***Б.Д. Білоус, А.Б. Білоус, М.Ф. Мандзюк** Національний університет "Львівська політехніка", *кафедра теоретичної механіки, кафедра транспортних технологій

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ СТАТИЧНОГО РОЗРАХУНКУ ВІБРАЦІЙНОГО ПЕРЕДАВАЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ ПРИВОДА ЗАПІРНОГО ПРИСТРОЮ НА ОСНОВІ ПОЗДОВЖНЬО-СТИСНЕНИХ ПРУЖНИХ СТРИЖНІВ

© Білоус Б.Д., Білоус А.Б., Мандзюк М.Ф., 2008

Удосконалено методику статичного розрахунку пружних елементів вібраційних приводів запірних пристроїв. Показана можливість застосування удосконаленої методики в практиці проектного розрахунку вібраційних приводів запірних пристроїв.

Method of elastic element vibration drive of laking device static calculation is improved. Also in article is shown the possibility of using the improved method in practice connected with vibration drive of laking device designing calculation.

Постановка завдань дослідження. Аналіз відомих досліджень. Застосування нових видів палива для двигунів літальних апаратів поставило перед розробниками запірно-регулювальних пристроїв низку завдань. Одним з цих завдань є забезпечення працездатності приводів запірних пристроїв в широкому діапазоні температур. При проектуванні таких запірних пристроїв привід зазвичай розташовують у теплій зоні. Рух клапана передається за допомогою передавальних механізмів. Для запірних пристроїв з малим умовно-прохідним діаметром D_y до 50 мм передавальний пристрій є системою теплоізолювальних штоків, встановлених у напрямні поступального руху. Такі конструктивні рішення мають істотні недоліки. До них належать насамперед викривлення напрямних руху при зміні температури, заморожування пар, що труться, при криогенних температурах і, як наслідок, великі сили опору в парах тертя. Вказані недоліки ведуть до необхідності збільшення зусилля приводу і зазорів в парах, які труться, що істотно впливає на збільшення маси і габаритів запірного пристрою, погіршує умови взаємодії клапана з сідлом (зростають динамічні зусилля при посадці клапана на сідло і зусилля герметизації).

Один з шляхів усунення цього недоліку полягає у вилученні з конструктивної схеми пар тертя. Для цього запропоновано використовувати як передавальні механізми прямі і криволінійні пружні стрижні, що стискаються зусиллям приводу, напрямленим вздовж лінії, що сполучає центри кінцевих перетинів стрижня, закріплених на опорах. Під дією цього зусилля відбувається випнення стрижня і його взаємодія з клапаном, встановленим в зоні найбільшого прогину стрижня [2].

Вдале проектування запірних пристроїв з передавальними механізмами у вигляді пружностиснених стрижнів неможливе без розроблення методики розрахунку цих пристроїв. Розроблення методики розрахунку передбачає вирішення таких завдань:

— розроблення методики статичного розрахунку пружно-стисненого стрижня, навантаженого по кінцях і в прольоті;

— розроблення методики динамічного розрахунку запірного пристрою з вібраційним передавальним механізмом у вигляді пружних стрижнів;

— розроблення методики статичного і динамічного розрахунку запірного пристрою з вібраційним передавальним механізмом у вигляді пружних стрижнів з врахуванням зміни температури робочого середовища;

— розроблення пакета прикладних програм, що автоматизують методику розрахунку запірних пристроїв з вібраційним передавальним механізмом у вигляді пружних стрижнів з врахуванням зміни температури робочого середовища.

Постановка задачі. Метою роботи є вдосконалення методики статичного розрахунку пружно-стиснутого стрижня, навантаженого по кінцях і в прольоті.

Основний матеріал. Статистичний розрахунок пружно-стиснненого стрижня полягає у виборі геометричних розмірів стрижня при забезпеченні міцності і експлуатаційних характеристик (ходу клапана, необхідного зусилля герметизації на ньому). Статичний розрахунок є попереднім при проектуванні запірного пристрою.

Аналіз конструктивних схем запірних пристроїв з вібраційним передавальним механізмом у вигляді поздовжньо-стиснених стрижнів показує, що розрахункова схема може бути представлена у вигляді рис. 1. Клапан скріплений з середньою частиною стрижня без жорсткого зв'язку з останнім. Розрахунок геометричних розмірів стрижня для забезпечення необхідного ходу клапана ведеться без урахування зусилля на клапані. Прийняті такі припущення: а) у кожен момент часу стрижень знаходиться в рівновазі; б) стрижень невагомий, тонкий; в) матеріал працює в межах пружності; г) згинальна жорсткість стрижня постійна за довжиною; д) лінія дії приведених сил залишається постійною при деформації стрижня і проходить через центри кінцевих перетинів стрижня; е) переміщення стрижня співмірні з його довжиною; ж) стрижень симетричний.

Унаслідок реалізації великих переміщень при пружному згині стрижня розрахунок необхідно проводити на підставі розв'язку точного рівняння рівноваги пружної лінії стрижня [1]:

$$\kappa - \kappa_0 = \frac{M}{H},\tag{1}$$

де M — внутрішній згинальний момент в перетині стрижня; κ і κ_0 — кривини стрижня в перерізі відповідно пружно-зігнутій подовжній осі стрижня і початкового її контура. $H = E \cdot J$ згинальна жорсткість стрижня; E — модуль пружності; J — осьовий момент інерції площі поперечного перерізу.

На підставі прийнятих припущень задача пружного вигину стрижня при великих переміщеннях належить до основного класу [1].

Розрахункові схеми (рис. 1) розрізняються тільки умовами заневолення кінців стрижня, причому при відповідному виборі системи координат схеми (а, б) та (в, г) розраховуються аналогічно. Для шарнірного заневолення кінців стрижня (схема а, б) краєві умови: $M_{0'} = 0$, $\kappa_0 = -\frac{1}{R_0}$, для консольного заневолення (схема в, г): $\xi_{0'} = \frac{\pi}{2}$, де $\xi_{0'}$ — кут нахилу дотичної в точці O до осі x'. R_0 — початковий радіус кривизни стрижня. Розрахунок для всіх випадків проводився для половини стрижня. Розглядалися три форми рівноваги стрижня: бесперегинна (характеризується відсутністю точки перегину на пружній лінії), дві перші перегинні форми (одна точка перегину на умовному продовженні пружної лінії або на останній), оскільки решта форм рівноваги не має практичного значення для передавальних пристроїв.



Рис. 1. Розрахункові схеми передавального механізму без клапана

Для схеми рис. 1, а, б на підставі розв'язання рівняння (1) отримані залежності, що визначають форму (координати середини стрижня) і напруження в стрижні. Для безперегинної форми:

$$\begin{cases} x_{1}' = \frac{l}{k \cdot \beta} \cdot E\left(\arcsin \sqrt{\frac{1}{k^{2}} - \frac{H}{4 \cdot R_{0}^{2} \cdot P_{np}}}, k \right) - \left(\frac{2}{k^{2}} - 1\right) \cdot \frac{l}{2}; \\ y_{1}' = \frac{l}{k \cdot \beta} \left(1 - \sqrt{\frac{H \cdot k^{2}}{2 \cdot R_{0} \cdot P_{np}}} \right); \\ \sigma_{\max} = \left| \frac{\pi}{2} - \frac{2 \cdot \beta}{k} \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{cases}$$

$$(2)$$

де $l = \pi \cdot R_0$ — довжина стрижня, $\beta = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{\frac{P_{np}}{H}}$ — силовий коефіцієнт подібності, k — параметр

пружної лінії. Рівняння для визначення параметра пружної лінії $\beta = k \cdot F\left(\arcsin\sqrt{\frac{1}{k^2} - \frac{H}{4 \cdot R_0^2 \cdot P_{np}}}\right);$ $E(\psi,k), F(\psi,k)$ — еліптичні інтеграли Лежандра другого–першого роду відповідно. Для перегинної форми 1:

$$\begin{aligned} x_{1}' &= \frac{\pi \cdot R_{0}}{\beta} \cdot E\left(\arccos\left(\frac{\pi}{4 \cdot \beta \cdot k}\right), k\right) - \frac{\pi \cdot R_{0}}{2}; \\ y_{1}' &= \frac{\pi \cdot R_{0}}{\beta} \left(k - \frac{\pi}{4 \cdot \beta}\right); \\ \beta &= F\left(\arccos\left(\frac{\pi}{4 \cdot \beta \cdot k}\right), k\right); \\ \sigma_{\max} &= \left|\frac{\pi}{2} - 2 \cdot k \cdot \beta\right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{aligned}$$
(3)

Для перегинної форми 2:

$$\begin{cases} x_{1}^{'} = \frac{\pi \cdot R_{0}}{\beta} \cdot \left(2 \cdot E \cdot \left(\frac{\pi}{2}, k \right) + E \left(\arccos \left(\frac{\pi}{4 \cdot k \cdot \beta} \right), k \right) \right) - \frac{\pi \cdot R_{0}}{2}; \\ y_{1}^{'} = \frac{\pi \cdot R_{0} \cdot k}{\beta} \left(-\frac{\pi}{4 \cdot k \cdot \beta} - 1 \right); \\ \beta = 2 \cdot F \left(\frac{\pi}{2}, k \right) + F \left(\arccos \left(\frac{\sqrt{H}}{2 \cdot R_{0} \cdot k \cdot \sqrt{P}} \right), k \right); \\ \sigma_{\max} = \left| \frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \beta \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{cases}$$

$$(4)$$

Для випадку закріплення кінців стрижня за рис. 1, в, г координати кінців стрижня і напруження в ньому визначаються такими залежностями. Для безперегинної форми:

$$\begin{cases} x_{1}' = \frac{\pi \cdot R_{0}}{2} \cdot \left(\frac{2}{k \cdot \beta} \cdot E\left(\frac{\pi}{4}, k\right) - \frac{2}{k^{2}} + 1\right); \\ y_{1}' = \frac{\pi \cdot R_{0}}{k \cdot \beta} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{k^{2}}{2}}\right); \\ \beta = k \cdot F\left(\frac{\pi}{4}, k\right); \\ \sigma_{\max} = \left|\frac{\pi}{2} - \sqrt{2} \cdot k \cdot \beta\right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{cases}$$

$$(5)$$

Для перегинної форми 1:

$$\begin{cases} x_{1}' = \frac{\pi \cdot R_{0}}{\beta} \cdot E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4\right)}{k}\right), k \right) - \frac{\pi \cdot R_{0}}{2}; \\ y_{1}' = \frac{\pi \cdot k \cdot R_{0}}{\beta} \left(1 - \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4\right)}{k}\right)\right) \right); \\ \beta = F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4\right)}{k}\right), k \right); \\ \sigma_{\max} = \left|\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{2} \cdot \beta}{k}\right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{cases}$$
(6)

Для перегинної форми 2:

$$\begin{cases} x_{1}' = \frac{\pi \cdot R_{0}}{\beta} \cdot \left(2 \cdot E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4\right)}{k}\right), k\right) \right) - \frac{\pi \cdot R_{0}}{2}; \\ y_{1}' = \frac{\pi \cdot R_{0} \cdot k}{\beta} \left(\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4\right)}{k}\right) \right) + 1 \right); \\ \beta = 2 \cdot F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4\right)}{k}\right), k \right); \\ \sigma_{\max} = \left| \beta \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{2} \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{cases}$$
(7)

Для визначення форми стрижня розраховуються минімально та максимально можливі значення силового коефіцієнта подібності β за ймовірними значеннями параметра пружної лінії k. За заданим β визначається форма стрижня при заданому навантаженні. Далі з рівняння, що зв'язує β і k (третє за порядком рівняння в групах рівнянь (3)–(7)), розраховується методом ітерації параметр пружної лінії, при якому задовольняється рівняння і знаходять координати середини стрижня і максимальні напруження в ньому.

Попередній розрахунок геометричних розмірів стрижня полягає в підборі R_0 , b і h при забезпеченні необхідного ходу середньої частини стрижня з умов міцності. Остаточний статичний розрахунок виконується із врахуванням зусилля, яке передається від запірного органу на стрижень. Розрахункову схему наведено на рис. 2.



Рис. 2. Розрахункова схема деформування стрижня

Осі координат прийняті так, що їх початок збігається з краєвим перерізом стрижня, а вісь напрямлена вздовж рівнодіючої сили в точці кріплення стрижня, що складається із зусилля приводу

і реакції в опорі. Кут між осями x'і x"— $\alpha = arctg\left(\frac{N}{P_{np}}\right)$. Зусилля 2N, яке передається з клапана

на стрижень, стале за напрямом і прикладене посередині стрижня. З рівняння (1) отримані залежності, що визначають положення кінців стрижня і напруженння в них. Для умови закріплення за рис. 1, а, б для безперегинної форми:

$$\beta = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{\frac{P}{H}}, \ P = \sqrt{P_{np}^{2} + N^{2}}.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_{1}^{"} &= \frac{l}{k \cdot \beta} \cdot \left(E\left(\frac{\alpha}{2}, k\right) + E\left(\arcsin\sqrt{\frac{1}{k^{2}} - \frac{H}{4 \cdot P \cdot R_{0}^{2}}}, k\right) \right) - \frac{l}{2}\left(\frac{2}{k^{2}} - 1\right); \\ y_{1}^{'} &= \frac{l}{k \cdot \beta} \cdot \left(\sqrt{1 - k^{2} \cdot \sin^{2}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - \sqrt{\frac{H \cdot k^{2}}{4 \cdot P \cdot R_{0}^{2}}} \right); \\ \beta &= k \cdot \left(F\left(\frac{\alpha}{2}, k\right) + F\left(\arcsin\sqrt{\frac{1}{k^{2}} - \frac{H}{4 \cdot P \cdot R_{0}^{2}}}, k \right) \right); \\ \sigma_{\max} &= \left| \frac{\pi}{2} - \frac{2 \cdot \beta}{k} \sqrt{1 - k^{2} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_{0}}; \end{aligned} \right\}$$

$$(8)$$

Для перегинної форми 1:

$$\begin{cases} x_1'' = \frac{\pi \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/2\right)}{k}\right), k\right) + E\left(\arccos\left(\frac{\pi}{4 \cdot \beta \cdot k}\right), k\right) \right) - \frac{\pi \cdot R_0}{2}; \\ y_1' = \frac{\pi \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(\sqrt{k^2 - \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - \frac{\pi}{4 \cdot \beta} \right); \\ \beta = F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/2\right)}{k}\right), k\right) + F\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{H}}{2 \cdot R_0 \cdot k \cdot \sqrt{P}}\right), k\right); \\ \sigma_{\max} = \left| \frac{\pi}{2} - 2 \cdot k \cdot \beta \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/2\right)}{k}\right) \right) \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_0}; \end{cases}$$
(9)

Для перегинної форми 2:

$$\begin{cases} x_1'' = \frac{\pi \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(2 \cdot E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right), k\right) + E\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{H}}{2 \cdot R_0 \cdot k \cdot \sqrt{P}}\right), k\right) \right) - \frac{\pi \cdot R_0}{2}; \\ y_1'' = \frac{\pi \cdot k \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(-\frac{\sqrt{H}}{2 \cdot R_0 \cdot k \cdot \sqrt{P}} - \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right) \right) \right); \\ \beta = 2 \cdot F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right), k\right) + F\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{H}}{2 \cdot R_0 \cdot k \cdot \sqrt{P}}\right), k\right); \\ \sigma_{\max} = \left| \frac{\pi}{2} - 2 \cdot k \cdot \beta \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right) \right) \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_0}; \end{cases}$$
(10)

Для умови закріплення кінців стрижня згідно з рис. 1, в отримані такі залежності: Для безперегинної форми:

$$\begin{cases} x_1'' = \frac{\pi \cdot R_0}{2} \cdot \left(\frac{2}{k \cdot \beta} \cdot \left(E\left(\frac{\alpha}{2}, k\right) + E\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}, k\right) \right) - \frac{2}{k^2} + 1 \right); \\ y_1'' = \frac{\pi \cdot R_0}{k \cdot \beta} \cdot \left(\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)} \right); \\ \beta = k \cdot \left(F\left(\frac{\alpha}{2}, k\right) + F\left(\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right), k\right) \right); \\ \sigma_{\max} = \left| \frac{\pi}{2} - 2 \cdot k \cdot \beta \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_0}; \end{cases}$$
(11)

Для перегинної форми 1:

$$\begin{cases} x_1'' = \frac{\pi \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right), k \right) + E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4 - \alpha/2\right)}{k}\right), k \right) \right) - \frac{\pi \cdot R_0}{2}; \\ y_1'' = \frac{\pi \cdot R_0 \cdot k}{\beta} \cdot \left(\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right) \right) - \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4 - \alpha/2\right)}{k}\right) \right) \right); \\ \beta = F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right), k \right) + F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4 - \alpha/2\right)}{k}\right), k \right); \\ \sigma_{\max} = \left| \frac{\pi}{2} - \frac{2 \cdot \beta}{k} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_0}; \end{cases}$$
(12)

Для перегинної форми 2:

$$\begin{aligned} x_1'' &= \frac{\pi \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(2 \cdot E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) + E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right), k\right) - E\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4 - \alpha/2\right)}{k}\right), k\right) \right) - \frac{\pi \cdot R_0}{2}; \\ y_1'' &= \frac{\pi \cdot k \cdot R_0}{\beta} \cdot \left(\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4 - \alpha/2\right)}{k}\right) \right) + \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right) \right) \right); \\ \beta &= 2 \cdot F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) + F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha/2\right)}{k}\right), k\right) - F\left(\arcsin\left(\frac{\sin\left(\pi/4 - \alpha/2\right)}{k}\right), k\right); \end{aligned}$$
(13)
$$\sigma_{\max} = \left| \beta \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\pi}{2} \right| \cdot \frac{E \cdot h}{\pi \cdot R_0}; \end{aligned}$$

Перехід від системи *х"0 у"* до системи *х'0 у*'здійснюється за відомими формулами повороту осей координат.

Остаточний статичний розрахунок проводиться в такому порядку. Початковими даними для розрахунку є геометричні розміри стрижня, отримані з попереднього розрахунку. Для них визначають зусилля приводу P_{np} , при якому створюється реакція 2N – необхідне зусилля герметизації на запірному органі при максимальних напруженнях в стрижні. За цими результатами

коригуються розміри стрижня за умови задоволення міцності стрижня та мінімальних габаритів вібраційного передавального механізму.

Зусилля приводу для створення необхідного зусилля герметизації 2N на заданому ході клапана (ході середньої частини стрижня) визначають у декілька етапів. Спочатку знаходять зусилля приводу, необхідне для забезпечення ходу клапана із положення "відкрито" в положення "закрито". Середина стрижня при цьому отримає переміщення, що дорівнює ходу клапана. Реакція 2N приймається рівною 0. Після цього, постійно збільшуючи зусилля приводу, знаходять ітераційним методом таке значення реакції 2N, при якому забезпечується таке переміщення середньої частини стрижня, яке дорівнює ходу клапана. Надалі, задавшись величию 2N, визначають значення силового коефіцієнта подібності β , а за його значенням — форму пружної осі стрижня. Після визначення форми стрижня розраховують параметр пружної лінії k. Потім знаходять координати пружної лінії і напруження згину. Якщо переміщення стрижня більше ходу клапана, то збільшують значення реакції 2N, а якщо менше, то зменшують. Умовою виходу з цього циклу є забезпечення рівності реакції 2N за необхідного зусилля герметизації.

Висновок. Результати аналізу пропонованої удосконаленої методики статичного розрахунку вібраційного передавального механізму приводу запірного пристрою на основі поздовжньо-стиснених пружних стрижнів та попередні розрахунки показали, що привід, побудований за рис. 1, а, б, дає виграш в зусиллі приводу більш ніж удвічі порівняно з конструкціями, у яких зусилля приводу передається безпосередньо на запірний пристрій через шток. Привід за рис. 1, а, б характеризується меншими габаритами порівняно з консольним закріпленням стрижнів (рис. 1, в. г), проте останній відрізняється простотою у виготовленні і відсутністю зазорів у місцях кріплення стрижнів.

1. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней. — М.: Наука, 1986 г. 2. Белоус Б.Д., Тыжай В.С. Конструкции и методика расчета приводов трубопроводной арматуры для криогенных температур // Тезисы докладов научно-технического семинара «Совершенствование конструкции трубопроводной пневмогидроарматуры». — К.: Центральный институт научнотехнической информации и технико-экономических исследований по химическому и нефтяному машиностроению, 1987 г.