неоднорідного шару, де крім кутової залежності, задано параметри поверхонь розділу, що формують плоску границю між неоднорідним матеріалом структури та оточуючим середовищем. Отримані результати свідчать, що використання запропонованого підходу та апроксимації неперервних функцій кусково-постійними функціями дозволяють ефективно здійснювати синтез багатошарових структур на основі кутової залежності коефіцієнта відбиття.

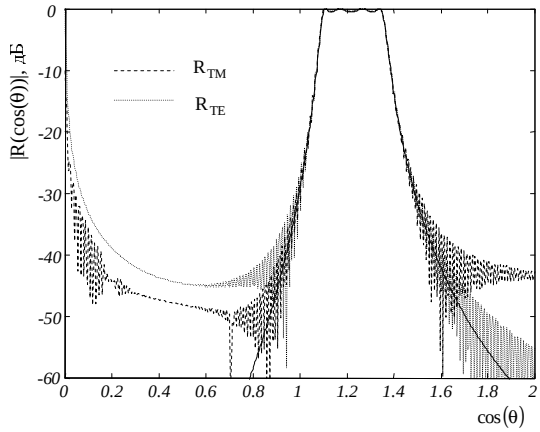


Рис. 13. Порівняння заданої функції коефіцієнту відбиття (суцільна лінія) з функціями коефіцієнта відбиття (пунктирна лінія – для ТМ-поляризації та точкова лінія – для ТЕ-поляризації) синтезованих структур з діелектричною проникністю на рис. 12.

Шостий розділ «Оцінювання границі контрастних розсіювачів в двовимірному випадку» присвячено розв'я-

занню двовимірної ОЗР. Розглянуто випадок (рис. 14) розсіювання плоских монохроматичних хвиль на циліндричній неоднорідності, в якій матеріальні параметри залежать лише від двох координат: $\varepsilon(x_1,x_2,x_3)=\varepsilon(x_1,x_2)$ та $\sigma(x_1,x_2,x_3)=\sigma(x_1,x_2)$. Введено припущення, що функція матеріальних параметрів є довільною, має розрив на границі розсіювача ∂D і прямує до постійних значень ε_0 та $\sigma=0$ на безмежності. Прийнято, що падаюча плоска хвиля E^i володіє лише складовою вектора напруженості $E^i(\mathbf{x})=E_3^i(\mathbf{x})=\exp\big(ik(\mathbf{x}\cdot\mathbf{d})\big)$, який співпадає з віссю середовища ($\mathbf{d}$ - напрям падіння плоскої хвилі на розсіювач). Тоді задача набуває скалярної форми. Розв'язок прямої задачі розсіювання у вигляді суми падаючої та розсіяної хвилі $E_3=E^i+E_3^s$ задовольняє рівнянням Максвела, приведено до вигляду

$$\Delta E_3+k^2n(x_1,x_2,0)E_3=0, \tag{27}$$

де $n=\varepsilon/\varepsilon_0$ - функція коефіцієнта заломлення, яка у втратному середовищі є комплекснозначною. Окрім того, на розв'язок накладається умова випромінювання на безмежності: $\lim\limits_{r\to\infty}\sqrt{r}\left(\partial E_3^s/\partial r-ikE_3^s\right)=0$, $r=\sqrt{\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}}$.

У частковому випадку, коли розсіювач D є ідеально провідним ($\sigma\to\infty$), розв'язок рівняння (27) задовольняє умові $E_3(\mathbf{x})=0$, для $\mathbf{x}\in\partial D$, і його шукають в області $\mathbf{x}\in\mathbb{R}^3\setminus D$. Асимптотику розв'язків рівняння (27) можна подати виразом

$$E_3^s(\mathbf{x})=\frac{\exp(ikr)}{r}E_3^\infty(\hat{\mathbf{x}},\mathbf{d})+O\left(\frac{1}{r^2}\right),\ r=|x|\to\infty, \tag{28}$$

де E_3^∞ - діаграма розсіювання для складової E_3 і $\hat{\mathbf{x}}=\mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ - напрям спостереження.

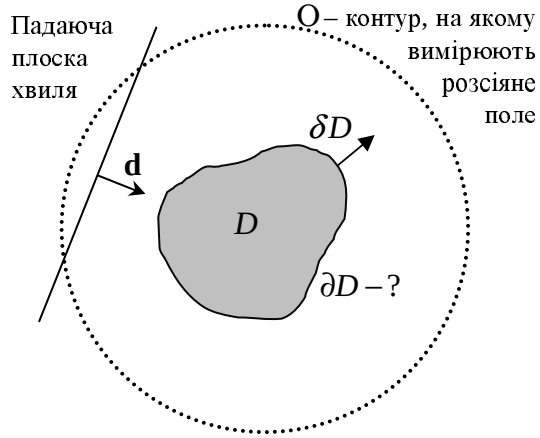


Рис. 14. Схема багатовимірної ОЗР

ОЗР формулюють для відомої діаграми розсіювання $E_3^\infty(\hat{\mathbf{x}},\mathbf{d})$ відносно невідомих параметрів розсіювача. Для контрастних об'єктів, електричні параметри яких істотно відрізняються від параметрів середовища розповсюдження, ОЗР трактують як задачу знаходження границі розсіювача ∂D за відомою діаграмою розсіювання $E_3^\infty(\hat{\mathbf{x}},\mathbf{d})$. Якщо функцію $E_3^\infty(\hat{\mathbf{x}},\mathbf{d})$ задано на фіксованій частоті, яка відповідає хвильовому числу $k=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, для всіх кутів падіння при $\mathbf{d}\in\mathbb{S}^1$ і всіх кутів спостереження при $\hat{\mathbf{x}}\in\mathbb{S}^1$, то ОЗР є перевизначеною. На відміну від розглянутих одновимірних випадків, конструктивного алгоритму, який дозволяє знайти границю розсіювача точно, не існує. Окрім того, актуальною є побудова методу, який дає можливість знайти розв'язки ОЗР для мінімально можливого об'єму вихідних даних, а саме - для випадків, коли розсіяне поле визначається в обмеженому діапазоні кутів спостереження та кутів падіння плоскої хвилі, а також у багаточастотному випадку.

В роботі розроблено єдину стратегію розв'язання ОЗР для різних вихідних даних. Така стратегія передбачає можливість математичного встановлення ІФ, які дають можливість ідентифікувати геометричне місце точок границі розсіювача для окремих випадків, де апріорно відомий тип розсіювача.

Застосування розробленої стратегії передбачає приведення вихідних даних для ОЗР до загальної наближеної моделі спостереження $u(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathrm{O}$, що має інтегральну форму:

$$u(\mathbf{x}) = \int_{\Pi} J(\mathbf{x}') G_0(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \upsilon, \ \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^2. \tag{29}$$

де Π - множина в $\mathbb{R}^2$, яка лежить всередині контура O; υ - похибка, яка є значно меншою від першого даданка у виразі; $J(\mathbf{x})$ - підінтегральна функція з класу функцій $\mathbf{D}$, $\left(J(\mathbf{x}) \in \mathbf{D}\right)$, які досягають максимуму в точках на границі розсіювача ∂D, окрім того, функція $J(\mathbf{x})$ заникає на контурі O.

Нехай вихідні дані ОЗР дозволяють побудувати перетворення $P_j : u(\mathbf{r}) \mapsto \tilde{u}_j(\mathbf{r})$, де функції $\tilde{u}_j(\mathbf{r})$ є множиною спостережень, які можна подати у вигляді моделі:

$$\tilde{u}_j(\mathbf{x}) = \int_{\Pi} J_j(\mathbf{x}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \upsilon_j, \ \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^2, \ j \in \mathbb{Z}. \tag{30}$$

При цьому функції $J_j(\mathbf{x})$ належать до такого ж класу $J_j(\mathbf{x}) \in \mathbf{D}$, що й функція $J(\mathbf{x})$. Тоді розв'язок ОЗР можна шукати у вигляді ІФ $\varphi(\mathbf{z})$, яка набуває максимального значення в точках на границі розсіювача і, відповідно, дає можливість зробити висновок про належність точки самплінгу $\mathbf{z}$ до границі розсіювача, чи до середовища.

Вводячи припущення про випадковий характер похибки υ_j, ІФ визначимо як математичне очікування, що усереднює квадрат скалярного добутку результату фільтрації за множиною реалізацій $j \in \mathbb{Z}$:

$$\varphi(\mathbf{z}) = \mathrm{E}\left|\left\langle H_{samp}(\mathbf{z}, \cdot), \tilde{u} \right\rangle\right|^2. \tag{31}$$

Тут E - оператор математичного очікування; $\langle \cdot, \cdot \rangle$ - скалярний добуток; $H_{samp}(\mathbf{z}, \cdot)$ - оператор лінійної фільтрації, або фільтр, який можна знайти з розв'язку задачі умовної мінімізації:

$$\begin{cases} H_{samp} = \arg\min\limits_{H} \mathrm{E}\left|\left\langle H(\mathbf{z}, \cdot), \tilde{u} \right\rangle\right|^2, \\ \left|\left\langle H(\mathbf{z}, \cdot), h(\cdot, \mathbf{z}) \right\rangle\right| = 1. \end{cases} \tag{32}$$

Функція $h(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ у формулі (32) є імпульсним відгуком фільтра, який побудований на основі наближеної моделі спостереження. Таку функцію можна визначити з виразу

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \int_{\mathbb{R}^2} \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{z}) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d\mathbf{x}', \tag{33}$$

де функцію $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ задано моделлю спостереження (30).

Вихідні дані для ОЗР у випадку розсіювання на ідеально-провідному розсіювачі невідомої форми можна подати у вигляді моделі (30) користуючись методом ідентифікації точкового джерела, побудованим за принципом максимізації відношення реакції фільтра на це джерело до реакції на випадкову складову. Частковим випадком моделі (30) є потенціал простого шару, в якому індекс j вказує напрям падіння плоскої хвилі. Тоді для встановлених коефіцієнтів моделі (30) задачу умовної мінімізації (32), яка дозволяє визначити ІФ, вдається розв'язати аналітично, використовуючи метод множників Лагранжа. Для запису розв'язку такої задачі запропоновано оператор $(Fg)(\hat{x}) := \int_{S^1} E_3^{\infty}(\hat{x}, d) g(d) dl(d), \hat{x} \in \mathbb{S}^1$.

Шукана ІФ для розв'язку ОЗР запропонованим методом має вигляд

$$\varphi_{pc}(\mathbf{z}) = \left\langle \psi_{\mathbf{z}}, \Phi_{\infty}(\cdot, \mathbf{z}) \right\rangle^{-1}, \tag{34}$$

де ψ_z – є регуляризованим розв'язком рівняння, записаного в операторній формі:

$$FF^{*}\psi_{\mathbf{z}} = \Phi_{\infty}(\cdot, \mathbf{z}). \tag{35}$$

Тут $\langle f, g \rangle = \int_{S^1} f(\hat{x}) g(\hat{x}) dl(\hat{x})$ - скалярний добуток, $\Phi_{\infty}(\cdot, \mathbf{z})$ - діаграма випромінювання точкового джерела, що знаходиться у точці $\mathbf{z}$.

Числове розв'язання ОЗР демонструє можливість точно ідентифікувати границю розсіювача при повністю заданих вихідних даних (рис. 15). Альтернативою до запропонованого методу є метод лінійного самплінгу, який вперше запропонували Д.Колтон та А.Кірхш, де основне рівняння встановлено евристично.

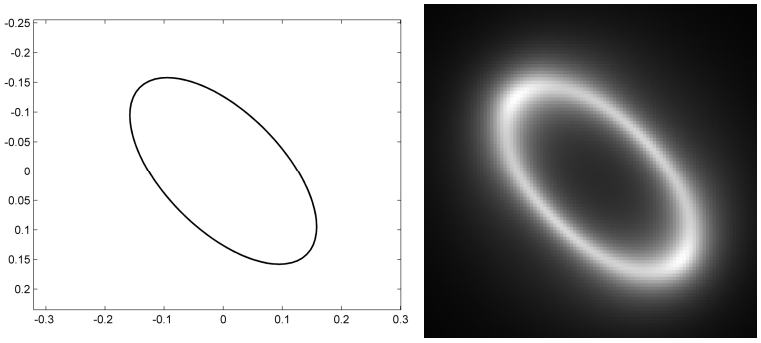


Рис. 15. Ідеально провідний циліндр та розв'язок ОЗР для заданої діаграми розсіювання на фіксованій частоті $f = 950$МГц для всіх кутів спостереження та всіх кутів падіння плоскої хвилі

У випадку розсіювання на діелектричних тілах зведення вихідних даних до моделі (30) вимагає іншого підходу. Розв'язання цієї задачі запропоновано здійснювати на основі наближення Борна:

$$E_3^{\infty}(\mathbf{k},\mathbf{l}) = \frac{K}{4\pi^2} \int_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2} \exp\left(i(\mathbf{k}-\mathbf{l}, \mathbf{y})\right) v(\mathbf{y}) d\mathbf{y} + o(1), \; k \to \infty, \tag{36}$$

де $v(\mathbf{x}) = k^2 - k^2 \varepsilon(\mathbf{x})/\varepsilon_0$ - потенціал двовимірного рівняння типу Шредінгера для фіксованої енергії; K - коефіцієнт; $\mathbf{l} = k\mathbf{d}$ та $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{x}}$ - вектори, що визначаються напрямом падіння та напрямом спостереження.

Функцію $E_3^{\infty}(\mathbf{k},\mathbf{l})$ для фіксованого значення k можна виразити іншою функцією $A(\mathbf{k}-\mathbf{l}) = A(\mathbf{p}) := E_3^{\infty}(\mathbf{k},\mathbf{l})$, де $\mathbf{p} \in B \subset \mathbb{R}^2$, $B := \left\{\mathbf{p} = (p_1, p_2) : p_1^2 + p_2^2 \le k^2\right\}$. Тоді вихідні дані $E_3^{\infty}(\mathbf{k},\mathbf{l})$ для ОЗР можна подати за допомогою моделі (30) у вигляді

$$\tilde{A}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\tau}) := T_{\boldsymbol{\tau}}\left(A(\mathbf{p})\right)(\mathbf{v}), \tag{37}$$

де $T_{\boldsymbol{\tau}}$ – оператор зсуву $\left(T_{\boldsymbol{\tau}} f(\mathbf{x})\right)(\mathbf{y}) := f(\mathbf{y}) = f(\mathbf{x}+\boldsymbol{\tau}) = f(x_1+\tau_1, x_2+\tau_2)$; $\mathbf{v}$ та $\boldsymbol{\tau}$ - вектори, областю визначення яких є квадрати $\mathbf{v} \in Q_1 \subset \mathbb{R}^2$, $Q_1 := \left\{-a \le (v_1, v_2) \le a,\right\}$ та $\boldsymbol{\tau} \in Q_2 \subset \mathbb{R}^2$, $Q_2 := \left\{-b \le (\tau_1, \tau_2) \le b\right\}$; при цьому a і $b := \left(\sqrt{2}k/2 - a\right)$ - фіксовані скалярні величини.

Для вихідних даних, поданих моделлю (37), розв'язання задачі умовної мінімізації (32), зводиться до знаходження розв'язку рівняння відносно функції $\phi_{\mathbf{z}}$, яке в операторній формі можна записати як

$$SS^{*}\phi_{\mathbf{z}} = \Psi, \tag{38}$$

де S та S^{*} - оператори, які записано через функцію $\tilde{A}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\tau})$ у вигляді

$$(Sf)(\mathbf{v}) := \iint_{Q_2} \tilde{A}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\tau}) f(\boldsymbol{\tau}) ds(\boldsymbol{\tau}) \text{ та } \left(S^{*} g\right)(\mathbf{v}) := \iint_{Q_1} \overline{\tilde{A}}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\tau}) g(\mathbf{v}) ds(\mathbf{v}). \tag{39}$$

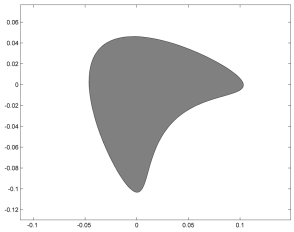
ІФ визначено за допомогою скалярного добутку $\langle f, g \rangle_{2D} = \iint_{Q_1} f(\mathbf{v}) \overline{g}(\mathbf{v}) ds(\mathbf{v})$:

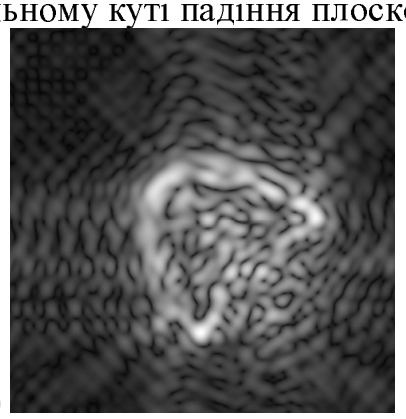
$$\varphi_{pen}(\mathbf{z}) = \langle \phi_{\mathbf{z}}, \Psi \rangle_{2D}^{-1}, \tag{40}$$

де $\Psi := \exp(ik(\mathbf{z},\mathbf{v}))/(4\pi^2)$; $g_{\mathbf{z}} := g(\mathbf{z},\mathbf{w})$ для $\mathbf{w} \in Q_1 \subset \mathbb{R}^2$.

Як і у випадку ідеально-провідного розсіювача, для проникного об'єкта розв'язання ОЗР зводиться до знаходження регуляризованого розв'язку інтегрального рівняння та визначення ІФ для кожної точки самплінгу $\mathbf{z} = (x_1, x_2)$. Враховуючи перевизначений характер ОЗР для множини частот, запропонований підхід демонструє прийнятні результати ідентифікації розсіювачів для частково заданих вихідних даних і для випадків з обмеженою апертурою.

Результати числового розв'язку ОЗР для проникного розсіювача з відносною проникністю $\varepsilon/\varepsilon_0 = 3$ наведено на рис. 16 та рис. 17. На рис. 17.б видно істотне підвищення ефективності розв'язку ОЗР запропонованим методом порівняно з розв'язком (рис. 17.а), який отримано на основі наближення Борна (36) за допомогою дискретного перетворення Фур'є. Це означає, що загальна вартість візуалізації на основі моностатичного принципу вимірювання одним приймачам, суміщеним з випромінювачем, та запропонований метод самплінгу є набагато меншою порівняно з випадком для фіксованої частоти, де реєстрація даних повинна забезпечуватися суцільною апертурою при довільному куті падіння плоскої хвилі.


а)


б)

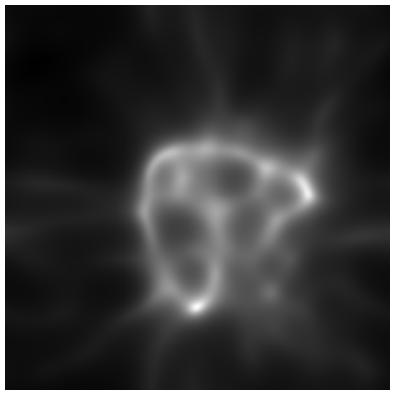
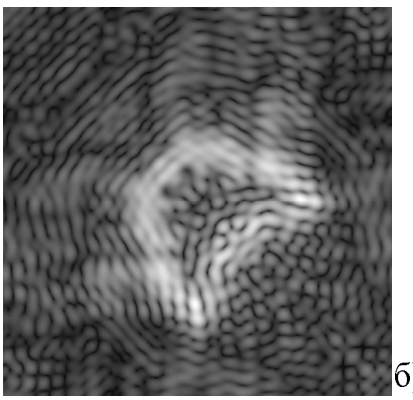

в)

Рис. 16. Діелектричний розсіювач (а) і результати його реконструкції для вихідних даних, заданих для повної апертури на фіксованій частоті $f = \omega/2\pi = 1ГГц$ та отриманих на основі наближення Борна (б) і запропонованого методу (в)

Наведені результати підтверджують те, що розвинута та обґрунтована стратегія дає змогу створювати ефективні методи визначення форми ідеально провідних циліндрів і проникних діелектричних об'єктів за розподілом розсіяного поля.


а)

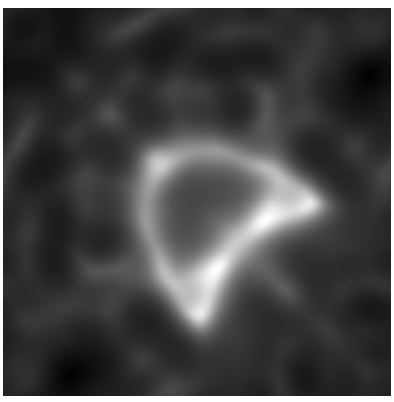

б)

Рис. 17. Результати реконструкції проникного розсіювача (рис. 16.а) при моностатичному принципі вимірювань у частотному діапазоні від 22МГц до 1ГГц, отримані на основі наближення Борна (а) та запропонованим методом (б)

У **сьомому розділі** роботи «Оцінювання параметрів дискретних скінченовимірних моделей розсіювання» розглянуто різні часткові випадки, де застосування роз-

винутої моделі дає можливість побудувати ефективні методи оцінювання параметрів неоднорідних середовищ та точкових включень за розподілом розсіяного поля. Такий підхід дозволив з єдиних позицій розглянути задачі, які зводяться до ідентифікації параметрів плоских багатошарових структур та локалізації просторово-розподілених точкових джерел вторинного електромагнітного випромінювання. Зокрема, багаточастотному вимірюванню, яке використовують у неруйнівному контролі багатошарових структур, а також для реєстрації електромагнітного поля в лінійній та радіальній антенних решітках від точкових джерел, поставлено у відповідність дискретну одновимірну модель спостереження. Така модель є частковим випадком запропонованої моделі (29) та (30), для якої величини, що спостерігаються, можна подати у вигляді

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}(\mathbf{w})\mathbf{s} + \mathbf{n}, \qquad (41)$$

де $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{P\times 1}$ - вектор-стовпець комплексних значень детермінованих величин; $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ - вектор-стовпець значень реалізації випадкової складової.

В роботі розглянуто випадки, коли матриця $\mathbf{V}(\mathbf{w}) \in \mathbb{C}^{P\times N}$ має структуру матриці Вандермонда з експоненціальними коефіцієнтами $\mathbf{V}(\mathbf{w}) = [\mathbf{v}(\omega_1)\,|\,\mathbf{v}(\omega_2)\,|\,\mathbf{v}(\omega_3)\,|\cdots|\,\mathbf{v}(\omega_P)]$. Тут $\mathbf{v}(\omega_1) = \left[e^{-i\omega_1\Delta}\,|\,e^{-2i\omega_1\Delta}\,|\cdots|\,e^{-iN\omega_1\Delta}\right]^T$ - позначення операції транспонування, Δ - дійсна стала, яка залежить від формулювання дискретної задачі.

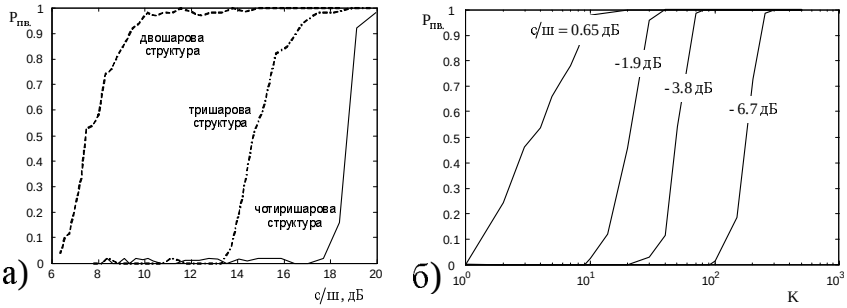
Необхідною умовою застосування запропонованого підходу до оцінювання параметрів є подання моделі (41) у вигляді множини спостережень $\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{V}(\mathbf{w})\tilde{\mathbf{s}}_j + \mathbf{n}_j$, $j \in \mathbb{Z}$. У такому вигляді задачу оцінювання формулюють відносно невідомих векторних параметрів $\hat{\mathbf{w}} = [\hat{\omega}_1\,|\,\hat{\omega}_2\,|\,\hat{\omega}_3\cdots\hat{\omega}_P]^T$ та $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{P\times 1}$, а також значення P порядку моделі, яке слід встановити за вхідними даними $\mathbf{y}$. Оцінювання вектора параметрів $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \cdots \omega_P$ побудовано на основі знайденої ІФ, а вектора $\mathbf{s}$ - методом найменших квадратів, який зводиться до обертання матриці.

В роботі продемонстровано, що запропонований підхід до оцінювання параметрів суми комплексних експонент (10) за дискретно заданими вихідними даними на множині частот з фіксованим кроком, дозволив покращити точність визначення параметрів багатошарових структур за результатами вимірювань в умовах малих відношень «сигнал/шум» та істотно підвищити роздільну здатність ідентифікації поверхонь розділу, якщо вихідні дані задані у скінченій смузі частот. Такий ефект досягнуто за рахунок оцінювання параметрів скінчених сум та розробленими методами обчислення діелектричної проникності та товщини шарів для різних формулювань ОЗР.

Підхід до оцінювання параметрів $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \cdots \omega_D$ в моделі (41) можна безпосередньо застосувати до оцінювання кутів приходу плоских хвиль від скінченої кількості точкових джерел електромагнітного поля, що реєструється лінійною або радіальною антенними решітками. Кути приходу когерентних хвиль можна визначити за максимумами ІФ.

Окремо розглянуто задачу статичного оцінювання порядку моделі (41), що визначається кількістю шарів багатошарової структури в одновимірній ОЗР, та задачу оцінювання кількості точкових розсіювачів при встановленні їх просторового розташування. Імовірнісні характеристики правильної ідентифікації кількості шарів та кількості точкових джерел у багатошарових структурах наведено на рис. 18.а для різ-

них умов вимірювання коефіцієнтів відбиття та проходження. На рис. 18.б подано імовірнісні характеристики в задачі оцінювання кількості просторово рознесених джерел електромагнітного поля, плоскі хвилі від яких реєструють лінійною антенною решіткою.



а) б)

Рис. 18. Імовірнісні характеристики для задачі оцінювання кількості: шарів у багатошаровій структурі (а); просторово-рознесених когерентних джерел (б)

У роботі також розглянуто практично важливий випадок, який зводиться до задачі оцінювання кута приходу плоскої хвилі на антенну решітку (рис. 19) за умови двопроменевого розповсюдження хвиль від джерела, яке знаходиться над плоскою провідною поверхнею. При реєстрації поля чотириелементною лінійною антенною решіткою знайдено аналітичний розв'язок такої задачі, що дозволяє здійснювати просторову обробку прийнятих сигналів. Математичне моделювання процесів розповсюдження та обробка запропонованим методом підтверджують ефективність отриманого розв'язку. Такий же висновок можна зробити на основі порівняння теоретичних результатів із результатами, отриманими на основі експериментальної реєстрації поля від джерела випромінювання над плоскою поверхнею (рис. 20).

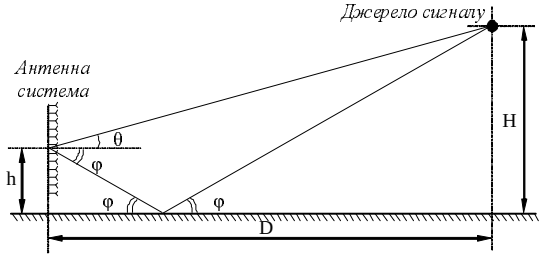
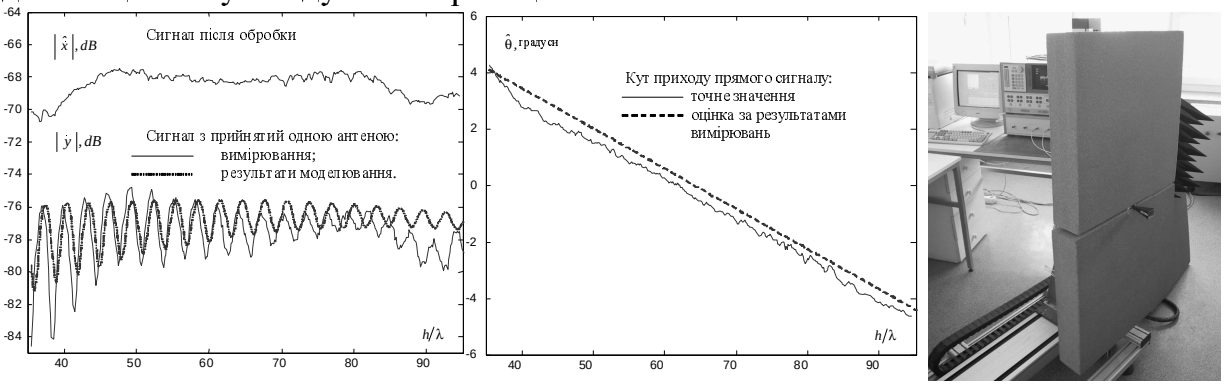


Рис. 19. Прийом сигналу від джерела випромінювання при двопроменевій моделі розповсюдження

У **восьмому розділі** «Погодження зображень та реєстрація переміщень у тривимірному просторі» розвинуто метод розв'язання задачі про встановлення 3D переміщень елементів поверхні об'єкта при його деформації. Така задача виникає при дослідженні реакції на навантаження елементів конструкцій у матеріалознавстві та в дистанційному зондуванні при оцінюванні стабільності схилів.



а) б) в)

Рис. 20. Теоретичні та експериментальні залежності амплітуди сигналів (а) та оцінок кута на джерело випромінювання (б) від висоти розташування синтезованої антенної решітки над розсіювальною поверхнею та експериментальне обладнання (в)

На відміну від мікрохвильових радіохвиль, в оптичному діапазоні встановлення форми непроникного розсіювача базується на прямолінійній моделі розповсюдження хвиль у однорідному середовищі та дифузній моделі розсіювання. Воно зводиться до задачі реконструкції поверхні у тривимірному просторі за проекціями. Процедура реконструкції полягає у визначенні точки перетину променів, проведених з оптичних центрів камер через відповідні точки на стерео-проекціях. Отже, встановлення відповідності між точками на двох проекціях та обчислення відстані між базою камер та точкою на поверхні об'єкту є задачею, еквівалентною до відновлення фазових співвідношень при реєстрації амплітуди розсіяного поля рознесеними приймачами. Така задача є некоректною і вимагає регуляризації розв'язку, яку реалізовано через впровадження моделі анізотропної дифузії, що описує переміщення поверхні у тривимірному просторі.

Як відомо, достатньою умовою тривимірної реконструкції є наявність двох сфокусованих зображень I' та I'' об'єкта, зареєстрованих з різних позицій каліброваною камерою в оптичному діапазоні хвиль. З іншої сторони, для встановлення переміщення елемента поверхні, спричиненого деформацією, необхідно володіти інформацією про стан об'єкта до та після прикладення до нього навантаження, а саме в моменти часу t_1 та t_2.

Нехай, $\mathbf{m}(t_1)=\left[m'(t_1),m''(t_1)\right]\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ є матриця, що містить координати точок на екранах (зображення I'_{t_1} та I''_{t_1}) двох камер, які відображають точку M поверхні об'єкта з координатами $\mathbf{M}(t_1)\in\mathbb{R}^3$ у момент часу t_1. В момент часу t_2 ця ж точка має координати $\mathbf{M}(t_2)\in\mathbb{R}^3$. Її проекції на екрани двох камер (зображення I'_{t_2} та I''_{t_2}) мають нові значення координат $\mathbf{m}(t_2)=\left[m'(t_2),m''(t_2)\right]\in\mathbb{R}^{2\times 2}$. Шукане значення вектора переміщення точки внаслідок деформації поверхні у тривимірному просторі визначає різниця координат цієї точки перед та після деформації: $\mathbf{T}=\mathbf{M}(t_2)-\mathbf{M}(t_1)$. Отже, вихідними даними в досліджуваній задачі є значення координат m' та m'' відображення точки M на екранах камер перед та після деформації.

Якщо оптична стереосистема, яка реєструє деформацію об'єкта, має незмінні параметри, процес тривимірної реконструкції можна описати абстрактними операторами $\mathbf{S}_1,\mathbf{S}_2:\mathbb{R}^{2\times 2}\to\mathbb{R}^3$, так що $\mathbf{M}(t_1)=\mathbf{S}_1\{\mathbf{m}(t_1)\}$ та $\mathbf{M}(t_2)=\mathbf{S}_2\{\mathbf{m}(t_2)\}$. Оскільки за умовою задачі точка M належить поверхні об'єкта перед та після його деформації, то існує взаємозв'язок між координатами точок $\mathbf{m}(t_1)$ та $\mathbf{m}(t_2)$ відображення точки M. Цей зв'язок визначає оператор $\mathbf{G}:\mathbb{R}^{2\times 2}\to\mathbb{R}^{2\times 2}$, для якого $\mathbf{m}(t_2)=\mathbf{G}\{\mathbf{m}(t_1)\}$.

Саме оператори $\mathbf{S}_1,\mathbf{S}_2$ та $\mathbf{G}$ необхідно встановити обчислення шуканого вектора переміщення $\mathbf{T}$ для всіх точок поверхні. Очевидно, що вирази для таких операторів у явній формі знайти неможливо. Тому оператори $\mathbf{S}_1$ та $\mathbf{S}_2$ реалізовано у вигляді процедури реконструкції за стереозображеннями. Встановлення оператора $\mathbf{G}$ є задачею ПЗ, яка полягає у встановлені функцій відмінності $\mathbf{h}'=[u',v']^T$ та $\mathbf{h}''=[u'',v'']^T$ для кожної з камер. Означення таких функції можна подати у вигляді:

$$I'_{t_1}(x,y)=I'_{t_2}\left(x-u'\{x,y\},y-v'\{x,y\}\right)\text{ і }I''_{t_1}(x,y)=I''_{t_2}\left(x-u''\{x,y\},y-v''\{x,y\}\right),\qquad(42)$$

де x та y є елементами векторів $m=[x,y]^T$.

У цьому випадку ПЗ зведено до мінімізації функціоналу $\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\mathbf{h}} E(\mathbf{h})$, який визначає ступінь відмінності зображень при заданих регуляризаційних обмеженнях:

$$E(\mathbf{h}) = \iint_{\Omega} C(I_1, I_2, \mathbf{h})\, dxdy + \chi \iint_{\Omega} \Phi(\nabla I_1, D\mathbf{h})\, dxdy, \qquad (43)$$

де Ω - область визначення функцій I_1 та I_2; ∇ - оператор градієнта; C - функція втрат; χ - коефіцієнт регуляризації; $\Phi(\cdot,\cdot)$ - функція, що визначає характер апріорних даних; $D\mathbf{h}$ - якобіан.

Тут функцію втрат C задано через нормалізовану величину взаємокореляції для околу $x, y \in \Omega_o$ точки (x_o, y_o) функції $I_1(x,y)$, а також околу Ω_o іншої функції $I_2(x+u, y+v)$. Форма регуляризуючого доданку у виразі (43) визначається моделлю анізотропної дифузії. Числовий розв'язок задачі ПЗ, що отримано приведенням вихідної задачі до системи рівнянь Ейлера-Лагранжа, у поєднанні з методом тривимірної реконструкції дав можливість створити процедуру безконтактної реєстрації тривимірних переміщень поверхні об'єктів, які деформуються внаслідок прикладених навантажень. Ефективність розвинутого підходу підтверджено експериментально. Для взірця (рис. 21) знайдено розподіл переміщень точок (рис. 22) його поверхні.

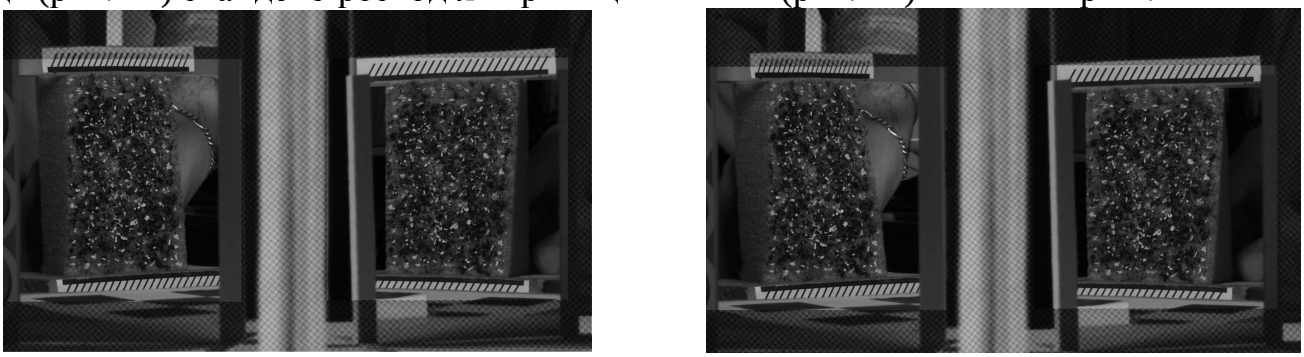
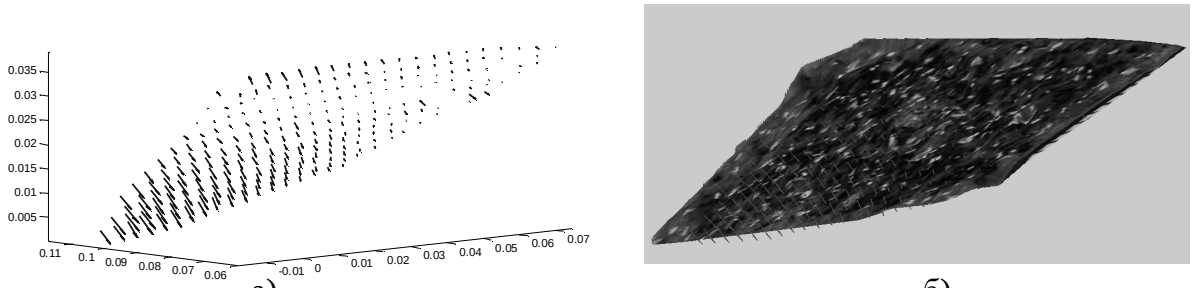


Рис. 21. Приклади стереозображень, зафіксованих на різних етапах деформації крученням тестового об'єкта



а) б)

Рис. 22. Векторна форма розподілу переміщень елементів поверхні: без (а) та з відображенням реконструйованої поверхні (б)

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертації розвинуто математичні моделі опису взаємодії електромагнітного поля з неоднорідними середовищами та вирішено науково-прикладну проблему підвищення ефективності оцінювання параметрів таких середовищ в одновимірному та двовимірному випадках за відомими даними розсіювання. Це складає вагомий внесок у розвиток теорії обернених задач електродинаміки і має важливе прикладне значення для вирішення задач неруйнівного контролю в різних галузях машинобудування, зокрема в будівництві, суднобудуванні, аерокосмічній галузі та для здійснен-

ня підповерхневого зондування неоднорідних середовищ у геології та археології. При цьому отримано такі наукові та практичні результати.

1. Проаналізовано сучасний стан теорії розсіювання електромагнітних хвиль та теорії розв'язання ОЗР як найбільш обґрунтованого підходу до непрямого оцінювання параметрів неоднорідних середових. Огляд показав, що побудові моделей та методів встановлення параметрів неоднорідних середовищ з неперервною зміною матеріальних параметрів та контрастними включеннями, приділялося недостатньо уваги. Саме таким моделям відповідають більшість реальних об'єктів дослідження в неруйнівному контролі та дистанційному зондуванні. Відмінності математичного формулювання задачі розсіювання на контрастних включеннях від формулювання задачі розсіювання у середовищах з неперервно-змінними електричними параметрами істотно ускладнюють знаходження оцінок параметрів таких середовищ за розсіяним полем. Відповідно питання побудови моделей, які є зручними для створення нових методів знаходження параметрів за розсіяним полем, є актуальною проблемою.

2. Показано, що моделі у вигляді рівняння типу Шредінгера та рівняння типу Дірака можуть адекватно описувати процеси розсіювання електромагнітних хвиль, дозволяють проводити аналіз на предмет єдиності розв'язку ОЗР та будувати конструктивні методи їх розв'язання для різних формулювань. Для цього встановлено залежності, які дають можливість виразити потенціали в рівняннях типу Шредінгера та типу Дірака через функції діелектричної проникності за умови ідентичності асимптотичної поведінки розв'язків цих рівнянь та розв'язків рівнянь Максвела для різних випадків, де відбувається взаємодія електромагнітного поля з неоднорідним середовищем, в якого параметри змінюються вздовж однієї координати. Окрім того, розроблений підхід, який полягає у приведені вихідних даних ОЗР до моделей у вигляді розв'язків Йоста для відповідних рівнянь, що в свою чергу дає змогу у одновимірному випадку коректно враховувати наявність розривів в функціях матеріальних параметрів кусково-неперевного неоднорідного середовища, які мають місце на поверхнях розділу. Такий підхід дає можливість знаходити оцінки параметрів середовищ, оперуючи скінченими тригонометричними сумами, та скористатися аналітичними властивостями розв'язків Йоста в електродинамічному формулюванні ОЗР. В результаті досягнуто зменшення середньоквадратичної похибки оцінювання у порівнянні з відомим методом у 1.4 разів.

3. Розроблений метод числового розв'язання інтегрального рівняння Вольтерри другого роду, до якого приведено одновимірну ОЗР з метою обчислення функції розсіюючого потенціалу в моделі у вигляді рівняння типу Дірака, що в свою чергу, дозволяє знайти розподіл електричних параметрів досліджуваного середовища за відомою МР при нормальному падінні плоскої хвилі. Показано, що точність такого підходу є на 8 відсотків вищою від відомих методів, а обчислювальна складність є істотно меншою за рахунок рекурентного способу знаходження оберненої матриці. Окрім того, показано, що з асимптотичної поведінки коефіцієнтів МР у високочастотній області можна встановити параметри поверхонь розділу для середовищ із кусково-неперервними функціями параметрів. Середньоквадратична похибка такого методу в порівнянні з методом, що не враховує високочастотну асимптотику коефіцієнта відбиття менша в 7.6 раз. Вперше розроблено також метод синтезу плоскошаруватих неоднорідних діелектричних структур за заданою кутовою залежністю коефіцієнта

відбиття, що дає можливість створювати плоскі діаграмо-формуючі поверхні антенних систем.

4. Розвинуто підхід до розв'язання ОЗР, в яких вихідні дані задано абсолютним значенням частотозалежних коефіцієнтів МР та окреслено умови знаходження однозначного розв'язку такої задачі. Встановлено випадки, в яких ця задача має скінчену кількість розв'язків. Такий підхід базується на реконструкції комплексно-значних коефіцієнтів у розв'язках Йоста за неповними вихідними даними та дає змогу здійснювати оцінку параметрів ПШС без застосування коштовних когерентних квадратурних детекторів для здійснення вимірювань.

5. Створено та обґрунтовано підхід, який полягає у приведенні ОЗР до задачі Гільберта-Рімана, що вперше з єдиних позицій дозволив розв'язувати обернену спектральну задачу для сферично-симетричного радіального середовища за заданою множиною ТВЗ, довести теорему про існування єдиного розв'язку такої задачі, а також створити метод встановлення параметрів багатошарових структур за заданим коефіцієнтом відбиття у випадку повного відбиття хвиль від плоского екрану, який обмежує шарувату структуру. Такий підхід ґрунтується на аналітичних властивостях розв'язків Йоста, які використано як модель опису взаємодії електромагнітних хвиль із шаруватим середовищем. Відмінності нового підходу від відомих дають можливість застосувати його для неруйнівного контролю ізолюючих та захисних покривів у випадку, коли вихідні дані задано у скінченій смузі частот та дає можливість здійснювати оцінювання параметрів з середньоквадратичною похибкою, що в 11.4 раз є меншою у порівнянні з відомим методом.

6. Розвинуто модель процесу спостереження, яка описує електромагнітне поле, що є наслідком дифракції хвиль на контрастних розсіювачах, та має форму множини інтегральних перетворень від функцій з виділеними випадковими та детермінованими параметрами. Така форма дає змогу розглядати вихідні дані ОЗР як реалізації випадкового процесу та будувати оцінки детермінованих параметрів, що характеризують форму розсіювача, використовуючи принципи усереднення. Вірогідність такого підходу до опису розсіяного поля полягає у тому, що при граничному переході обґрунтована модель стає повністю детермінованою та відповідає відомим розв'язкам прямої задачі розсіювання.

Розроблено конструктивний підхід до побудови ІФ, яка має властивість досягати максимуму на границі розділу середовищ. Це дало можливість створити різні методи розв'язання ОЗР залежно від характеру вихідних даних та апріорних даних про розсіювач. На відміну від відомих методів, які за значеннями розсіяного поля встановлюють область, що займає розсіювач, розроблений підхід дозволяє ідентифікувати лише границю розсіювача. У поєднанні з розвинутими процедурами приведення вихідних даних до запропонованої моделі, створені методи розв'язання ОЗР демонструють високу роздільну здатність як для випадків вихідних даних на фіксованій частоті для всіх кутів спостереження, так і для моностатичних вихідних даних, заданих на множині частот. Створені згідно з розробленим підходом методи володіють властивістю мінімізувати відгук лінійного просторового фільтра від розсіювачів, які знаходяться поза точкою, що аналізується.

7. Встановлено, що у часткових випадках дискретних моделей розсіювання важливою є оцінка порядку моделі, яка відповідає кількості розсіювачів, або визначається кількістю поверхонь розділу шаруватого середовища. Показано, що високої то-

чності розв'язання ОЗР для дискретних моделей можна досягнути за умови, коли порядок моделі є відомим. Це стосується оцінки координат точкових розсіювачів, а також оцінки коефіцієнтів тригонометричних сум у розв'язках Йоста при аналізі ПШС. Для цього розв'язано задачу оцінки порядку дискретної моделі, яка зводиться до оптимізаційної задачі для функції з одним екстремумом, яку побудовано, виходячи з властивостей коваріаційної матиці спостережень. Показано, що для оцінювання кутів приходу плоских хвиль від двох джерел випромінювання можна встановити аналітичний розв'язок, який дозволяє зменшити ефект двопроменевого розповсюдження хвилі при реєстрації сигналів чотириелементною приймальною антенною від джерела електромагнітного поля, розташованого над плоскою розсіювальною поверхнею. Достовірність теоретичних положень перевірено експериментально.

8. Розвинуто метод розв'язання оберненої задачі для встановлення поля переміщень поверхні об'єкта, що деформується під дією навантажень, за фіксованими його проекціями в різні моменти часу. Регуляризований розв'язок задачі щільного ПЗ при цьому отримано шляхом параметризації, яка відповідає моделі анізотропної дифузії. Новизна результату полягає у тому, що три ортогональні проекції векторного поля переміщення вдається обчислити за стерео-зображеннями без використання складної когерентної оптичної системи. Достовірність отриманих результатів підтверджено експериментально.

Отримані в дисертації результати можуть бути використані при створенні пристроїв обробки виміряних даних у системах дистанційного зондування та у засобах неруйнівного контролю. Знайдені умови існування розв'язку ОЗР та точності характеристики оцінювання параметрів неоднорідних середовищ можуть служити критеріями вибору структури таких вимірювальних систем та планування вимірювань. Узагальнені результати щодо вибору моделей та підходів до розв'язання обернених задач є вагомим теоретичним результатом, а відтак їх можна використати у навчальному процесі при підготовці курсів «математичне моделювання», «числовий аналіз», «методи математичної фізики», «радіотехнічні систем та комплекси», «методи неруйнівного контролю» і інших.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Назарчук З. Т. Виявлення підповерхневих неоднорідностей у діелектричних матеріалах радіохвильовим надвисокочастотним методом / З. Т. Назарчук, В. Р. Джала, А. Т. Синявський // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2013. – Т. 49, № 4. - С. 7-22.
2. Nazarchuk Z. T. Reconstruction of the impedance Schrödinger equation from the modulus of the reflection coefficients / Z. T. Nazarchuk, R. O. Hryniv, A. T. Synyavskyy // Wave motion. – 2012. – V. 49, Is. 8. – P. 719–736.
3. Назарчук З. Т. Наближений розв'язок оберненої задачі розсіювання для плоскої діелектричної структури з ідеально провідною основою / З. Т. Назарчук, А. Т. Синявський // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2012. – Т. 55, № 1. – С. 168-178.
4. Назарчук З. Т. Розв'язання оберненої задачі проходження нормально падаючої електромагнітної хвилі крізь шарувату діелектричну структуру / З. Т. Назарчук,

Р. О. Гринів, А. Т. Синявський // Радиофизика и радиоастрономия. – 2011. – Т. 16, № 3. - С. 269-281.

5. Назарчук З. Т. Апроксимація розв’язку оберненої задачі розсіювання електромагнітних хвиль на плоских діелектриках / З. Т. Назарчук, А. Т. Синявський // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2011. – Т. 47, № 1. - С. 7-17.
6. Назарчук З. Т. Розв'язання оберненої задачі дифракції через реконструкцію матриці розсіювання в обмеженому частотному діапазоні / З. Т. Назарчук, А. Т. Синявський // Доповіді Національної академії наук України. Математика, природознавство, технічні науки. - 2010. - № 10. - С. 61-67.
7. Назарчук З. Т. Визначення характеристик шаруватої структури за реконструйованою з коефіцієнтів відбиття матрицею розсіювання / З. Т. Назарчук, А. Т. Синявський // Радиофизика и радиоастрономия. – 2010. – Т. 15, № 3. - С. 295-313.
8. Синявський А. Т. Числовий розв’язок одновимірної зворотної задачі розсіювання електромагнітних хвиль на основі рівняння Захарова-Шабата / А. Т. Синявський // Відбір і обробка інформації. – 2009. - Вип. 30(106). - С. 5-12.
9. Synyavskyy A. T. High-resolution recovering of discontinuities of permittivity profile from band-limited reflection measurements / A. T. Synyavskyy, M. Shahin // Відбір і обробка інформації. – 2009. – Вип. 29(105). - С. 10-20.
10. Синявський А. Т. Реєстрація просторових переміщень поверхні під час деформації макрооб’єктів / А. Т. Синявський, Б. П. Русин, Ю. В. Обух // Відбір і обробка інформації. – 2008. – Вип. 28(104). - С. 67-75.
11. Synyavskyy A. T. Spectral analysis in problems of electromagnetic sources detection and multilayer structures identification / A. T. Synyavskyy, V. P. Antonyuk, M. V. Lobur, Ye. I. Klepfer // Radioelektronika i informatika. - 2008. - № 4. - P. 50-56.
12. Синявський А. Т. Визначення розподілу поверхневих переміщень на основі варіаційного підходу до обробки послідовності зображень / А. Т. Синявський, Б. П. Русин, Л. Я. Іваницький // Відбір і обробка інформації. – 2006. - Вип. 24(100). - С. 91-98.
13. Синявський А. Т. Ідентифікація плоскої структури з неперервним профілем діелектричної проникності за кутовою залежністю її коефіцієнта відбиття / А. Т. Синявський, Ю. Модельський // Радіоелектроніка та телекомунікації. - 2006. - № 557. - С. 127-134.
14. Синявський А. Т. Метод просторової фільтрації сигналу від джерела випромінювання розташованого над розсіюючою поверхнею / А. Т. Синявський, В. П. Антонюк, В. Г. Грек, М. В. Лобур, Є. І. Клепфер // Радіоелектроніка і інформатика. - 2006. - № 1. - С. 16-20.
15. Синявський А. Т. Реалізація методу реконструкції мікроструктури поверхні за її стереозображенням з оптичних камер / А. Т. Синявський, Б. П. Русин // Радіоелектроніка і інформатика. - 2005. - № 2. - С. 112-118.
16. Синявський А. Т. Оцінка можливості розв’язання зворотньої задачі дифракції аналітичними методами / А. Т. Синявський, Є. М. Ящишин, Дж. Модельський // Комп’ютерні системи проектування. Теорія і практика. - 2003. - № 471. - С. 125-135.
17. Прудиус І. Н. Моделювання процесів формування радіолокаційних портретів методом моментів з використанням Wavelet-функцій / І. Н. Прудиус, Й. А. Захарія, А. Т. Синявський // Радиотехника. – 2002. – Вып. 130. - С. 90-96.

18. Прудиус І. Н. Дослідження кореляційних властивостей багатофазних послідовностей максимальної довжини / І. Н. Прудиус, В.-М. В. Міських, А. Т. Синявський // Моделювання та інформаційні технології. – 2002. - № 14. - С. 188-196.
19. Прудиус І. Н. Перетворення функцій розподілу випадкових величин в задачах нелінійної обробки зображень / І. Н. Прудиус, А. Т. Синявський // Радіоелектроніка та телекомунікації. - 2002. - № 440. - С. 83-93.
20. Synyavskyy A. Wavelet-based MAP image denoising using provably better class of stochastic I.I.D. image models / A. Synyavskyy, S. Voloshynovskiy, I. Prudyus // Facta Universitatis series: Electronics and energetics. – 2001. - V. 14. No. 3. - P. 375-385.
21. Прудиус І. Н. Статистичні властивості зображень, сформованих когерентними радіолокаційними системами / І. Н. Прудиус, А. Т. Синявський // Радіоелектроніка та телекомунікації. - 2001. - № 428. – С. 90-98.
22. Prudyus I. N. Generalized radar/radiometry imaging problems / I. N. Prudyus, S. V. Voloshynovskiy, A. T. Synyavskyy, T. S. Holotyak, L. V. Lazko // Journal of Telecommunications and Information Technology. – 2001. – No 4 (1). – P. 15-20.
23. Прудиус І. Н. Побудова дальнісного профілю радіолокаційних зображень на основі локально-інваріантного підходу / І. Н. Прудиус, А. Т. Синявський, Л.В. Лазько // Електроенергетичні та електромеханічні системи. - 2001. - № 418. - С. 147-153.
24. Варецкий Я. Ю. Разработка средств классификации растительности по высоте по данных лазерного отражения в среде AutoCAD / Я. Ю. Варецкий, А. Т. Синявский, Ю. В. Обух, Ю. И. Грыцкив // ГеоИнжиниринг. - 2008. - № 1(5). - С. 27-33.
25. Nazarchuk Z. A method of inverse scattering problem solution for penetrable objects using back-scattering data / Z. Nazarchuk, M. Shahin, R. Hryniv, A. Synyavskyy // Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015): International Seminar/Workshop, 21-24 September 2015 : proc. – Lviv : Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, 2015. - P. 23-26.
26. Назарчук З. Т. Метод розв'язання обернених електродинамічних задач розсіювання для ідентифікації точок границі розсіювачів / З. Т. Назарчук, Р. О. Гринів, А. Т. Синявський // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики (APAMCS-2015): всеукраїнська наукова конференція, 24-25 вересня 2015 р. – праці конференції: - Львів : Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2015. - С. 233-236.
27. Nazarchuk Z. T. A new sampling method for an inverse scattering problem solution through Born approximation and high-resolution spectral analysis / Z. T. Nazarchuk, A. T. Synyavskyy, M. Shahin // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: науково-технічна конференція, 25-26 вересня 2014 р.: збірник праць. – Львів : ФМІ ім. Г.В.Карпенка НАН України, 2014. – С. 135-138.
28. Synyavskyy A. On the solvability of inverse transmission eigen-values problem for wave equation with a spherically-symmetric piecewise-constant wave speed / A. Synyavskyy // Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2013): International Seminar/Workshop, 23-26 september 2013: proc. – Lviv : Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, 2013. - P. 250-253.
29. Джала В. Р. Радіохвильовий неруйнівний контроль композитних матеріалів з локальними неоднорідностями / В. Р. Джала, А. Т. Синявський // Електроніка та інфо-

рмаційні технології (ЕлІТ-2012): науково-практична конференція, 30 серпня - 2 вересня 2012 р.: тези доповідей. - Львів-Чинадієво : Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2012. - С. 77-79.

30. Джала В. Р. Радіохвильовий НВЧ неруйнівний контроль діелектричних та композитних матеріалів / В. Р. Джала, А. Т. Синявський // Неруйнівний контроль та технічна діагностика: національна науково-технічна конференція і виставка, 20-23 листопада 2012 р.: матеріали конференції. - Київ, 2012. - С. 216-220.
31. Джала В. Р. Радиоволновой неразрушающий контроль диэлектрических композитных материалов с локальными дефектами / В. Р. Джала, А. Т. Синявський // Композиционные материалы в промышленности: міжнародна конференція, 4–8 червня 2012 р.: матеріали конференції. – Ялта, 2012.- С. 201-202.
32. Nazarchuk Z. Hilbert-Riemann problems in recovering parameters of a plane layered dielectric on conducting substrate / Z. Nazarchuk, A. Synyavskyy, M. Shahin // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory (DIPED-2011): international seminar/workshop, 26-29 september 2011: proc. – Lviv : Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, 2011. – P. 86-89.
33. Synyavskyy A. Characterization of solutions to the inverse scattering problem for Helmholtz equation with given absolute value of the reflection coefficient / A. Synyavskyy, M. Shahin, Z. Nazarchuk // Функціональний аналіз: міжнародна конференція, 17-21 листопада 2010 р. – праці конференції: - Львів : Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2010. - С. 65-66.
34. Synyavskyy A. One-dimensional electromagnetic inverse scattering problem for discontinuity function of permittivity / A. Synyavskyy, Z. Nazarchuk // Інтегральні рівняння: міжнародна конференція, 25-27 серпня 2010 р.: тези доповідей. – Львів : Львівський національний університет ім. Івана Франка, 2010. – С. 152-156.
35. Синявський А. Реконструкція неперервної функції провідності на основі розв’язання одновимірної оберненої задачі розсіювання / А. Т. Синявський // Радіофізика, електроніка, фотоніка та біофізика: Харківська конференція молодих науковців Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України, 1-3 грудня 2009 р.: тези доповідей. – Харків, 2009. – С. 109.
36. Synyavskyy A. Near-field shape reconstruction of a two-dimensional perfect conductor by multiple random excitations / A. Synyavskyy, M. Shahin // Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2009): International Seminar/Workshop, 21-24 September 2013: proc. – Lviv Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, 2009. - P. 219-222.
37. Synyavskyy A. T. High-resolution electromagnetic imaging in a plain layered structure / A. T. Synyavskyy, M. Shahin // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM’2009): міжнародна конференція, 24-28 лютого 2009 р.: праці конференції. – Поляна-Львів : НУ “ЛП”, 2009. - С. 158-162.
38. Modelski J. A new numerical method for Zakharov-Shabat’s inverse scattering problem solution / J. Modelski, A. Synyavskyy // Microwaves, Radar and Wireless Communications (MIKON’2006): International Conference, 22-24 May 2006: proc. – Krakow (Poland), 2006. - Vol.1 - P. 191-194.
39. Synyavskyy A. T. Identification of plane layered structure from specified angular characteristic of reflectivity / A. T. Synyavskyy, J. Modelski // Modern Problems of Radio Engieneering, Telecommunications and Computer Science (TCSET’2006): між-

народна конференція, 28 лютого – 4 березня 2006 р.: праці конференції. – Славське-Львів : НУ “ЛП”, 2006. - P. 256-259.

40. Синявський А. Т. Особливості реалізації варіаційного підходу до погодження зображень / Синявський А. Т. // Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи: відкрита науково-технічна конференція молодих науковців і спеціалістів Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України, 21-23 вересня. 2005 р.: збірник праць. - Львів, 2005. – С. 363-366.
41. Synyavskyy A. Three-dimensional reconstruction of the microstructure surface from its stereo images / A. Synyavskyy, B. Rusyn // Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS’2005): International Conference, 28-30 September 2005: proceedings of papers. - Niš (Serbia) : University of Niš, 2005. - P. 449-502.
42. Modelski J. Inversion based approach to synthesis of plane multilayered structures with specified scattering pattern / J. Modelski, A. Synyavskyy // 34-th European microwave conference (European Microwave Week): international conference; 11-15 october 2004: proceedings of papers. – Amsterdam (Netherlands), 2004. – Vol. 2. - P. 885–888.
43. Synyavskyy A. Four-element smart antenna for direction estimation and fading reduction in two-wave propagation condition / A. Synyavskyy, K. Kurek, J. Modelski, Y. Yashchyshyn // 6-th European Conference on Wireless Technology (European Microwave Week 2003): International Conference, 9-10 October 2003: proceedings of paper. - Munich (Germany), 2003. – P. 191-195.
44. Synyavskyy A. Determination of multilayered permittivity profile from specified angular dependence of reflection coefficient / A. Synyavskyy, J. Modelski, Y. Yashchyshyn // Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2003): International Seminar/Workshop, 23-25 September 2003: proc. – Lviv: Pidstryhach institute for applied problems of mechanics and mathematics, 2003. - P. 43-46.
45. Synyavskyy A. Synthesis of multilayered structures based on the approximation of one-dimensional inverse scattering problem solution / A. Synyavskyy, J. Modelski, Y.Yashchyshyn // Colloquium on Microwave Communications (MICROCOLL’2003): International Conference, 10-11 September 2003: proc. – Budapest (Hungary), 2003. - P. 181-184.
46. Yashchyshyn Y. M. Evaluation of possibilities of solving the inverse scattering problem for multilayered structures in the case of plane wave / Y. M. Yashchyshyn, A. T. Synyavskyy, J. Modelski // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM’2003): міжнародна конференція, 18-22 лютого 2003: праці конференції. – Львів-Славське : НУ “ЛП”, 2003. - P. 307-310.
47. Прудыус И. Н. Визуализация объектов микроволновыми однопозиционными радиолокационными системами / И. Н. Прудыус, А. Т. Синявский // СВЧ-техника и телекоммутационные технологии (КрыМиКо'2002): международная конференция, 9-13 сент. 2002 г.: материалы конф. – Севастополь : Вебер, 2002. – С. 558-600.
48. Synyavskyy A. Analytical form of distribution functions of received signals for high resolution coherent radar / A. Synyavskyy, N. Synyavska // Microwaves, Radar and Wireless Communications (MIKON’2002): International Conference, 20-22 May 2002: proc. - Gdansk (Poland), 2002. - Vol. 1. - P. 168-171.

49. Prudyus I. Nonlinear images processing based on a changing of distributions at parametric and nonparametric stochastic estimation / I. Prudyus, A. Synyavskyy // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2002): міжнародна конференція, 18-23 лютого 2002 р.: праці конференції. – Львів – Славське : НУ "ЛП", 2002. – P.210–212.
50. Prudyus I. Beamforming in high resolution single-position imaging radars / I. Prudyus, A. Synyavskyy, L. Lazko // Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS'2001): International Conference, 19-21 September 2001: proc. – Niš (Yugoslavia) : University of Niš , 2001. - Vol. 1. - P. 53-56.
51. Прудиус І. Н. Особливості числового моделювання процесів розсіювання на основі Wavelet перетворення / І. Н. Прудиус, Й. А. Захарія, А. Т. Синявський // Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: наука і дидактика: спільна українсько-польська школа-семінар, 3-7 вересня 2001 р.: збірник рефератів. – Алушта : НУ "ЛП" - Politechnika Warszawska, 2001. - С. 144-147.
52. Prudyus I. N. Numerical solution of scattering problem of space-nonuiform waves at radar imaging process simulation / I. N. Prudyus, Y. A. Zakharia, A. T. Synyavskyy // Zastosowania Electromagnetyzmu w Nowoczesnych Technikach i Informatyce: Scientific Conference, 25-27 June 2001: proc. – Bydgoszcz-Wenecija (Poland) : Polskie Towarzystwo Zastosowań Elektormagnetyzmu, 2001. - P. 100-103.

АНОТАЦІЇ

Синявський А. Т. Математичні моделі для підвищення ефективності оцінки параметрів неоднорідних середовищ за відомим розподілом розсіяного електромагнітного поля. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Національний університет «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України, Львів, 2016.

Дисертацію присвячено моделюванню процесів розповсюдження електромагнітних хвиль у неоднорідних середовищах з метою створення ефективних методів оцінювання параметрів цих середовищ за відомим розподілом розсіяного поля. Для розв'язання обернених задач розсіювання у випадках, що зводяться до одновимірної задачі, взаємодію електромагнітного поля з неоднорідним середовищем описано моделлю потенціального розсіювання. Розроблений підхід до оцінювання параметрів кусково-неоднорідних середовищ реалізовано через реконструкцію функції потенціалу у такій моделі та виділення особливостей цієї функції, які мають місце при розсіюванні хвиль на границях розділу середовищ. У багатовимірному випадку розвинуто наближену модель розсіювання, яка дозволила сформулювати єдину стратегію до побудови методів визначення границі контрастних розсіювачів. Розв'язання цих обернених задач полягає у встановленні індикаторної функції, що досягає максимуму в точках на поверхнях розділу середовищ. Результати числового моделювання та експерименти підтверджують ефективність запропонованих методів. Ці методи можуть бути використані у системах неруйнівного контролю для виявлення дефектів

шаруватих структур, а також у системах підповерхневого та дистанційного зондування для візуалізації границі неоднорідностей.

Ключові слова: математичне моделювання, розсіювання електромагнітних хвиль, кусково-неоднорідні середовища, шаруваті структури, обернена задача розсіювання, модель потенціального розсіювання, потенціал, індикаторна функція.

Синявский А. Т. Математические модели для улучшения эффективности оценки параметров неоднородных сред по известному распределению рассеянного электромагнитного поля. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 – «Математическое моделирование и вычислительные методы». – Национальный университет «Львивська политэхника» Министерства образования и науки Украины, Львов, 2016.

Диссертация посвящена моделированию процессов распространения электромагнитных волн в неоднородных средах с целью создания эффективных методов оценивания их параметров по известному распределению рассеянного поля. Для решения обратных задач рассеяния в одномерных случаях взаимодействие электромагнитного поля с неоднородной средой описывается моделью потенциального рассеяния. Разработанный подход к оцениванию параметров кусочно-неоднородных сред реализован путем реконструкции функции потенциала в такой модели, а также в выделении особенностей этой функции, которые имеют место при рассеянии волн на границах раздела сред. В многомерном случае предложено использовать приближенную модель рассеяния, которая позволила сформулировать общую стратегию к построению методов определения границы контрастных рассеивателей. Решение таких обратных задач состоит в построении индикаторной функции, которая стремится к максимуму в точках, принадлежащим поверхностям раздела сред. Результаты численного моделирования и эксперименты подтверждают эффективность предложенных методов. Такие методы могут использоваться в системах неразрушающего контроля для выявления дефектов слоистых структур, а также в системах подповерхностного и дистанционного зондирования для визуализации границ неоднородностей.

Ключевые слова: математическое моделирование, рассеяние электромагнитных волн, кусочно-неоднородные среды, слоистые структуры, обратная задач рассеяния, модель потенциального рассеяния, потенциал, индикаторная функция.

Synyavskyy A. T. Mathematical models for increase of efficacy of estimate of inhomogeneous medium parameters from known distribution of scattered electromagnetic field. - Manuscript.

Dissertation for scientific degree of doctor of technical sciences in specialty 01.05.02 – «Mathematical modeling and computational methods». – Lviv Polytechnic National University, Mynistry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2016.

The thesis is dedicated to simulation of electromagnetic wave propagation through inhomogeneous media in order to increase effectiveness of estimation methods of the media parameters starting from a distribution of scattered electromagnetic field, which is measured remotely. The problem arises in various branches of sciences and technology, where one

needs to evaluate internal structure of objects and to estimate of their parameters by indirect methods using phenomena of electromagnetic wave scattering on inhomogeneities. Interaction of the electromagnetic field with inhomogeneous media implies a sophisticated dependency between parameters of these media and observed data, which are results of measurements. Thus the main attention in the work is paid to a question of development of electromagnetic wave scattering models, which enable to fulfill an estimation of medium parameters that is treated as an inverse scattering problem. For solving to the one-dimensional inverse scattering problems the electromagnetic wave propagation in inhomogeneous medium is described by a model of potential scattering, such as Schrödinger and Dirac's equations. A proposed approach to estimation for piecewise-inhomogeneous medium parameters is realized by means reconstruction of a function of potential in mode of potential scattering and extrication the potential singularities, which appear for wave scattering on interfaces between media. Mathematically such a kind of problems can be reduced to Hilbert-Riemann one, which is aimed on recovery of an analytic function. Hence analysis of analytical properties of the functions is a key point in the research. One of the results of determination of analytical behavior of functions is a possibility to characterize a phase reconstruction problem, which enable to solve the inverse scattering problem uniquely for phaseless data in indentified cases. Other particular cases of application of the developed model and inverse scattering approaches include estimation of layered structures on a conducting substrate from the reflection coefficient, determination of layer parameters in a spherically symmetric radial medium starting from transmission eigen-values and estimation of parameters of a layered dielectric starting from angular dependence of the reflection coefficient.

For multidimensional cases, an approximated model is proposed in order to formulate a common sampling strategy for creation of methods to determinate boundary of contrast scatterers. Solving to the inverse scattering problems consists in establishing an indicator function, which tends to maximum at sampling points that belong to an interface between media. Common principle of derivation of the methods can be described through partitioning an error of a linear estimator on two components and minimization that part, which corresponds to response of the estimator on scatterers outside a sampling point. In addition to the multidimensional inverses scattering problem, in particular cases the solution can be applied to both estimation of angles of arrival of plane waves and estimation of singularities of reflection coefficients of layered structures. An inverse scattering problem for high-frequency asymptotic is also considered as a three-dimensional surface reconstruction problem from optical cameras. Using an anisotropic diffusion model, a method is proposed to determinate a displacement field of a surface of the body, which is undergone deformations.

Results of numerical simulation and experiments justify consistence of proposed models and efficiency of proposed methods. The methods can be implemented in non-destructive systems for detection of defects in layered structures as well as for subsurface sensing and remote sensing for visualization of border of inhomogeneities.

Key words: mathematical modeling, electromagnetic wave scattering, piecewise-inhomogeneous media, layered structure, inverse scattering problem, model of potential scattering, potential, indicator function.

Підписано до друку 21.07.2016
Формат 60×84/16. Гарнітура Times.
Ум. друк. арк. 0,9. Друк. цифровий.
Зам. №119. Наклад 130 прим.

Друк ПП «Видавництво «БОНА»
79060, вул. Наукова, 5, м. Львів.
Свідоцтво держ. реєстру ДК №4275.
Тел. (032) 245-02-74