УДК 681.3:519.15

В.В. Різник
Національний університет «Львівська політехніка»
Кафедра автоматизованих систем управління

УДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ В ПРОСТОРОВИХ КООРДИНАТАХ

Досліджуються методи та засоби удосконалення гармонійної взаємодії людини з навколишнім фізичним світом на основі концепції «оптимальних» просторових співвідношень частин і цілого з метою глибшого розуміння ролі геометричних структур в поведінці природних й штучних об'єктів.

Methods and means for development of harmonious man-outside physical world interaction based the concept of "optimum" circular space relationships of parts and entity are investigated for a better understanding of the role of geometric structure in the behavior of natural and man-made objects.

Вступ. Найновіші досягнення в області сучасної теорії систем засвідчує наявність прямого зв'язку кібернетики з опрацюванням сукупності філософських, методологічних, конкретно-наукових та прикладних проблем [1], що дозволило їй набути статусу теоретичного фундаменту системотехніки в кібернетиці [2]. Особливо актуальним постає вивчення фізичних законів гармонії природи, які споконвічно закодовані в геометричних співвідношеннях частин і цілого, на чому у своїх філософських трактатах звертав увагу ще Піфагор. Дослідження включають в себе використання сучасних математичних методів оптимізації систем, які існують в структурному аналізі, теорії комбінаторних конфігурацій, аналізі скінченних груп та полів, алгебричній теорії чисел та кодування, спрямованих на зменшення інформаційної, структурної та алгоритмічної надмірності кібернетичних систем для того, щоб осягнути вищого рівня гармонізації взаємодії людини і кібернетичних систем.

Подолання проблеми надмірності систем в кібернетиці. Відомо, що під інформаційною надмірністю системи розуміють надмірність у кількості інформації, яку переробляють. Зменшення природної інформаційної надмірності здійснюється для того, щоб спростити систему, а штучної - з метою поліпшення основної характеристики системи (завадостійкості або точності, надійності тощо) [3]. Метою дослідження є поліпшення технічних показників фізичної системи за надійністю, точністю, роздільною здатністю та функціональними можливостями шляхом розподілу мінімізованого числа структурних елементів та взаємозв'язків системи в полі з фіксованими просторово-часовими координатами. Завдання полягає в знаходженні методу розміщення в цьому полі меншого, ніж в традиційних системах, числа структурних елементів, за якого на множині лінійних комбінацій координат цих елементів досягається повне покриття вузлових точок координатної сітки робочого поля системи. На математичному рівні досліджуються числові та векторні оптимальні просторові співвідношення частин і цілого, за яких досягається мінімально необхідне для керування системою число керованих кодом комбінацій.

На рис.1 наведена схема не надмірної системи у вигляді просторового кутоміра для роботи в діапазоні від 0 до 360^0, який за наявності двох (n=2) позначок, розміщених на круговій шкалі згідно циклічного співвідношення 1 до 2, дає змогу єдиним відліком відтворювати гармонійний ряд множини дискретних величин (у даному випадку кутових відстаней α, 2α). Легко бачити, що цей ряд можна продовжити шляхом обирання відповідних позначок та нарощуванням числа обходів кругової шкали.

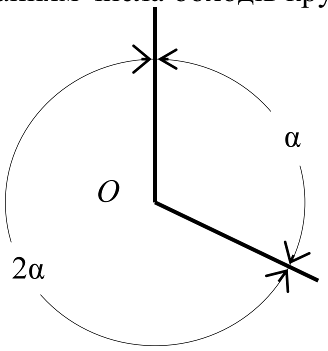

Рис.1. Схема не надмірної системи у вигляді кутоміра з двома позначками, рознесеними на кутові відстані за «оптимальним» циклічним співвідношенням 1 : 2.

Схема (рис.1) ілюструє загальний підхід до проектування фізичних систем на основі використання «оптимальних» циклічних співвідношень з метою підвищення роздільної здатності системи. З наведеного прикладу випливає доцільність розбудови кібернетичних систем на основі використання принципу оптимальних циклічних пропорцій, оскільки просторова роздільна здатність керуючого пристрою в системі з розподіленими параметрами пов'язана з обміном інформацією між асиметрично розподіленими у просторі точками.

Оптимальні числові циклічні співвідношення. Оптимальні числові циклічні співвідношення – це послідовність цілих додатних чисел, яка розглядається як співвідношення частин цілого, впорядкованих за кільцевою схемою у вигляді секторів круга. У найпростішому випадку така конфігурація утворюється на *n*- послідовності чисел (k_1, $k_2, \ldots, k_i, \ldots, k_n$), де число k_n знаходиться поруч k_1, утворюючи замкнену схему, причому усі ці числа, включно з усіма сумами з двох, трьох і т.д. поруч розміщених чисел перелічують натуральний ряд від 1 до (S–1) рівно R разів, де S – сума усіх чисел послідовності. Параметри комбінаторної конфігурації взаємопов'язані залежністю [4]:

$$S = \frac{n^2 - n}{R} + 1 \tag{1}$$

Наприклад, параметрами оптимального циклічного співвідношення четвертого (n=4) порядку (1,2,6,4) є S=13, R=1. Легко перевірити, що множина утворених на циклічній послідовності чисел (k_1=1, k_2=2, k_3=6, k_4=4), включно з усіма лінійними комбінаціями послідовно доданих цих чисел, покриває теоретично досяжну кількість (S=13) точок, які розміщені рівномірно вздовж однієї координати в циклічній системі відліку, що набуває вигляду одновимірного робочого поля, рівно один (R=1) раз. Синтез таких циклічних співвідношень можна здійснювати за допомогою математичного апарату теорії скінченних полів [5].

Відображення оптимальних циклічних співвідношень в структурі поля Ґалуа. Для подальшого дослідження комбінаторної гармонізації фізичних систем, побудованих за оптимальними циклічними пропорціями, зручно застосувати графічні методи відображення згаданих конфігурацій в циклічній структурі розширеного поля Ґалуа [5].

Розглянемо відображення оптимального циклічного співвідношення четвертого (n=4) порядку (1,2,6,4). У даному випадку первісний елемент x поля $GF(3^2)$ задовольняє рівняння

$f(x) = x^3 - x - 1$, де $f(x)$ – незвідний поліном над полем $GF(3^2)$, $p = 3$, $s = 2$. Елементи цього поля зведені в табл.1.

Таблиця 1

Елементи поля $GF(3^2)$, утворені за незвідним поліномом $f(x) = x^3 - x - 1$

$x^1 = x$	$x^8 = 2x^2 + 2$
$x^2 = x^2$	$x^9 = x + 2$
$x^3 = x + 1$	$x^{10} = x^2 + 2x$
$x^4 = x^2 + x$	$x^{11} = 2x^2 + x + 1$
$x^5 = x^2 + x + 1$	$x^{12} = x^2 + 2$
$x^6 = x^2 + 2x + 1$	$x^{13} = 1$
$x^7 = 2x^2 + 2x + 1$	

На симетричному нуль-графі (рис.2) вершинам x^1, x^3, x^9, x^{13} відповідають однакові нульові коефіцієнти при степенях x^2, а вписаний в цей граф асиметричний чотирикутник відображає оптимальне циклічне співвідношення четвертого ($n = 4$) порядку в полі $GF(3^2)$.

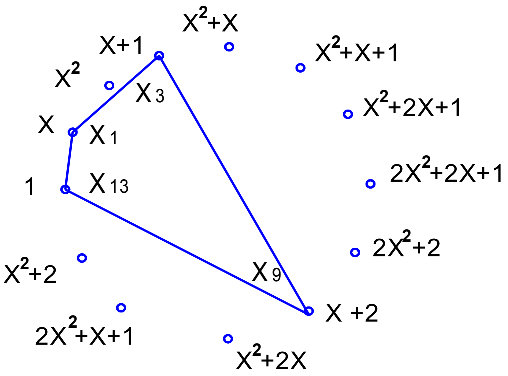

Рис.2. Графічне відображення оптимального циклічного співвідношення четвертого (n = 4) порядку, утворене поліномом $f(x)= x^3- x- 1$

На рис.2 можна бачити відображення згаданого співвідношення у вигляді асиметричного чотирикутника (n=4), сусідні вершини якого розміщені в симетричному полі кільцевого нуль-графа з S =13 вершинами згідно циклічного співвідношення 1:2:6:4.

Оптимізація КФС на багатовимірних оптимальних циклічних співвідношеннях.

Теоретично можна розглядати кільцеву послідовність (K_1, K_2, …, K_i,…, K_n), де K_i= (k_{i1}, k_{i2}, …, k_{it}), схематична модель якої приведена на рис.3.

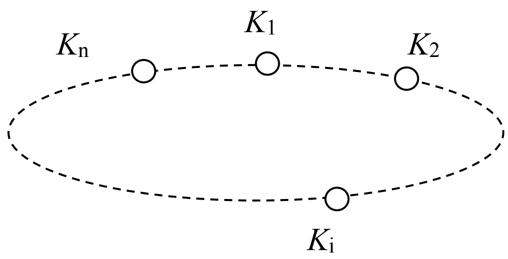

Рис.3. Структурна модель оптимізованої КФС на t –вимірному оптимальному циклічному співвідношенні

Множина усіх послідовних (кільцевих) вектор-сум, взятих по комплексному модулю (m_1, m_2,..., m_t), формують поверхню багатовимірної тороїдальної сфери на решітці $m_1 \times m_2 \times \ldots \times m_t = N$, де множина усіх утворених кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням відповідних модулів m_1, m_2, ..., m_t, взаємно однозначно відповідає множині t-вимірних координат усіх вузлів цієї решітки, трапляючись рівно R разів.

Здійснюючи таке узагальнення, приходимо до моделі оптимізованої t- вимірної КФС, параметри якої взаємопов'язані залежностями (2).

$$\prod_{i=1}^{t} m_i = \frac{n(n-1)}{R} \ ; \quad (m_1,\ldots, m_t) =1 \qquad (2)$$

У таблиці 2 приведена характеристика дво- і тривимірних оптимізованих моделей КФС з числом базових векторів n від 3 до 7.

Таблиця 2

Характеристика 2D і 3D оптимізованих моделей КФС для n = 3,…,7

Порядок (n)	Кількість варіантів		Розміри 2-вимірних решіток	Розміри 3-вимірних решіток
	2D	3D		
3	4	-	2×3	-
4	24	-	3×4	-
5	272	-	4×5, 3×7	-
6	256	128	5×6, 3×10	2×3×5
7	360	180	6×7, 3×14	2×3×6

Із наведеної таблиці випливає, що зі збільшенням порядку n від 4 до 5 потужність множини варіантів двовимірних моделей КФС зросла від 24 до 272 з тенденцією до подальшого зростання потужності множини дво- і тривимірних моделей для значень n більше п'яти.

Представимо модель двовимірної (t=2) структури КФС у вигляді кільцевої n – послідовності (рис.3), елементами якої є 2-кортежі ((k_{11}, k_{12}), (k_{21}, k_{22}), ... , (k_{i1}, k_{i2}),..., (k_{n1}, k_{n2})), де $k_{i1} \equiv k_i \pmod{m_1}$, $k_{i2} \equiv k_i \pmod{m_2}$; $m_1=n-1$, $m_2=n$, i=1, ..., n; $\sum_{i=1}^{n} k_i = S$. Множину 2-кортежів будемо розглядати як впорядкований за кільцевою схемою (рис.1) набір координат n вузлових точок, проекції яких обмежені рамками координатної сітки $n\times(n-1)$ в циклічній системі відліку, а їхні значення разом із значеннями усіх їх можливих лінійних комбінацій перелічують множину координат усіх вузлів цієї координатної сітки. Лінійні комбінації утворюються додаванням відповідних координат по (mod n) і (mod (n-1)) послідовно впорядкованих числових значень координат n вузлових точок в двовимірній циклічній системі відліку. Завдання зводиться до того, щоб за допомогою n вузлових точок та їхніх комбінацій покрити R способами множину $n(n-1)$ точок координатної сітки $n\times(n-1)$, яка охоплює поверхню тора з відліком координат за відповідними напрямками її обходу.

Параметри n, m_i (i=1,..,t), S , R t- вимірної моделі взаємопов'язані наступними залежностями:

$$n(n-1) \le S < n(n-1)(n-1) \qquad (3)$$

Розглянемо взаємно ізоморфні перетворення різних варіантів двовимірної (t=2) моделі оптимізованої КФС з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, 6≤ S <12, R=1. Повна сім'я цього кластеру складається із чотирьох варіантів третього (n=3) порядку a, b, c, d : ((1,1), (0,2), (0,1)); ((0,2), (0,1), (1,2)); ((1,1), (1,0), (1,2)); ((0,2), (1,0), (0,1)) відповідно (табл.3).

Коефіцієнтами мультиплікативного перетворення двовимірних (t=2) варіантів є цілочислові 2-кортежі.

Таблиця 3

Перетворення моделей КФС з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, 6 ≤ S <12, R=1, t=2

Варіанти моделей	Векторні елементи моделей			Множник (k_1, k_2)	Результат множення моделі на (k_1, k_2)			Варіанти моделей
a	(1,1)	(0,2)	(0,1)	(1,2)	(1,2)	(0,1)	(0,2)	*b*
b	(0,2)	(0,1)	(1,2)		(0,1)	(0,2)	(1,1)	*a*
c	(1,1)	(1,0)	(1,2)		(1,2)	(1,0)	(1,1)	*c*
d	(0,2)	(1,0)	(0,1)		(0,1)	(1,0)	(0,2)	*d*

Множення здійснюють у віртуальному числовому полі циклічної системи координат з урахуванням модулів (mod m_1) і (mod m_2). В полі циклічної системи координат з розмірами 2×3, де m_1=2, m_2=3, процедура послідовного множення елементів варіанту a на коефіцієнт перетворення (1,2) здійснюється наступним чином: (1,1)·(1,2)=(1·1≡1(mod 2)=1), (1·2≡2(mod 3)=2) ⇒ (1,2); (0,2)·(1,2)=(0·1≡0(mod 2)=0), (2·2≡4(mod 3)=1) ⇒ (0,1); (0,1)·(1,2)=(0·1≡1(mod 2)=0), (1·2≡2(mod 3)=2) ⇒ (0,2). Отримана циклічна послідовність ((1,2),(0,1),(0,2)) є варіантом послідовності b. Легко побачити, що той же коефіцієнт здійснює зворотне перетворення. Натомість, такому перетворенню не підлягають варіанти c і d. Для цих варіантів множення на вектор (1,2) переводить їх у самі себе з реверсним впорядкуванням й дзеркальним розміщенням векторів (табл.1). З аналізу таблиці 1 випливає, що кластери з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, 6 ≤ S < 12, t=2 включає в себе два ізоморфні (a,b) і два автоморфні (c,d) варіанти двовимірних комбінаторних конфігурацій, кожен з яких дає змогу трьома (n =3) лінійними комбінаціями векторів покрити усі вузлові точки двовимірної розгортки поверхні тору (n-1) × n = 2×3.

Синтез і дослідження вищезгаданих моделей показали, що переважна їх більшість не мають прямих аналогів серед класичних комбінаторних конфігурацій, а становлять окрему групу комбінаторних об’єктів, що потребують додаткового дослідження.

Метод кодування векторних даних в t–вимірному просторі. В основу запропонованого методу закладено принцип комбінаторної оптимізації вагової системи n-позиційного коду, в якому позиціям присвоєно значення відповідних ваг t- вимірного вектора у вигляді впорядкованих t-наборів цілих чисел. Ваги обрані так, щоб забезпечити можливість покриття множиною лінійних комбінацій, утворених комбінаційним додаванням будь-якого числа послідовно впорядкованих базових t-наборів, множини вузлів просторової решітки t-вимірного тора в t-вимірній циклічній системі координат. Додавання базових t-наборів здійснюється з урахуванням відповідних модулів m_1, m_2, ...m_t, числові значення яких випливають зі співвідношення:

$$\prod_{1}^{t} m_i = n(n-1) \tag{4}$$

Векторні модульні суми утворюються на множині послідовно впорядкованих базових комбінацій запропонованого коду, де будь-яка сума може складатися з будь-якого числа послідовно впорядкованих за кільцевою схемою базових комбінацій.

Приклад оптимальної системи кодування множини векторів від (0,0,0) до (1,2,4) на тривимірній решітці тора з розмірами 2×3×5, утвореній із 30 (N=30) лінійних комбінацій на шести (n=6) впорядкованих за кільцевою схемою комбінаціях базових 3D векторів: ((1,1,1), (0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3)):

1) (0,0,0) ≡ (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) +(1,0,3),
2) (0,0,1) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1),

3) $(0,0,2) \equiv (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3)$, і т.д.

… ………………………………………………………

……………………………………………………….

30) $(1,2,4) \equiv (0,1,4) + (0,2,4) + (1,1,1) + (1,1,2) + (1,0,3)$.

Спосіб формування кожної кодової комбінації здійснюється на впорядкованій за кільцевою схемою множині базових кодових комбінацій шляхом обрання відповідної пари цих комбінацій з послідовним додаванням комбінацій, що розміщені в проміжку між обраними базовими комбінаціями.

Легко перевірити, що в наведеному прикладі множина усіх $n(n\text{-}1)=30$ векторних 3D сум, обчислених з урахуванням модулів $m_1=2$, $m_2=3$, $m_3=5$, ***взаємно однозначно*** відповідає множині координат усіх вузлових точок тривимірної решітки тора з розмірами $2\times3\times5$. На відміну від традиційних позиційних кодів з ***числовими*** вагами розрядів, у пропонованому коді n позиціям присвоєні значення ***t - вимірних векторів***, причому розміри просторової t- вимірної решітки визначаються параметрами обраної моделі оптимізованої векторної КФС. При застосуванні такого коду по одному каналу зв’язку може пересилатися одночасно t даних з відповідним зростанням кількості перетвореної інформації по цьому каналу за фіксований відтинок часу, що відкриває перспективи високопродуктивних засобів опрацювання інформації, векторних обчислювальних систем та створення оптимізованих КФС на засадах використання комбінаторних властивостей просторових циклічних груп.

Надмірність коду зведена до теоретичного мінімуму, оскільки множина усіх дозволених кодових комбінацій взаємно-однозначно відповідає множині усіх координат просторової t- вимірної решітки тора. Ця особливість двійкового коду дає змогу вдосконалити керування системами, стан яких визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат, завдяки скороченню в $(n\text{-}1)$ разів числа керованих кодом комбінацій, розробити правила нетрадиційної векторної комп’ютерної арифметики на двійковому коді для створення нового класу спеціалізованих векторних процесорів, де n-число векторних вагових розрядів оптимального t- вимірного коду. Серед інших достоїнств згаданого коду слід відзначити високий рівень його завадостійкості, що зумовлено формуванням дозволених комбінацій за правилом монолітного гуртування однойменних двійкових символів. За такої умови більша частина хибних кодових комбінацій виявляється й виправляється автоматично в реальному масштабі часу. Це дає змогу підвищити надійність КФС під час пересилання векторних даних каналами зв’язку, а також забезпечити захист від несанкціонованого доступу.

Наведемо ряд означень, пов’язаних з кодуванням масивів даних на основі концепції оптимальних просторових співвідношень.

Кільцевий монолітний код (КМК): множина кодових послідовностей, всі дозволені комбінації яких утворені з поруч розміщених за кільцевою схемою однойменних символів.

Числовий оптимальний кільцевий код: двійковий n–розрядний КМК, ваги розрядів якого утворюють множину двійкових комбінацій в інтервалі $[1,S]$, де всі кільцеві суми ваг цієї n-послідовності, обчислених по модулю $S=n(n\text{-}1)/R$, перелічують множину цілих додатних чисел в інтервалі $[1,S]$ рівно R разів.

Двовимірний оптимальний кільцевий код: двійковий n–розрядний КМК з двовимірними (t=2) ваговими розрядами, де множина усіх кільцевих двовимірних вектор-сум, обчислених з урахуванням числових значень відповідних модулів m_1 та m_2, перелічує вузлові точки двовимірної сітки координат в циклічній системі відліку координат $m_1 \times m_2$ поверхні тору рівно R разів, де $m_1 \cdot m_2 = n(n\text{-}1)/R$.

Багатовимірний оптимальний кільцевий код: двійковий n–розрядний КМК з t-вимірними ваговими розрядами, де множина усіх кільцевих t- вимірних вектор-сум, обчислених з урахуванням числових значень відповідних модулів $m_1, m_2, \ldots, m_t$, перелічує вузлові точки координатної сітки в циклічній системі відліку координат $m_1 \times \ldots \times m_t$ t-вимірного просторового поля гіпертору рівно R разів, де $m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_t = n(n\text{-}1)/R$.

Висновок. Запропонований підхід до комбінаторної оптимізації КФС може знайти застосування в системах керування, стан яких визначається багаторівневими функціями *t* змінних, які залежать від просторових координат, зокрема в системах керування з розподіленими параметрами. У ролі таких функцій можуть поставати багатовимірні векторні поля, де інформаційний та енергетичний контакти між ланками кібернетичної системи здійснюються на контактних полях заданої розмірності. Метод дає змогу вдосконалити керування системою на множині $n(n\text{-}1)$ її фіксованих станів у багатовимірному фазовому просторі, завдяки зменшенню числа її керованих кодом комбінацій в n-1 разів, де n- число структурних елементів системи. Застосування методу у фізичних системах потокового виробництва дозволяє підвищити гнучкість керування інформаційними й матеріальними потоками, завдяки розширенню комбінаційних та функціональних можливостей використання просторово-часового поля під час виконання виробничих програм. Проблема подолання надмірності кібернетичних систем з одночасною гармонізацією взаємозв'язку людини і зовнішнього світу на основі концепції «оптимальних» просторових співвідношень частин і цілого стосується не лише фізичних систем, але й філософського трактування таких понять як інформація, простір, час, які розширюють наукові уявлення про всеосяжну гармонію світобудови й поглиблюють пізнавальну роль людини, пов'язану з інформаційними процесами реального світу.

1.Кухтенко О.І. Загальна теорія систем // Енциклопедія кібернетики. Том другий. Головна редакція УРЕ, К., 1973.- С.402-406. 2. Скурихін В.І. Системотехніка // Енциклопедія кібернетики. Том другий. Головна редакція УРЕ, К., 1973.- С.429-431. 3. Железнов М.А. Надмірність системи // Енциклопедія кібернетики. Том другий. Головна редакція УРЕ, К., 1973.- С.133-135. 4. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем.- Львів., «Вища школа», 1989.- 168 с. Холл М. Комбинаторика. Пер. з англ.- М.: Мир.- 1970.- 470 с.