

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В АСИНХРОННОМУ ДВИГУНІ ПРИ ПУЛЬСУЮЧОМУ НАВАНТАЖЕННІ НА ВАЛУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО ГАРМОНІЧНОГО МЕТОДУ

© Глухівський Л. Й., 2015

Пропонується застосування диференційного гармонічного методу для чисельного моделювання перехідних і усталених процесів в асинхронному двигуні за наявності періодичного пульсуючого навантаження на його валу і з врахуванням насичення його магнітопроводу.

Ключові слова: асинхронний двигун, періодичні і перехідні процеси, пульсуюче періодичне навантаження, диференційний гармонічний метод.

It is proposed to use differential harmonic method for numerical simulation of transient and steady-state large fluctuations in electric induction motor with periodic pulsating load on the shaft and taking into account the saturation of magnetic circle of motor.

Key words: induction motor, periodicals and transients, periodic pulsating load, harmonic differential method.

Вступ

Для приводу широкого класу механізмів з пульсуючим моментом опору на валу, зокрема механізмів прокатних, ударно-вібраційних тощо, широко застосовують електричні асинхронні двигуни (АД). Пульсація моменту опору на валу АД призводить до установаження у ньому режиму, який називають великими коливаннями [1, 2].

Під час моделювання процесів в АД, зокрема великих коливань, найпершим є завдання вибору системи координат, у якій доцільно розглядати ці процеси. Логічно, що завжди намагаються вибрати таку систему, у якій розглядуваний процес має якнайпростіший вигляд. Часто вживаною у моделях АД є система взаємно перпендикулярних осей $x - y$, що обертаються синхронно з обертовим магнітним полем двигуна [3, 4]. При живленні обмотки статора АД змінною трифазною симетричною системою напруг і якщо момент навантаження двигуна є незмінним у часі, то в усталеному режимі струми фазних обмоток при їх перетворенні до осей $x - y$ є у часі незмінними, а у перехідному процесі – змінними, але з меншою інтенсивністю зміни порівняно з неперетвореними фазними струмами.

У режимі усталених великих коливань АД струми його обмоток, перетворені до осей $x - y$, мають складові, що є усталеними періодичними коливаннями з частотою зміни моменту опору на валу. Це наводить на думку про доцільність застосування для моделювання великих коливань АД диференційного гармонічного методу (ДГМ), який дозволяє визначати розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь у вигляді усічених рядів Фур'є і придатний для моделювання в електричних колах з періодичними змущувальними силами усталених періодичних і перехідних процесів [5, 6, 7]. Якщо для аналізу великих коливань АД з перетворенням до осей $x - y$ застосувати ДГМ, то отримуються для аналізу нові змінні – амплітуди гармонік струмів в осях

$x - y$, які в усталених великих коливаннях є незмінними, а у перехідних коливаннях – змінними у часі, але з меншою інтенсивністю зміни порівняно зі стуками в осях $x - y$ і з ще меншою інтенсивністю зміни порівняно з неперетвореними фазними струмами. Ось тому і пропонується для моделювання усталених і змінних великих коливань АД використовувати ДГМ разом із застосуванням осей $x - y$. Цій пропозиції сприяє також те, що для ДГМ є достатньо повно розроблене і вільне для використання програмне забезпечення [6].

Рівняння великих коливань АД в осях $x - y$

Ще у 70-х роках минулого століття визначний український вчений-електромеханік Р. В. Фільц запропонував математичну модель АД в осях $x - y$ для розгляду процесів у ньому на основі законів електричних і магнітних кіл і з урахуванням насичення його магнітопроводу [8]. Ця модель є актуальною і до сьогодні, оскільки для прийнятих при її формулюванні допущень ніхто не запропонував, на нашу думку, досконалішої. Тому застосуємо її під час створення ДГМ-математичної моделі (ДГМ-ММ) великих коливань АД.

Рівняння електромеханічної рівноваги АД в осях $x - y$ подамо у вигляді

$$\frac{d\dot{\mathbf{y}}}{dt} + \mathbf{z} = \mathbf{e}, \quad (1)$$

де

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \Psi_{1x} \\ \Psi_{1y} \\ \Psi_{2x} \\ \Psi_{2y} \\ s \end{pmatrix}; \quad \mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -w_1 \Psi_{1y} + r_1 i_{1x} \\ w_1 \Psi_{1x} + r_1 i_{1y} \\ -s w_1 \Psi_{2y} + r_2 i_{2x} \\ s w_1 \Psi_{2x} + r_2 i_{2y} \\ c_1 (\Psi_{1x} i_{1y} - \Psi_{1y} i_{1x}) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{e} = \begin{pmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ 0 \\ 0 \\ c_2 M_{sh} \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$i_{1x}, i_{1y}, \Psi_{1x}, \Psi_{1y}$ – струми і потокозчеплення перетворених обмоток x і y статора (проекції на осі x і y зображають вектори струмів і потокозчеплень обмоток статора); $i_{2x}, i_{2y}, \Psi_{2x}, \Psi_{2y}$ – струми і потокозчеплення перетворених обмоток x і y ротора (проекції на осі x і y зображають вектори струмів і потокозчеплень обмоток ротора); u_{1x}, u_{1y} – проекції на осі x і y зображаючого вектора напруги живлення обмоток статора; r_1, r_2 – активні опори обмоток статора і ротора (обмотка ротора за кількістю провідників вважається приведеною до обмотки статора); S – ковзання ротора; w_1 – колова частота напруги живлення;

$$c_1 = 3p^2 / (2w_1 J); \quad c_2 = p / (w_1 J); \quad (3)$$

p – кількість пар полюсів обмотки статора; J – момент інерції ротора АД разом з обертовими частинами привідного механізму; M_{sh} – момент опору на валу АД

$$M_{sh} = M_{sh0} + \sum_{n=1}^n (M_{shcn} \cos n w_{sh} t + M_{shsn} \sin n w_{sh} t); \quad (4)$$

w_{sh} – колова частота пульсацій моменту опору на валу.

Рівняння (1) з врахуванням (2) – (4) є миттєвою математичною моделлю великих коливань АД (далі – МММ АД). У цій моделі вектор $\dot{\mathbf{z}}$ є нелінійною функцією вектора

$$\dot{\mathbf{x}} = colon(i_{1x}, i_{1y}, i_{2x}, i_{2y}, s). \quad (5)$$

Нелінійність зв'язку між векторами $\dot{\mathbf{y}}$ і $\dot{\mathbf{x}}$ зумовлена насиченням магнітопроводу АД і наявністю у векторному диференціальному рівнянні (1) рівняння механічної рівноваги.

Невід'ємною складовою МММ АД в осях $x - y$ є такі вирази для похідних:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dx} = \begin{vmatrix} L_{xy} & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y} = \begin{vmatrix} 0 & -w_1 & 0 & 0 & 0 \\ w_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -sw_1 & -w_1\Psi_{2y} \\ 0 & 0 & sw_1 & 0 & w_1\Psi_{2x} \\ c_1i_{1y} & -c_1i_{1x} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad (6), (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} = \begin{vmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 0 & -w_1\Psi_{2y} \\ 0 & 0 & 0 & r_2 & w_1\Psi_{2x} \\ -c_1\Psi_{1y} & c_1\Psi_{1x} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

У виразі (6) матриця

$$L_{xy} = \begin{vmatrix} \partial\Psi_{1x}/\partial i_{1x} & \partial\Psi_{1x}/\partial i_{1y} & \partial\Psi_{1x}/\partial i_{2x} & \partial\Psi_{1x}/\partial i_{2y} \\ \partial\Psi_{1y}/\partial i_{1x} & \partial\Psi_{1y}/\partial i_{1y} & \partial\Psi_{1y}/\partial i_{2x} & \partial\Psi_{1y}/\partial i_{2y} \\ \partial\Psi_{2x}/\partial i_{1x} & \partial\Psi_{2x}/\partial i_{1y} & \partial\Psi_{2x}/\partial i_{2x} & \partial\Psi_{2x}/\partial i_{2y} \\ \partial\Psi_{2y}/\partial i_{1x} & \partial\Psi_{2y}/\partial i_{1y} & \partial\Psi_{2y}/\partial i_{2x} & \partial\Psi_{2y}/\partial i_{2y} \end{vmatrix} - \quad (9)$$

це матриця диференціальних індуктивностей контурів АД в осях $x - y$.

Алгоритми обчислення значень вектора $\dot{\mathbf{y}}$ і матриці (9) при заданому значенні вектора $\dot{\mathbf{x}}$, якщо відомі криві намагнічування основного магнітного шляху і шляхів розсіяння АД, а також обмоткові і геометричні дані АД, можна знайти у [8].

МММ АД в осях $x - y$ є складовою частиною, як це буде показано нижче, ДГМ-ММ великих коливань АД.

ДГМ-рівняння великих коливань АД

Суттю ДГМ [5, 6] є заміна змінних: у задачі з періодичною змущувальною силою із круговою частотою ω миттєва змінна u замінюється змінними U_0, U_{cn}, U_{sn} ($n = 1, \dots, n$) за формулою

$$u = U_0 + \sum_{n=1}^n (U_{cn} \cos n\omega t + U_{sn} \sin n\omega t), \quad (10)$$

і при цьому диференціальні рівняння вигляду (1) перетворюються до диференціальних ДГМ-рівнянь так:

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{r}_G^*; \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} \Rightarrow \frac{d\mathbf{r}_G^*}{dt} + \omega D^* \mathbf{r}_G^*; \quad \mathbf{r}_G^* = (U_{1G}, \dots, U_{jG}, \dots, U_{kG}); \\ U_{jG} = \text{colon}(U_0, U_{c1}, U_{s1}, \dots, U_{cn}, U_{sn}); \\ (u = x, y, z, e; \quad U = X, Y, Z, E); \end{aligned} \quad (11)$$

$$D^* = \text{diag}(D, \dots, D); \quad D = \text{diag}\left(0, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}, \dots, \begin{vmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{vmatrix}\right).$$

У формулах (11) k – кількість компонент векторів $\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{y}}, \dot{\mathbf{z}}, \dot{\mathbf{e}}$, що входять до рівняння вигляду (1); \mathbf{r}_G^* – складений вектор амплітуд, компонентами якого є прості вектори амплітуд U_{jG} , компоненти яких – постійні складові і косинусні та синусні амплітуди гармонік миттєвих змінних.

З використанням формульної схеми (11) рівняння (1) перетворюється до ДГМ-рівняння

$$\frac{d\mathbf{Y}_G^*}{dt} + w_{sh} D^* \mathbf{Y}_G^* + \mathbf{Z}_G^* = \mathbf{E}_G^*, \quad (12)$$

де w_{sh} – кругова частота пульсуючого моменту опору на валу АД;

$$\mathbf{Y}_G^* = colon(\mathbf{\Psi}_{1xG}^*, \mathbf{\Psi}_{1yG}^*, \mathbf{\Psi}_{2xG}^*, \mathbf{\Psi}_{2yG}^*, \mathbf{S}_G^*); \quad (13)$$

$$\mathbf{Z}_G^* = colon(\mathbf{Z}_{1G}^*, \mathbf{Z}_{2G}^*, \mathbf{Z}_{3G}^*, \mathbf{Z}_{4G}^*, \mathbf{Z}_{5G}^*); \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_G^* = colon(0, 0, 0, 0, c_2 M_{shG}^*); \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_{shG}^* = colon(M_{sh0}^*, M_{shc1}^*, M_{shs1}^*, \dots, M_{shcn}^*, M_{shsn}^*); \quad (16)$$

Рівняння усталених великих коливань АД

Якщо великі коливання є усталеними, то амплітуди гармонік усіх миттєвих змінних є у часі незмінними, тому

$$\frac{d\mathbf{Y}_G^*}{dt} = 0, \quad (17)$$

і векторне диференціальне рівняння (11) перетворюється у скінченне рівняння

$$w_{sh} D^* \mathbf{Y}_G^* + \mathbf{Z}_G^* - \mathbf{E}_G^* = 0. \quad (18)$$

Розв'язком рівняння (18) є складений вектор амплітуд

$$\mathbf{X}_G^* = colon(I_{1xG}^*, I_{1yG}^*, I_{2xG}^*, I_{2yG}^*, \mathbf{S}_G^*). \quad (19)$$

Його значення можна отримати, розв'язавши скінченне рівняння (18) одним із відомих чисельних методів, зокрема ітераційним методом Ньютона [9]. З його використанням $k+1$ наближення значення цього вектора отримується за формулою

$$\mathbf{X}_G^*(k+1) = \mathbf{X}_G^*(k) - W_{(k)}^{*(-1)} \mathbf{H}^*(k), \quad (20)$$

де $\mathbf{H}^*(k)$ – значення при $\mathbf{X}_G^* = \mathbf{X}_G^*(k)$ вектора нев'язок лівої частини рівняння (18)

$$\mathbf{H}^* = w_{sh} D^* \mathbf{Y}_G^* + \mathbf{Z}_G^* - \mathbf{E}_G^*; \quad (21)$$

$W_{(k)}^*$ – значення при $\mathbf{X}_G^* = \mathbf{X}_G^*(k)$ матриці Якобі лівої частини рівняння (18)

$$W_{(k)}^* = w_{sh} D^* S_{yG}^*(k) + S_{zG}^*(k); \quad (22)$$

$S_{yG}^*(k)$ – значення при $\mathbf{X}_G^* = \mathbf{X}_G^*(k)$ матриці

$$S_{yG}^* = d\mathbf{Y}_G^* / d\mathbf{X}_G^*; \quad (23)$$

$S_{zG}^*(k)$ – значення при $\mathbf{X}_G^* = \mathbf{X}_G^*(k)$ матриці

$$S_{zG}^* = d\mathbf{Z}_G^* / d\mathbf{X}_G^*; \quad (24)$$

Для гарантованої і швидкої збіжності ітераційного процесу (20) потрібне хороше нульове наближення значення \mathbf{X}_G^* . Таке нульове наближення може бути отримане, як показано в [5, 6], шляхом чисельного інтегрування за нульових початкових умов від $h=0$ до $h=1$ такого векторного диференціального рівняння:

$$d\mathbf{X}_G^* / dh = W^{*(-1)} \mathbf{E}_G^*. \quad (25)$$

Рівняння перехідних великих коливань АД

Якщо в усталених великих коливаннях АД при $M_{sh} = M_{sh1}$ (УВК-1) відбудеться раптова зміна моменту опору на валу до $M_{sh} = M_{sh2}$, то наступні усталені великі коливання (УВК-2) постануть після перехідного процесу, впродовж якого амплітуди гармонік усіх миттєвих змінних будуть у часі змінними. Цей перехідний процес описується векторним диференціальним рівнянням (12), і для розрахунку цього перехідного процесу (перехідних великих коливань) необхідно рівняння (12) інтегрувати одним із чисельних методів, наприклад – методом Кутта-Мерсона [9]. При цьому початковими умовами є ті значення векторів амплітуд \dot{X}_G^* , \dot{Y}_G^* , \dot{Z}_G^* , які були отримані за допомогою розрахунку УВК-1, а процес інтегрування продовжується до тих пір, поки компоненти векторів амплітуд \dot{X}_G^* , \dot{Y}_G^* , \dot{Z}_G^* ще змінюються, аж до установаження УВК-2.

Векторне диференціальне рівняння (12), розв'язане відносно $d\dot{X}_G^*/dt$ (тобто приведене до нормальної форми Коші), має вигляд

$$\frac{d\dot{X}_G^*}{dt} = W^{*(-1)}(E_G^* - w_{sh} D^* Y_G^* - Z_G^*). \quad (26)$$

Алгоритми обчислень

На кожній ітерації під час визначення розв'язку рівняння (18) з використанням формули (20) і на кожному кроці чисельного інтегрування диференціальних рівнянь (12) і (25) виконуються такі дії:

1. За значенням вектора \dot{X}_G^* , відомим із попередньої ітерації чи на попередньому кроці, з використанням описаної у [6] процедури KVGVS визначається складений вузловий вектор – сукупність значень вектора \dot{x} у m вузлах періоду

$$T_{sh} = 2p / w_{sh}. \quad (27)$$

2. У всіх вузлах цього періоду за значеннями компонент вектора \dot{x} , тобто значеннями $i_{1x}, i_{1y}, i_{2x}, i_{2y}, s$, з використанням процедури, яка реалізує описану у [8] миттєву математичну модель АД в осях $x - y$, визначаються значення $\Psi_{1x}, \Psi_{1y}, \Psi_{2x}, \Psi_{2y}, s$, тобто значення вектора \dot{y} , а також значення матриці L_{xy} диференційних індуктивностей.

3. За значеннями вектора \dot{y} в $1, \dots, m$ вузлах періоду T_{sh} і з використанням описаної у [6] процедури KVSWVG визначається значення вектора амплітуд \dot{Y}_G^* .

4. За значеннями вектора \dot{x} в $1, \dots, m$ вузлах періоду T_{sh} і з використанням МММ АД і описаної у [6] процедури GRMAT обчислюється значення матриць диференційних гармонічних параметрів (23) і (24) і за формулою (22) – значення матриці Якобі.

Результати обчислень

З використанням описаних вище теоретичних положень і алгоритмів була розроблена комп'ютерна програма, за допомогою якої виконали розрахунки великих коливань асин-хронного двигуна АД-1000 ($P_H = 1000 \text{ кВт}$; $U_H = 6000 \text{ В}$; $n_c = 187,5 \text{ об/хв}$; $s_H = 2\%$). Момент інерції ротора АД разом з обертовими частинами механізму приймали $J = 4060 \text{ Нм.с}^2$. Часову залежність моменту навантаження на валу на періоді T_{sh} за різних значень w_{sh} приймали такою: у межах від $p/3$ до p момент навантаження дорівнює M_{\max} , і він дорівнює нулю на інших ділянках періоду.

У розрахунках враховували гармоніки по п'яту включно.

На рис. 1 показані розрахункові механічні характеристики двигуна АД-1000. Тут криві 1–3 зображають динамічні характеристики у граничних за стійкістю великих коливаннях (коливаннях за таких значень M_{\max} , коли втрачається стійкість). Крива 1 (суцільна) – це динамічна механічна характе-

ристка при $w_{sh} = 6$ 1/с; крива 2 (штрихова) – при $w_{sh} = 19$ 1/с; крива 3 (штрих-пунктирна) – при $w_{sh} = 3$ 1/с. На цьому ж рисунку крива 1 (пунктирна) – це статична механічна характеристика двигуна.

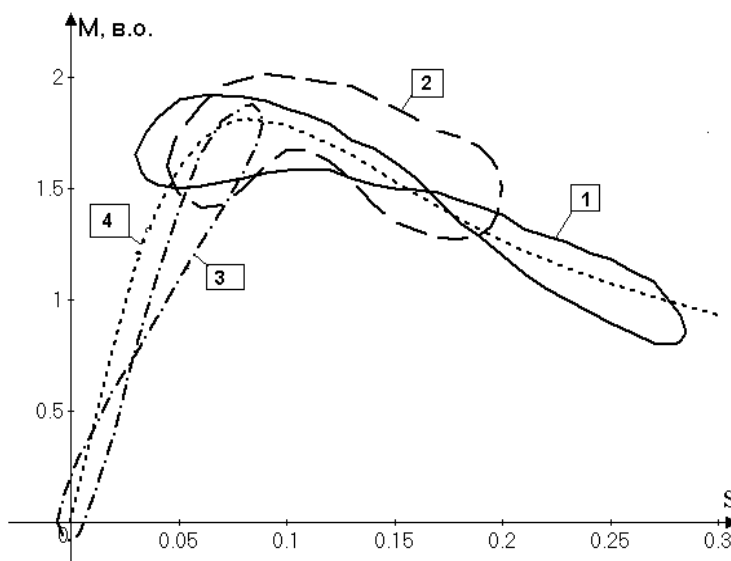


Рис. 1. Механічні властивості двигуна АД-1000

На рис. 2 показані для розрахованих великих коливань двигуна АД-1000 залежності нульової складової ковзання s_0 від значення M_{max} при: $w_{sh} = 20$ 1/с (крива 1); $w_{sh} = 12$ 1/с (крива 2); $w_{sh} = 8$ 1/с (крива 3); $w_{sh} = 6$ 1/с (крива 4); $w_{sh} = 5$ 1/с (крива 5); $w_{sh} = 3$ 1/с (крива 6).

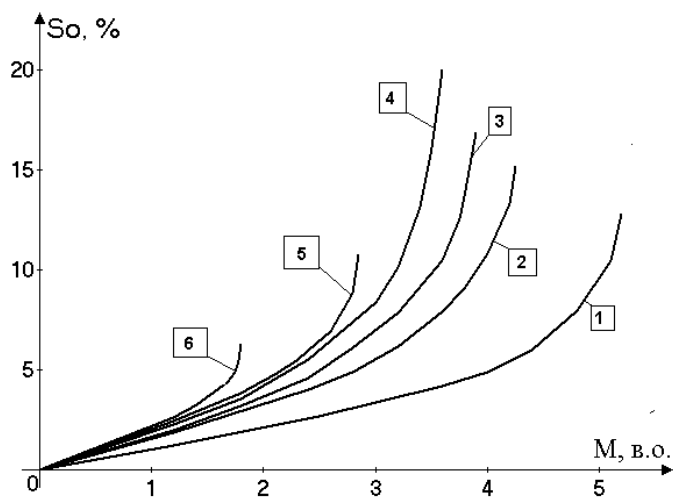
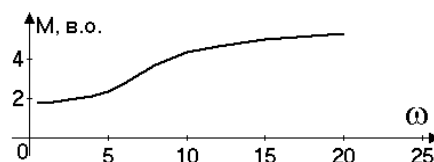


Рис. 2. Залежність стійкої складової ковзання від моменту опору на валу

На рис. 3 показана залежність M_{max} від частоти w_{sh} у граничних за стійкістю великих коливаннях.

Рис. 3. Залежність максимального моменту опору на валу від частоти вібрацій



Аналіз кривих 1 і 2 дає можливість встановити резонансне значення частоти пульсацій w_{sh} , тут воно приблизно дорівнює 3,5 1/с. За такого значення частоти пульсацій постійна складова

ковзання і амплітуди її гармонік у граничних за стійкістю великих коливаннях досягають найбільших значень.

Висновки

1. Чисельне моделювання великих коливань АД, і усталених, і перехідних, можна проводити з використанням диференційного гармонічного методу. Разом із ним доцільно використовувати синхронно-оберткові осі $x - y$.

2. Диференціальні і скінченні ДГМ-рівняння великих коливань АД адекватно відображають ці процеси у АД із похибкою, пов'язаною з обмеженням кількості враховуваних гармонік, а під час моделювання перехідних великих коливань також із похибкою обраного методу чисельного інтегрування диференціальних рівнянь.

1. Артемюк Б. Т. Асинхронные двигатели при периодической нагрузке / Б. Т. Артемюк. – К.: Техника, 1972. 200 с. 2. Могильников В. С. Анализ работы асинхронного двигателя при пульсирующей нагрузке / В. С. Могильников, В. И. Мартынов // Электричество. – 1982. – № 11. – С. 57–59. 3. Адкинс Б. Общая теория электрических машин / Б. Адкинс. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1960. – 272 с. 4. Постников И. М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин / И. М. Постников. – М.: Высшая школа, 1975. – 319 с. 5. Глухівський Л. Й. Расчет периодических процессов электротехнических устройств (дифференциальный гармонический метод) / Л. Й. Глухівський. – Львів: Вища школа, 1984. – 164 с. 6. Глухівський Л. Й. Нелінійні коливання: чисельне полігармонічне моделювання / Л. Й. Глухівський. – К.: Альфа ПіК, 2008. – 204 с. – Електронний доступ: www.nbuv.gov.ua/books/2008/08gljcrn.pdf 7. Глухівський Л. Й. Моделювання перехідних процесів у нелінійних електричних колах диференційним гармонічним методом / Л. Й. Глухівський // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка», № 736: Електро-енергетичні та електромеханічні системи. – Львів: Вид-во Львів. політехніки, 2012. – С. 21–29. 8. Фильц Р. В. Математические основы теории электромеханических преобразователей / Р. В. Фильц. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с. 9. Перхач В. С. Математичні задачі електроенергетики / В. С. Перхач. – Львів: Вища школа, 1989. – 462 с.