

## РЕКОНСТРУКЦІЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ РУХІВ ЗЕМНОЇ КОРИ ЗА ДАНИМИ МАРЕОГРАФІЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

**Мета.** Мета дослідження: виконати реконструкцію вертикальних рухів земної кори на прикладі кристалічного масиву Авалонії, а саме на території Нідерландів, за даними мареографічних спостережень у 1900–2012 рр.; дослідити зміну кінематичних параметрів кристалічного масиву, на якому розташовані відібрані для дослідження мареографи, залежно від вибраної середньої епохи спостережень  $t_0$  та періоду усереднення результатів мареографічних спостережень  $\Delta t$ . Априорно прийнято, що кристалічний масив – це жорсткий тектонічний блок з лінійним полем вертикальних швидкостей. **Методика.** Для виконання реконструкції вертикальних рухів земної кори розроблена методика встановлення необхідної тривалості мареографічних спостережень для визначення вертикальних рухів із заданою точністю. Крім цього, розроблено алгоритм визначення кінематичних параметрів тектонічного блока, які характеризують положення лінії нульових швидкостей вертикальних рухів, максимальний кут нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha$ , азимут напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta$ . Визначення цих параметрів виконано методом ітерацій в декілька етапів. Нульове наближення визначає приблизні значення шуканих параметрів, які слугують вихідними даними для виконання першого наближення. Перше наближення – це метод точного розв’язання, який передбачає пошук оптимального просторового положення тектонічного блока відносно мареографів і їх швидкостей. В цьому наближенні також виконується пошук мінімуму функції відхилення моделі руху блока відносно реальних вимірів мареографів. Розв’язок цієї задачі, а саме пошук мінімуму цільової функції, виконано градієнтним методом Флетчера–Рівса. Виконуючи другу ітерацію, перевіряють збіжність результатів шуканих параметрів та виконують оцінку їх точності за допомогою методу найменших квадратів. **Результати.** Результати цього дослідження: встановлено зміни швидкості руху мареографів залежно від зміни середньої епохи  $t_0$  та періоду усереднення результатів спостережень  $\Delta t$ . Для тектонічного блока Авалонія встановлено залежність зміни максимального кута нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha$  та азимута напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta$  від вибраної середньої епохи  $t_0$  та періоду усереднення результатів спостережень  $\Delta t$ . Побудовано просторову кінематичну модель руху тектонічного блока Авалонія для  $\Delta t = 70$  років. Проаналізовано зміну в часі поля швидкостей вертикальних рухів блока. Проведено ретроспективний аналіз зміни кінематичних параметрів досліджуваної території. **Наукова новизна.** Встановлено залежність лінійної швидкості вертикального руху мареографів  $V_{\text{мар}}$  та середньої квадратичної похибки  $m_{V_{\text{мар}}}$  від періоду усереднення результатів спостережень  $\Delta t$ . За результатами спостережень виявлено, що амплітуда швидкості руху мареографів зростає зі зменшенням періоду усереднення результатів спостережень  $\Delta t$ . За даними мареографічних спостережень було встановлено, що швидкість опускання тектонічного блока Авалонія поступово зменшується в часі. Азимут  $\beta$  зміщується в південному напрямку. Отримані схеми вертикальних рухів земної поверхні досліджуваної території за даними мареографічних спостережень загалом збігаються з результатами повторних нівелювань. **Практична значущість.** За результатами дослідження розроблено теоретичні засади і методику визначення кінематичних параметрів поля швидкостей вертикальних рухів земної кори тектонічних блоків за даними тривалих мареографічних спостережень. Побудовано кінематичну модель поля швидкостей тектонічного блока Авалонія. Встановлені залежності кінематичних параметрів блока слугуватимуть для подальшого поглибленого дослідження вертикальних рухів земної кори території Європи загалом, а в разі необхідності – її окремих частин. Запропоновану методику можна використати для аналогічного дослідження інших регіонів світового узбережжя. Вона також дозволяє прогнозувати зміни положення берегової лінії, що має вагомий вплив під час проектування та будівництва гідротехнічних споруд на прибережних територіях. Окрім цього, методика надає можливість виконувати реконструкцію вертикальних рухів земної кори в минулому.

**Ключові слова:** вертикальний рух земної кори, ГНСС-станції, мареограф, тектонічний блок, реконструкція вертикальних рухів.

**Вступ**

Вивчення сучасних рухів земної кори – одна з актуальних проблем науки про Землю, яка має вагоме теоретичне і практичне значення. Відомості про повільні рухи земної кори (особливо в тектонічно рухомих сейсмічних областях) стають все необхіднішими під час створення опорних геодезичних мереж, проектування великих довготривалих споруд – портів, каналів, гідроелектростанцій.

Сьогодні існують різноманітні методи спостережень за рухами земної кори, зокрема, їх досліджують за допомогою геодезичних, геофізичних, геоморфологічних і океанографічних методів.

Поява ГНСС-станцій уможливила проведення дослідження вертикальних рухів земної кори з великою точністю. Їх просторове розміщення дає змогу здійснювати моніторинг на глобальному і локальному рівнях.

Систематичні спостереження за допомогою мареографів та футштоків дають змогу надійно оцінювати зміни рівня морів і рухів берегової лінії континентів. Однак цей вид досліджень має певні особливості і складності. Вони полягають у тому, що записи мареографів, які фіксують рівень моря, містять дві складові: океанографічну (пов'язану зі змінами в океані) і складову вертикального руху земної кори (оскільки самі прилади розташовані на суші). Ще однією особливістю є те, що мареографи фіксують вертикальне зміщення пункту відносно поверхні геоїда по прямовисній лінії, а ГНСС-приймачі – відносно поверхні референц-еліпсоїда по нормалі до нього.

Визначені миттєві швидкості вертикальних рухів земної кори за допомогою мареографічних спостережень різко змінюються в часі, мають низьку точність фіксації положення реального рівня моря. Тому тут доцільно говорити про усереднення результатів, яке дозволить відфільтрувати впливи нетектонічної природи. На основі усереднених мареографічних спостережень за певний проміжок часу можна визначити повільні рухи земної кори, які мають, як правило, тектонічну природу.

Існує декілька методик визначення параметрів вертикальних рухів земної кори на основі даних рівня моря.

У роботі [Bindoff N., 2007] автори дослідили середню величину абсолютного глобального зростання рівня моря для ХХ століття. Вона становить  $1,8 \pm 0,5$  мм/рік. Це значення отримане усередненням записів мареографів, які розташовані вздовж світового узбережжя.

У дослідженні [Bouin M., 2010] автори для визначення вертикального руху берегової лінії світу від величини  $1,8 \pm 0,5$  мм/рік віднімали значення відносних трендів рівня моря, отриманих із записів мареографів. Але існують регіони, в яких тренди перевищують глобальне середнє значення рівня моря в 10 разів (наприклад, у західній частині Тихого і східній частині Індійського океанів). Тому такий

підхід до визначення вертикальних рухів земної кори не є цілком виправданим.

Такою самою методикою користувались [Bingley R., 2001] під час дослідження вертикальних рухів земної кори Великої Британії, але вважали, що величина глобального середнього зростання рівня моря дорівнює 1,5 мм/рік.

В зв'язку з розбіжностями виявлення величини середнього зростання рівня моря дані вертикальних рухів земної кори необхідно порівнювати з результатами ГНСС-спостережень та з результатами альтиметричних вимірювань.

Порівняння даних супутникової альтиметрії та даних мареографів, з метою дослідження вертикальних рухів земної кори, здійснено в дослідженнях [Nerem R., 2002; Kuo C., 2004; Kuo C., 2008]. Але на результати альтиметричних вимірювань впливають десятирічні варіації рівня моря (наприклад, Тихоокеанське десятирічне коливання). Для того, щоб це виключити, потрібні тривалі часові серії альтиметричних вимірювань.

Альтиметричні спостереження ведуться лише 20 років, що зовсім не достатньо для впевненого визначення вертикальних рухів земної кори.

Методика, запропонована [Zervas S., 2013], стосується врахування океанічних «залишків» та індивідуального сезонного циклу станцій. Але не для всіх мареографів Європи наявна база даних значень індивідуального сезонного циклу станцій. Ця база наповнена значеннями для мареографів Північної та Південної Америки.

У дослідженні [Santamaría-Gómez A., 2014] автори запропонували новий підхід для точного визначення довгоперіодичних вертикальних рухів земної кори. Він полягає у визначенні подвійних різниць довгоперіодичних записів мареографа і короткоперіодичних даних супутникової альтиметрії. Такий підхід не передбачає використання величини абсолютного зростання рівня моря, а завдяки подвійному відніманню альтиметричних швидкостей авторам вдалось уникнути похибок супутникової альтиметрії, таких як: орбітальна і похибки приповерхневого тиску, запізнення висотоміра.

Методи дистанційного зондування Землі також можна застосовувати для дослідження вертикальних рухів земної кори. Високоточні фотограмметричні знімки за тривалий проміжок часу дають змогу відстежити зміну вертикального положення об'єктів і берегових ліній.

Дослідники [Gaudi S., 2010] виконували реконструкцію вертикальних рухів території кальдери Campi Flegrei (розміщеної на південно-західному узбережжі Італії) за результатами геометричного нівелювання, а також за допомогою наземних фотознімків цієї території.

Значний обсяг робіт вже виконано в напрямку дослідження вертикальних рухів земної кори за допомогою мареографічних спостережень, але залишається нерозв'язаною низка задач. Необхідно дослідити, з якою точністю можна визначити вертикальні рухи земної кори за допомогою

мареографічних спостережень, а також з'ясувати, як на основі мареографічних часових серій спостережень можна виконати з певною достовірністю реконструкцію вертикальних рухів земної кори з урахуванням тектонічної будови території.

**Мета**

Мета роботи – дослідження точності визначення вертикальних рухів земної кори за допомогою мареографічних спостережень, а також реконструкція вертикальних рухів земної кори на задану середню епоху спостережень (на прикладі території Авалонії).

**Дослідження точності визначення вертикальних рухів земної кори за допомогою мареографічних спостережень**

Місячні та річні серії зміни середніх морських рівнів, отримані глобальною мережею мареографів, архівуються та публікуються PSMSL (Permanent Service for Mean Sea Level). Заснована в 1933 р., PSMSL відповідає за збір, публікацію, аналіз та інтерпретацію даних рівня моря від глобальної мережі мареографів.

Дані для опрацювання часових серій мареографів відібрано з використанням сайту <http://www.psmsl.org/>.

Географічне розміщення мареографів не є однорідним, оскільки більшість з них розташована у Північній півкулі. На рис. 1 зображено розташування мареографів на світовій береговій лінії. Колір забарвлення мареографа вказує на довжину його часової серії.

Ми вибрали територію Європи для дослідження точності визначення вертикальних рухів земної кори за даними мареографічних спостережень.

Для цього ми створили базу даних, яка містить назви мареографів Європи, координати їх розташування, тривалість спостережень та часові серії спостережень.

Для визначення швидкостей вертикального руху земної кори для кожного відліку за мареографом складено такі рівняння:

$$h_{\text{мар}i} = -V_{\text{мар}} \cdot t_i + a, \quad (1)$$

де  $a$  – невідомий коефіцієнт;  $V_{\text{мар}}$  – вертикальна швидкість руху мареографа, протилежна за знаком до швидкості зміни рівня моря;  $h_{\text{мар}i}$  – відлік за мареографом на епоху  $t_i$ .



Довжина часової серії

■ >100 років  
 ■ >75 років  
 ■ >50 років  
 ■ >30 років  
 ■ <30 років

- територія Європи

**Рис. 1.** Схема розташування мареографів на світовій береговій лінії  
**Fig. 1.** Location of tide gauges on the world coastline

Розв'язання цієї системи рівнянь за способом найменших квадратів дає змогу визначити вертикальну швидкість руху мареографа  $V_{мар}$  і коефіцієнт  $a$ . Середню квадратичну похибку  $m_{мар}$  визначення швидкості  $V_{мар}$  за певний період спостережень можна обчислити за виразом (2):

$$m_{мар} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k [h_i + V_{мар} \cdot t_i - a]^2}{k - 1}}, \quad (2)$$

де  $k$  – кількість відліків.

Різноманітні ендегенні та екзогенні фактори впливають на водну поверхню, а отже, і на результати мареографічних спостережень. У них різна природа, характер дії (випадковий чи систематичний), часовий масштаб (від кількох секунд до мільйонів років). Зокрема, спостереження за рівнем моря зазвичай показують значні регіональні коливання внаслідок дії геодинамічних процесів та змін в океанічній і атмосферній циркуляції.

Найбільші внески в зростання рівня моря роблять термальне розширення, спричинене нагріванням океанів, і втрата об'єму льоду, розташованого на суші (танення льодовиків, льодовикових покривів та льодовикових шапок).

Найприйнятнішим способом оцінювання термального розширення океану вважається використання AOGCM моделей (Atmosphere-Ocean General Circulation Model). Протягом останніх 100 років середня тенденція зростання рівня моря внаслідок термального розширення – від 0,3 до 0,7 мм/рік [Church J., 2001].

Спостереження балансу маси й обчислення, основані на змінах температури, показують зменшення маси льодовиків і льодовикових покривів. У результаті внесок у зростання глобального середнього рівня моря протягом останнього століття становить від 0,2 до 0,4 мм/рік [Church J., 2001].

Менш істотними є вплив солоності, зміни об'єму водосховищ, випаровування, зрошування та інших факторів. Наприклад, [Antonov J., 2002] дослідили, що глобальна середня зміна солоності вносить 0,05 мм/рік у зростання рівня моря останніх 50 років.

Після виявлення всіх факторів, внаслідок яких відбувається зміна рівня моря, ми запропонували свою класифікацію цих факторів.

Так, за масштабом (місцем дії) їх можна поділити на глобальні, регіональні й локальні.

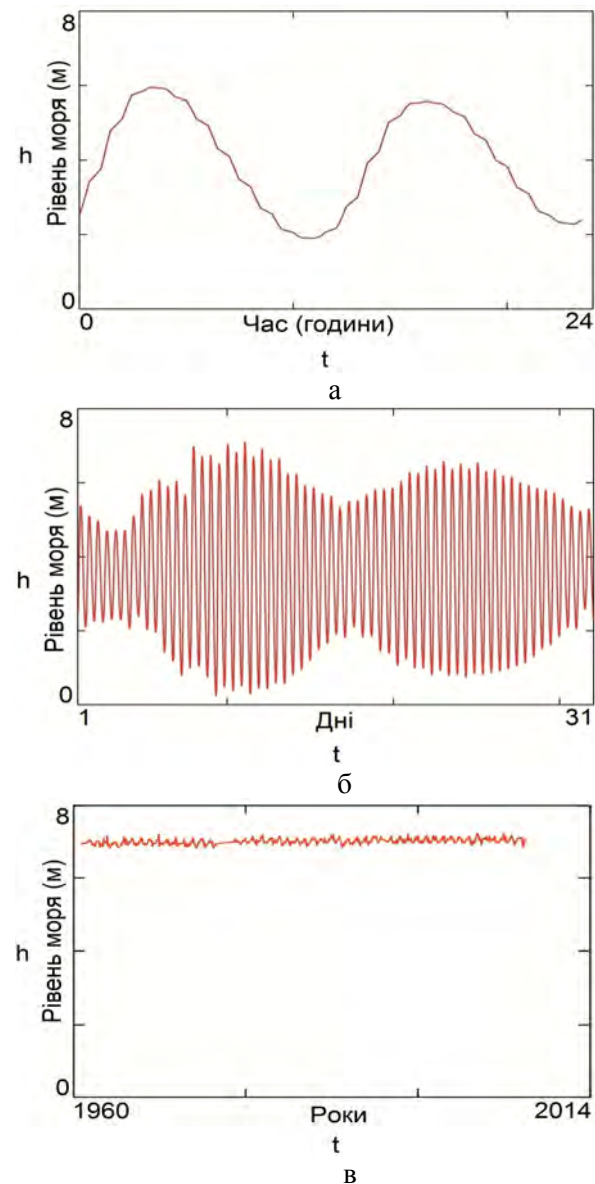
За тривалістю – на короткоперіодичні, довгоперіодичні й івові.

До змін у рівнях моря, спричинених зміною гравітаційного поля, зараховано припливи, ізостацію і зміну поверхні геода.

Можна запропонувати ще одну класифікацію, поділивши всі фактори на екзогенні (до них належать атмосферний тиск, випаровування та інші фактори) та ендегенні (тектонічне підняття чи опускання, евстазійні рухи тощо).

У результаті дії цих факторів вони впливають на результати вимірювання рівня моря.

На рис. 2 зображено зміну рівня моря на станції Dover (Велика Британія) протягом доби (рис. 2, а), протягом березня 2012 р. (рис. 2, б) та з моменту встановлення (рис. 2, в). Вихідними даними для побудови рис. 2, а і рис. 2, б є усереднені 15-хвилинні значення рівня моря, а для рис. 2, в – усереднені місячні значення рівня моря.



**Рис. 2.** Зміна рівня моря на станції Dover (Велика Британія) протягом доби:

а – вихідні дані – усереднені 15-хвилинні значення рівня моря протягом місяця; б – вихідні дані – усереднені 15-хвилинні значення рівня моря та з моменту встановлення; в – вихідні дані – усереднені місячні значення рівня моря

**Fig. 2.** Sea level change at the Dover station (UK) during the day:

а – input data – 15-minute averaged values of sea level), during the month; б – input data – 15-minute averaged values of sea level and after the installation; с – input data – monthly averaged values of sea level



Бачимо, що значні коливання з амплітудою майже 7 м спостерігаються навіть протягом місяця. Основна причина – явище припливів, які майже всюди відбуваються двічі на добу. Якщо порівняти ці графіки зі зміною рівня моря на цій станції від початку її встановлення (рис. 2, в), то бачимо, що амплітуда коливань зменшується. Причиною зменшення амплітуди коливань є усереднення результатів спостережень (у цьому випадку ми використовували місячні значення рівня моря). Усереднення результатів спостережень виключає вплив факторів, описаних вище.

Довготривалі періоди спостережень дають нам змогу виявити систематичну складову рухів земної кори, тоді як усереднення коротших періодів спостережень є проявом впливів різноманітних факторів, які впливають на водну поверхню, або проявом локальних рухів земної кори на цій території.

Щоб знайти відповідь на питання, з якою точністю ми можемо визначити рухи земної кори із записів мареографів та скільки часу потрібно проводити спостереження, щоб досягти заданої точності, міркуватимемо так.

Очевидним є той факт, що різноманітні фактори впливають на рівень моря, але здебільшого всі вони мають періодичний характер (наприклад, зміна атмосферного тиску коливається з року в рік; припливи і відпливи, майже всюди, відбуваються двічі на добу; El Niño-Southern Oscillation виникає раз на 3–7 років і триває від 12 до 18 місяців). Збільшення інтервалу усереднення призводить до поступового позбавлення впливу цих факторів. У результаті залишається лінійна складова, яка, очевидно, відображає вертикальний рух земної кори на цій прибережній території. Можливо, на ній знайде відображення й океанографічна складова (як-от термальне розширення океану внаслідок глобального потепління), але в тому випадку, якщо вона має систематичний прояв. Але якщо дані лінійних швидкостей мареографів збігатимуться з даними лінійних швидкостей ГНСС-станцій, які розташовані поблизу мареографів, то це, очевидно, дає підстави вважати, що це рухи земної кори, а не вплив океанографічної складової.

Приймемо, що середня квадратична похибка визначення вертикального руху земної кори за допомогою мареографічних спостережень  $m_{V_{мар}}$  повинна бути на порядок вища від самої вертикальної швидкості мареографа  $V_{мар}$ .

Встановлено, що середня швидкість мареографів Європи з урахуванням знака їх руху («+» – підняття, «-» – опускання) дорівнює  $-0,7$  мм/рік. Однак швидкість руху мареографа за абсолютною величиною без урахування напрямку руху становить  $2,56$  мм/рік. Відповідно точність визначення вертикальної швидкості повинна бути на порядок вищою, тобто дорівнювати  $0,256 \approx 0,3$  мм/рік.

З розв'язку системи рівнянь (1) ми отримали значення  $V_{мар}$ , а з виразу (2) – значення  $m_{V_{мар}}$  для різної тривалості спостережень. Для прикладу проілюструємо вплив тривалості спостережень на

значення  $V_{мар}$  та  $m_{V_{мар}}$  для мареографа Travemunde (Німеччина). На цьому мареографі спостереження проводились з 1856 до 2013 рр. Вихідними даними для проведення дослідження слугували місячні значення рівня моря.

У табл. 1 наведено фрагмент результатів обчислення  $V_{мар}$  та  $m_{V_{мар}}$  залежно від тривалості спостережень на мареографі Travemunde (Німеччина).

На рис. 3 наведено приклад зміни величини лінійної швидкості (червоні точки) і їх точності (сині точки) залежно від вибраного інтервалу часу для мареографа Travemunde (Німеччина).

Таблиця 1  
Фрагмент результатів обчислення  $V_{мар}$   
та  $m_{V_{мар}}$  залежно від тривалості спостережень  
на мареографі Travemunde (Німеччина)

Table 1  
Fragment of calculation results of  $V_{TG}$  and  $m_{V_{TG}}$   
depending on the duration of observation  
on Travemunde tide gauge (Germany)

$V_{мар}$ , мм/рік	$m_{V_{мар}}$ , мм/рік	Тривалість спостережень, років	Початок спостережень	Кінець спостережень
0,9	0,6	27,3	1928,0	1955,3
0,9	0,6	27,3	1955,4	1982,7
1,8	0,5	30,4	1928,0	1958,4
2,2	0,5	32,5	1979,5	2012,0
2,0	0,4	33,7	1928,0	1961,7
1,3	0,5	33,7	1961,8	1995,5
1,7	0,4	37,5	1928,0	1965,5
1,1	0,4	37,5	1965,5	2003,0
2,0	0,4	37,6	1974,4	2012,0
1,9	0,3	41,6	1928,0	1969,6
1,7	0,3	41,7	1969,7	2011,4
2,0	0,3	46,3	1928,0	1974,3
1,8	0,2	51,5	1928,0	1979,5

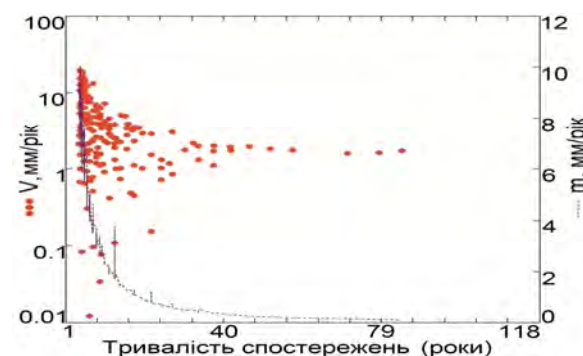


Рис. 3. Залежність  $V_{мар}$  та  $m_{V_{мар}}$

для різних періодів спостережень залежно від їх тривалості на прикладі мареографа Travemunde (Німеччина)

Fig. 3. Dependence of  $V_{TG}$  and  $m_{V_{TG}}$  for different periods of observations depending on their duration as an example on Travemunde tide gauge (Germany)

З рис. 3 бачимо, що упродовж коротких періодів спостережень (до 20–30 років) спостерігаються значні розбіжності у визначенні лінійної швидкості для різних ділянок часового ряду. Але за триваліших спостережень значення лінійних швидкостей стабілізуються. З табл. 1 бачимо, що, починаючи з 41,6 року спостережень, значення  $m_{V_{мар}}$  становить 0,3 мм/рік.

За такою схемою проаналізовано часові серії всіх мареографів Європи і для кожного з них встановлено необхідну тривалість спостережень для досягнення потрібної точності визначення лінійної швидкості. Результати досліджень наведено на рис. 4.

Детальний аналіз літературних джерел, в яких досліджено це питання, а також табличне представлення необхідної тривалості спостережень на мареографах Європи для досягнення заданої точності наведено в [Tretyak K., 2014].

**Обґрунтування визначення вертикальних рухів земної кори за даними мареографічних спостережень**

У публікації [Tretyak K., 2014] порівняно результати мареографічних та ГНСС-спостережень з метою дослідження вертикального руху земної кори в цих регіонах. Для цього опрацьовано базу часових серій ГНСС-станцій, розташованих неподалік відповідного мареографа. Для опрацьовування часових серій взято дані та відібрано ГНСС-станції з використанням сайту Невадської геодезичної лабораторії NGL (Nevada Geodetic Laboratory) <http://geodesy.unr.edu/index.php>. Використано добові значення висот ГНСС-станцій.

Після цього ми обчислили швидкості зміни висотного положення ГНСС-станцій ( $V_{ГНСС}$ ) та середні квадратичні похибки їх визначення ( $m_{V_{ГНСС}}$ ) за формулами (3) і (4):

$$h_{ГНСС_i} = V_{ГНСС} \cdot t_i + a, \quad (3)$$

де  $a$  – невідомий коефіцієнт,  $V_{ГНСС}$  – невідома швидкість,  $h_{ГНСС_i}$  – висота, виміряна ГНСС-приймачем на епоху  $t_i$ .

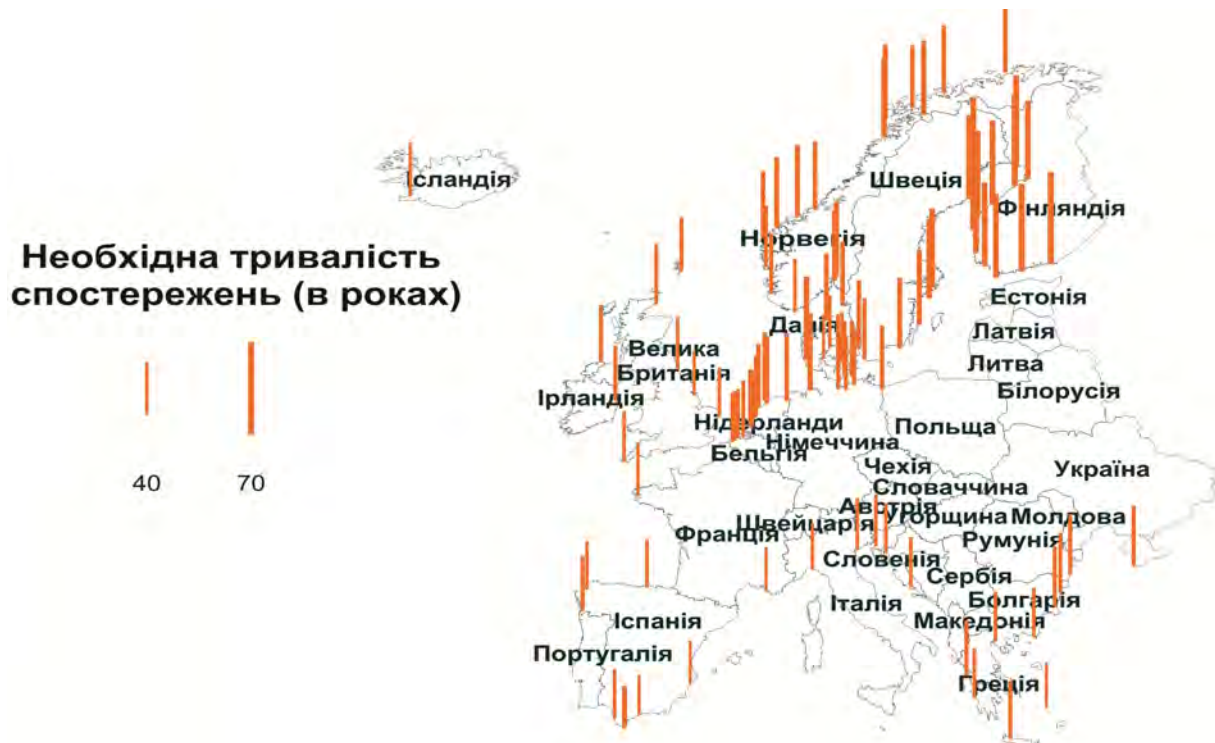
Розв’язання цієї системи рівнянь за способом найменших квадратів дасть змогу визначити швидкість  $V_{ГНСС}$  і коефіцієнт  $a$ . Середню квадратичну похибку  $m_{V_{ГНСС}}$  визначення  $V_{ГНСС}$  з часової серії можна знайти за формулою (4):

$$m_{V_{ГНСС}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^r [h_i - V_{ГНСС} \cdot t_i - a]^2}{r - 1}}, \quad (4)$$

де  $r$  – кількість відліків.

Для всіх відібраних ГНСС-станцій значення середньої квадратичної похибки  $m_{V_{ГНСС}}$  визначення лінійної швидкості  $V_{ГНСС}$  – у межах  $0,03 \leq m_{V_{ГНСС}} \leq 0,30$  мм/рік.

Після цього побудовано схему (рис. 5) швидкостей (мм/рік) вертикальних рухів земної кори Європи на основі результатів мареографічних та ГНСС-спостережень.

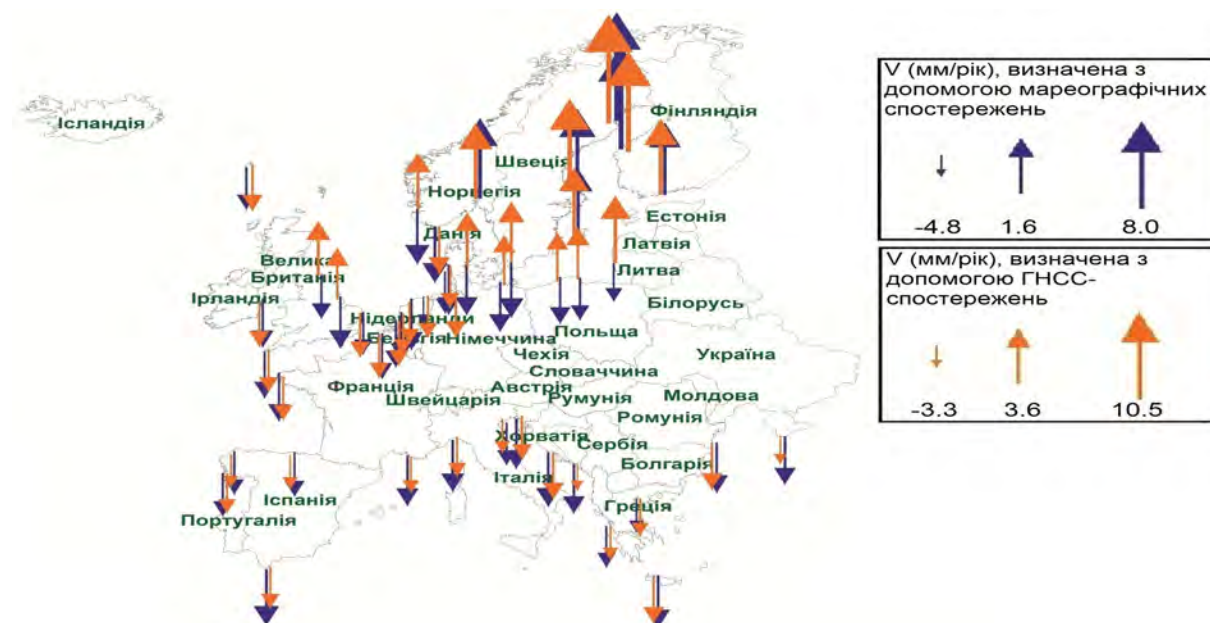


**Рис. 4.** Графічне зображення необхідної тривалості спостережень на мареографах Європи для досягнення заданої точності визначення вертикальних рухів земної кори  $m_{V_{мар}} = 0,3$  мм/рік  
**Fig. 4.** Graphic image of the desired duration of observations on the European tide gauges to achieve a given precision of vertical land movement determination  $m_{V_{TG}} = 0,3$  mm/yr

Як видно з аналізу рис. 5, для більшості території Європи результати визначення вертикальних рухів земної кори, одержані за допомогою мареографічних спостережень, збігаються з результатами, отриманими за допомогою ГНСС-спостережень, незважаючи на те, що вони не співвимірні в часі. Тривалість мареографічних часових серій, в деяких випадках, перевищує 100 років, а часові серії ГНСС-приймачів тривають до

20 років. Але для більшості території Європи очевидним є збіг результатів дослідження. Однак існують розбіжності між результатами спостережень. Розбіжність виникла навіть тоді, коли ми визначили величину лінійного тренду мареографів за останні 30–50 років спостережень.

Перелік мареографів і ГНСС-станцій, на яких встановлено розбіжності у результатах визначення вертикальних рухів земної кори, наведено в табл. 2.



**Рис. 5.** Схема швидкостей вертикальних рухів земної кори Європи на основі результатів мареографічних та ГНСС-спостережень, мм/рік  
**Fig. 5.** Diagram of velocity of vertical movements of the earth's crust, based on the results of tide gauge and GNSS-observations, mm/yr

Таблиця 2

**Перелік мареографів і ГНСС-станцій, на яких встановлено розбіжності у результатах визначення вертикальних рухів земної кори**

Table 2

**List of tide gauges and GNSS-stations, on which discrepancies in the definitions of the vertical movements of the earth's crust were found**

Країна	Назва станції (мареограф) (ГНСС-станція)	Часовий діапазон	L, °N	B, °E	$V_{\text{мар}} + m_{V_{\text{мар}}}$ , мм/рік	Відстань між мареографом і ГНСС-станцією, км
Норвегія	Stavanger	1919–2012	58,97	5,73	$-0,45 \pm 0,11$	8,94
	STAS	2001–2014	59,02	5,60	$1,62 \pm 0,21$	
Литва	Klaipeda	1949–2011	55,70	21,13	$-3,11 \pm 0,35$	1,89
	KLPD	2005–2009	55,72	21,12	$3,42 \pm 0,13$	
Польща	Wladyslawowo	1951–1999	54,80	18,42	$-2,48 \pm 0,46$	0,37
	WLAD	2003–2010	54,80	18,42	$0,83 \pm 0,06$	
	Ustka	1951–1999	54,58	16,87	$-1,75 \pm 0,43$	20,40
	REDZ	2008–2014	54,47	17,12	$0,38 \pm 0,09$	
Данія	Hornbaek	1898–2012	56,09	12,46	$-0,41 \pm 0,10$	39,24
	BUDP	2005–2014	55,74	12,50	$2,15 \pm 0,21$	
	Fredericia	1890–2012	55,56	9,75	$-1,10 \pm 0,05$	15,17
	SMID	2003–2014	55,64	9,56	$1,04 \pm 0,16$	
Німеччина	Warnemunde 2	1855–2011	54,17	12,10	$-1,25 \pm 0,05$	0,16
	WARN	2003–2014	54,17	12,10	$0,58 \pm 0,15$	
Велика Британія	North Shields	1895–2012	55,01	-1,44	$-2,24 \pm 0,20$	0,07
	NSTG	2003–2010	55,01	-1,44	$1,28 \pm 0,07$	
	Immingham	1960–2011	53,63	-0,19	$-1,03 \pm 0,19$	20,11
	EASN	2005–2010	53,65	-0,12	$0,79 \pm 0,09$	



Територія, на якій спостерігаються розбіжності у результатах, простягається у межах 55–60° N і 5°W–25° E. Причини таких відмінностей потребують подальшого дослідження. На цих станціях середні квадратичні похибки – в межах визначення величин лінійних швидкостей. Можливо, основний внесок у рівень моря в цьому регіоні робить океанографічна складова або гравітаційні аномалії.

Для проведення реконструкції вертикальних рухів земної кори ми виділили певну частину побережжя (рис. 6).



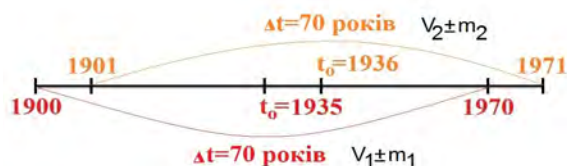
**Рис. 6.** Розташування відібраних для дослідження мареографів  
**Fig. 6.** Location tide gauges, selected for the study

Ще однією умовою відбору мареографів є збіг результатів визначення вертикального руху земної кори, отриманих за допомогою мареографічних та ГНСС-спостережень.

Проаналізуємо, як змінювалась швидкість руху мареографів під дією геодинамічних факторів під час усереднення результатів спостережень на різні середні епохи  $t_0$  і за різні періоди усереднення  $\Delta t$ .

Ми можемо обчислити значення лінійної швидкості мареографа та її середню квадратичну похибку, використовуючи вирази (1) та (2), які будуть усереднені на певну середню епоху  $t_0$ . Для реалізації цього завдання створено відповідний програмний продукт.

Приклад обчислення лінійних швидкостей  $V_{мар}$  на певну епоху  $t_0$  залежно від періоду усереднення результатів мареографічних спостережень  $\Delta t$  зображено на рис. 7.



**Рис. 7.** Обчислення лінійних швидкостей  $V_{мар}$  на певну середню епоху  $t_0$  залежно від періоду усереднення  $\Delta t$   
**Fig. 7.** Linear velocity  $V_{TG}$  calculating for the average epoch  $t_0$  depending on averaging period  $\Delta t$

Зрозуміло, що зміна швидкості  $V_{мар}$  залежить від періоду усереднення спостережень  $\Delta t$ .

Дослідимо, як змінюються вертикальні швидкості вибраних мареографів залежно від  $\Delta t$ . Вихідними даними для цього слугували місячні серії мареографів, взяті із сайту <http://www.psmsl.org/>. У нашому дослідженні використано часові серії мареографів 1900–2012 рр.

Результати обчислення зміни лінійних усереднених швидкостей залежно від періоду усереднення  $\Delta t$  ( $\Delta t = 50$  років – колонка а,  $\Delta t = 60$  років – колонка б,  $\Delta t = 70$  років – колонка в,  $\Delta t = 80$  років – колонка г) подано на рис. 8.1, 8.2 та 8.3.

На рис. 8.1 зображено зміни усереднених швидкостей, отриманих з результатів спостережень на мареографах № 20, 22, 9. На рис. 8.2 наведено зміни усереднених швидкостей, отриманих з результатів спостережень на мареографах № 32, 23, 236. На рис. 8.3 зображено зміни усереднених швидкостей з одержаних результатів спостережень на мареографі № 25.

Зміни усереднених швидкостей, отриманих з результатів мареографічних спостережень, наведено на рис. 8.

Біля мареографа № 22 немає близько розташованої ГНСС-станції. Але ми відібрали його для дослідження, тому що його часова серія схожа на часову серію сусіднього з ним мареографа № 9. А на мареографі № 9 результати визначення вертикального руху земної кори за допомогою мареографічних спостережень збігаються з результатами, одержаними за допомогою ГНСС-спостережень.

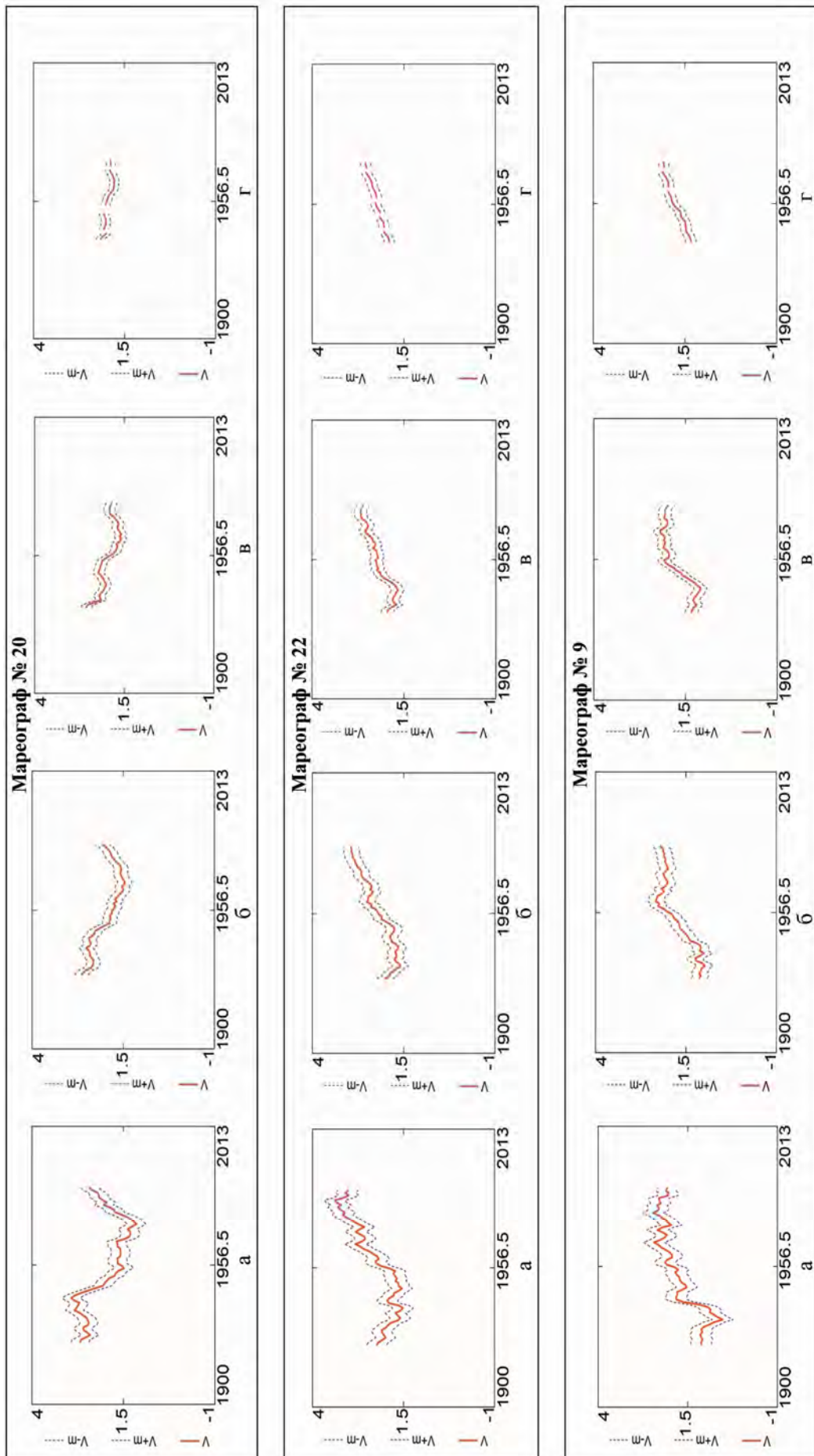
За таким самим принципом відібрано для дослідження мареограф № 23. Його часова серія схожа на часову серію сусіднього з ним мареографа № 32. А на мареографі № 32 результати визначення верикального руху земної кори за допомогою мареографічних спостережень збігаються з результатами, отриманими за допомогою ГНСС-спостережень.

З аналогічних міркувань ми відібрали для дослідження мареограф № 25. Його часова серія подібна до часової серії сусіднього з ним мареографа № 236. А на мареографі № 236 результати визначення вертикального руху земної кори за допомогою мареографічних спостережень збігаються з результатами, одержаними за допомогою ГНСС-спостережень.

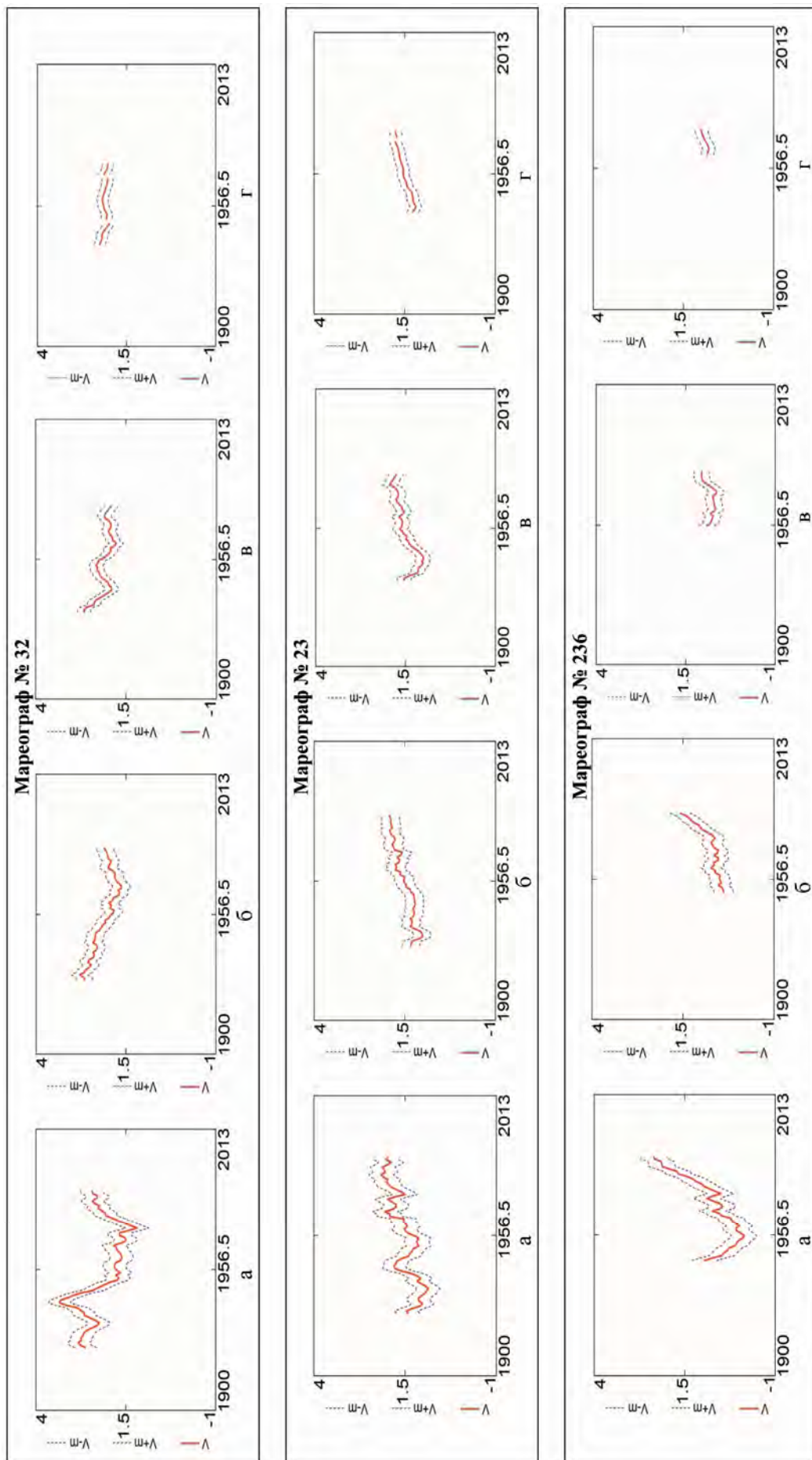
Проаналізувавши рис. 8.1–8.3, можна зробити висновок, що чим більший період усереднення  $\Delta t$ , тим згладженіша крива зміни швидкості руху мареографа. Це свідчить, що ми позбавились відхилень, пов'язаних з регіональними факторами. Отже, залишковою є довгоперіодична складова зміни руху земної кори.

На рис. 9 показана гістограма розподілу амплітуд вертикальних швидкостей мареографів для різних значень  $\Delta t$ .

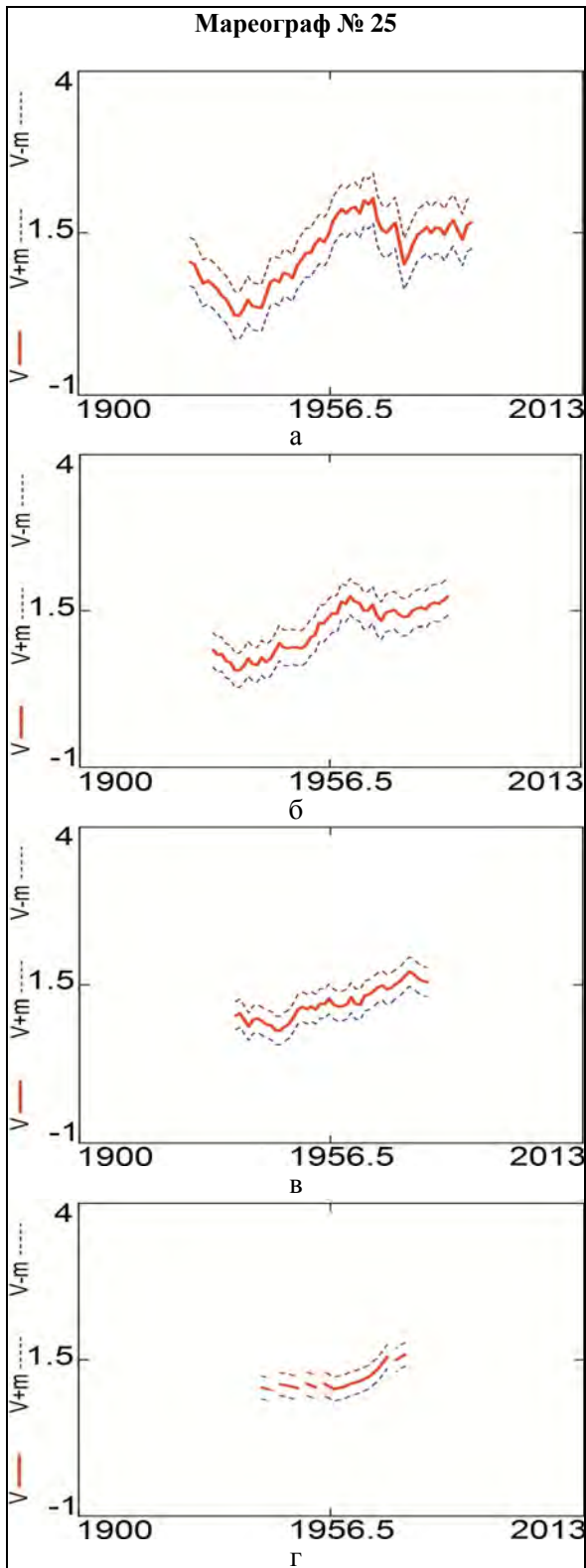




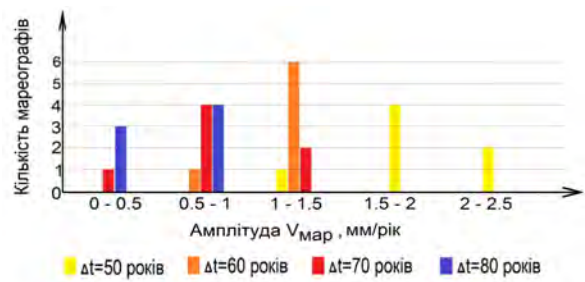
**Рис. 8.1.** Зміни усереднених швидкостей, отриманих з результатів спостережень на мареографах № 20, 22, 9 для  $\Delta t = 50$  років (а),  $\Delta t = 60$  років (б),  $\Delta t = 70$  років (в),  $\Delta t = 80$  років (г)  
**Fig. 8.1.** Changes of averaged velocities, derived from the results of observation on tide gauges № 20, 22, 9 for  $\Delta t = 50$  years (a),  $\Delta t = 60$  years (b),  $\Delta t = 70$  years (c),  $\Delta t = 80$  years (d)



**Рис. 8.2.** Зміни усереднених швидкостей, отриманих з результатів спостережень на мареографах № 32, 23, 236 для  $\Delta t = 50$  років (а),  $\Delta t = 60$  років (б),  $\Delta t = 70$  років (в),  $\Delta t = 80$  років (г)  
**Fig. 8.2.** Changes of averaged velocities, derived from the results of observation on tide gauges № 32, 23, 236 for  $\Delta t = 50$  years (a),  $\Delta t = 60$  years (b),  $\Delta t = 70$  years (c),  $\Delta t = 80$  years (d)



**Рис. 8.3.** Зміни усереднених швидкостей, отриманих з результатів спостережень на мареографі № 25 для  $\Delta t = 50$  років (а),  $\Delta t = 60$  років (б),  $\Delta t = 70$  років (в),  $\Delta t = 80$  років (г)  
**Fig. 8.3.** Changes of averaged velocities, derived from the results of observation on tide gauge № 25 for  $\Delta t = 50$  years (a),  $\Delta t = 60$  years (b),  $\Delta t = 70$  years (c),  $\Delta t = 80$  years (d)



**Рис. 9.** Гістограма розподілу амплітуд вертикальних швидкостей мареографів за різних значень  $\Delta t$   
**Fig. 9.** Histogram of amplitudes distribution of tide gauges vertical velocities for different values  $\Delta t$

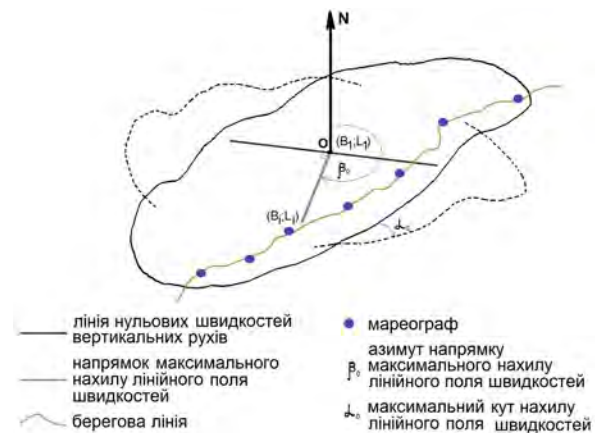
Як показує аналіз рис. 9, чим менший період усереднення  $\Delta t$ , тим більше значення амплітуди швидкості. Це ще раз підтверджує, що збільшення періоду усереднення даних дає можливість визначити довготривалий вплив геодинамічних факторів на швидкість руху земної кори.

Досліджуючи вікові рухи земної кори, викликані глибинною природою, необхідно проводити усереднення  $\Delta t$  за якнайдовший період спостережень. Але це обмежено тривалістю мареографічних спостережень: якщо збільшити період усереднення, отримаємо коротшу часову серію усереднених результатів.

**Методика визначення кінематичних параметрів вертикального поля швидкостей тектонічного блока**

Припускаємо, що мареографи розміщені на одному тектонічному блоці.

Нахил лінійного поля швидкостей тектонічного блока характеризується максимальним кутом нахилу  $\alpha$  і віссю нульових швидкостей (рис. 10). Положення лінії нульових швидкостей, максимальний кут нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha$  і азимут напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta$  є кінематичними параметрами тектонічного блока.



**Рис. 10.** Схематичне зображення тектонічного блока та його кінематичних параметрів  
**Fig. 10.** Schematic representation of the tectonic block and its kinematic parameters



Параметри кінематики тектонічного блока визначаємо за усередненими спостереженнями мареографів за певний період  $\Delta t$ .

Якщо вихідними даними слугують відліки мареографів, можемо визначити параметри положення жорсткого тектонічного блока. Якщо вихідними даними є швидкості вертикальних рухів земної кори за даними мареографічних спостережень, то визначаємо площину вертикальних швидкостей руху мареографів або кінематики тектонічного блока.

Основне завдання – підібрати кінематичні параметри з мінімальними відхиленнями від усереднених швидкостей, визначених за допомогою мареографічних спостережень.

Ця методика передбачає розв’язання поставленої задачі за декілька етапів методом наближень.

**Нульове наближення.** Нульове наближення необхідне для того, щоб точні методи розв’язання мали збіжність. За нульового наближення приймаємо, що лінійна довжина одного градуса широти і градуса довготи рівні, а координати мареографів в плоскій прямокутній системі координат (по осі  $X$  маємо широту, по осі  $Y$  – довготу). Запишемо для кожного мареографа за певний період усереднення  $\Delta t$  на певну середню епоху  $t_0$  таке лінійне рівняння (5):

$$m \cdot B + n \cdot L + p = V_{\text{мар}}, \quad (5)$$

де  $B$  і  $L$  – координати мареографа;  $V_{\text{мар}}$  – усереднена швидкість мареографа;  $m, n, p$  – невідомі коефіцієнти. Розв’язавши систему таких лінійних рівнянь за способом найменших квадратів, знайдемо невідомі коефіцієнти  $m, n, p$ .

Знаходимо середню широту всіх відібраних для дослідження мареографів  $B_{\text{сеп}}$  і приймаємо її за широту шуканої точки  $O$ , яка розміщена на лінії нульових швидкостей, тобто  $B_{\text{сеп}} = B_0$ .

Підставивши в рівняння (5) визначені коефіцієнти та  $B_0$  і прирівнявши його до нуля, знаходимо значення  $L_0$ :

$$L_0 = \frac{-m \cdot B_0 - p}{n}, \quad (6)$$

де  $(B_0; L_0)$  – це координати точки, через яку проходить лінія нульових швидкостей.

Для визначення азимута нульових швидкостей необхідно визначити ще другу точку, через яку вона проходить (рис. 11, а). Для цього до  $B_0$  додаємо приріст  $\Delta B$ , припустимо  $1^\circ$ . Широта другої точки  $B'_0 = B_0 + \Delta B$ . Для  $B'_0$  шукаємо відповідне значення  $L'_0$ , підставивши у вираз (6) замість  $B_0$  значення  $B'_0$ .

Ми отримали координати двох точок. Маючи координати цих двох точок, знаходимо азимут лінії нульових швидкостей  $\gamma_0$ . Оскільки лінія

максимального нахилу лінійного поля швидкостей завжди перпендикулярна до лінії нульових швидкостей, то, знайшовши азимут лінії нульових швидкостей  $\gamma_0$  і додавши до нього  $90^\circ$ , отримаємо азимут напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta_0$ .

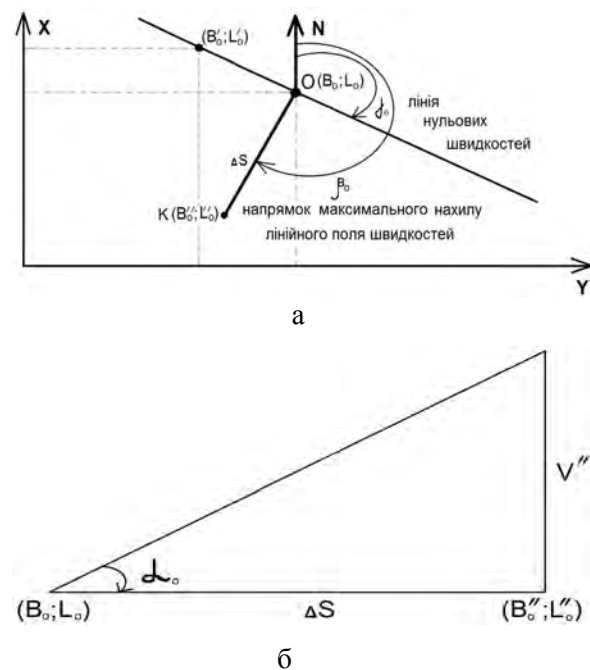
Для визначення максимального кута нахилу лінійного поля швидкостей необхідно на напрямку максимального нахилу мати дві точки. Першу точку вже маємо – це точка  $O$ . Тепер знаходимо другу точку, задавши до точки  $O$  приріст, наприклад,  $\Delta S = 1^\circ$ . Знаходимо координати точки  $K(B_0''; L_0'')$  за формулами:

$$B_0'' = B_0 + \Delta S \cdot \cos \beta_0 \quad (7)$$

$$L_0'' = L_0 + \Delta L \cdot \sin \beta_0. \quad (8)$$

Підставляючи координати точки  $K(L_0''; B_0'')$  у рівняння (5), знаходимо швидкість  $V_0''$  у точці  $K$ . Маючи величину швидкості в точці  $K$ , можемо розглянути відповідний прямокутний трикутник і знайти максимальний кут нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha_0$  (рис. 11, б).

Знайдені у такий спосіб параметри тектонічного блока (координати точки  $O(B_0; L_0)$ , яка розміщена на лінії нульових швидкостей, максимальний кут нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha_0$  та азимут напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta_0$ ) є вихідними даними для першого наближення.



**Рис. 11.** Параметри кінематики тектонічного блока  
**Fig. 11.** Parameters of kinematics of tectonic block

**Перше наближення** – це метод точного розв’язання, який передбачає пошук оптимального положення тектонічного блока відносно мареографів і їх швидкостей, з урахуванням того, що ми маємо географічні координати мареографів ( $B_i; L_i$ ) і мареографи, розташовані на сфері.

Швидкість руху тектонічного блока в довільній точці з заданими координатами відносно лінії нульових швидкостей знаходимо за формулою (9):

$$V = \alpha \cdot d \cdot \cos \beta, \quad (9)$$

де  $\alpha$  – максимальний кут нахилу лінійного поля швидкостей (°/рік);  $\beta$  – це азимут напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей;  $d$  – відстань між точками.

Для знаходження  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$  скористаємось відомими формулами.

Для двох точок з координатами ( $B_1; L_1$ ), ( $B_2; L_2$ ), які містяться на сфері, відомі формули для знаходження відстані між ними та азимута напрямку.

$$d = R \cdot \sqrt{(B_2 - B_1)^2 + q^2 \cdot (L_2 - L_1)^2}, \quad (10)$$

де  $R$  – радіус Землі, що дорівнює 6371 км,

$$V = \alpha \cdot \left( R \cdot \sqrt{(B_i - B_1')^2 + \frac{(B_i - B_1')^2}{\ln \left( \frac{\tan \left( \frac{\pi + B_i}{4 + \frac{B_i}{2}} \right)}{\tan \left( \frac{\pi + B_1'}{4 + \frac{B_1'}{2}} \right)} \right)} \cdot (L_i - L_1')^2} \right) \cdot \cos \left( \arctan \frac{L_i - L_1'}{\ln \left( \frac{\tan \left( \frac{\pi + B_i}{4 + \frac{B_i}{2}} \right)}{\tan \left( \frac{\pi + B_1'}{4 + \frac{B_1'}{2}} \right)} \right)} \right) - \beta + \begin{cases} 0, (B_2 > B_1) \\ \pi, (B_1 > B_2) \end{cases}, \quad (15)$$

де  $B_i$  і  $B_1'$  – це значення широт  $i$ -го мареографа і точки  $O$ , яке визначене в нульовому наближенні (точка  $O$  лежить на лінії нульових швидкостей).

Для кожного мареографа з рівняння (15) знаходимо наближені значення швидкостей  $V_{набл}$ . За результатами вимірювань вертикальних швидкостей мареографів  $V_{вим}$  та наближених значень швидкостей  $V_{набл}$  складаємо цільову функцію для всіх мареографів

$$f(B, L, \beta, \alpha) = \sum_{i=1}^n (V_{вим} - V_{набл})^2, \quad (16)$$

де  $n$  – кількість мареографів.

Щоб знайти мінімум функції  $\sum (V_{вим} - V_{набл})^2 = \min$ , можна використати метод найменших квадратів. Але у нашому випадку розв’язки за способом найменших квадратів дають незадовільні результати в зв’язку з тим, що поверхня функції (16) має багато локальних екстремумів. Тому пошук мінімуму функції

$$q = \frac{B_2 - B_1}{\Delta \varphi}, \quad (11)$$

$$\Delta \varphi = \ln \left( \frac{\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{B_2}{2} \right)}{\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{B_1}{2} \right)} \right). \quad (12)$$

У випадку, якщо точки  $B_1$  і  $B_2$  лежать на одній широті, то формула для обчислення параметра  $q$  матиме вигляд (10):

$$q = \cos(B_1). \quad (13)$$

Азимут напрямку обчислюється за таким виразом

$$\beta = \arctan \left( \frac{L_2 - L_1}{\Delta \varphi} \right). \quad (14)$$

Підставивши вирази (10), (11), (12), (14) у рівняння (9), матимемо загальну формулу (15) для знаходження швидкості в будь-якій точці

здійснюватимемо методом спряжених градієнтів, який запропонували Р. Флетчер та К. Рівс в 1964 р. Цей метод використовує перші та другі похідні функції [Пантелеев А., 2005]. В результаті виконання цієї ітерації отримуємо оптимальні значення шуканих параметрів тектонічної плити:  $B_{онм}, L_{онм}, \alpha_{онм}, \beta_{онм}$ .

**Друге наближення (розв’язання за способом найменших квадратів).** Вихідними даними для другого наближення слугують оптимальні результати параметрів плити  $B_{онм}, L_{онм}, \alpha_{онм}, \beta_{онм}$ , одержані в першому наближенні.

Ця ітерація необхідна для перевірки збіжності отриманих результатів та оцінки їх точності за допомогою способу найменших квадратів. На основі рівняння (15) складаємо рівняння поправок (17)

$$\frac{\partial V}{\partial B_1} \cdot \delta B_1 + \frac{\partial V}{\partial L_1} \cdot \delta L_1 + \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha + \frac{\partial V}{\partial \beta} \cdot \delta \beta + (V_{вим} - V_{набл}) = 0. \quad (17)$$

Знаходимо часткові похідні до рівняння поправок (17). Якщо  $B_i - B_{onm} > 0$ , тоді

$$\frac{\partial V}{\partial B_1} = \frac{R \cdot \alpha \cdot \left( \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_{onm}}{2}\right) + 1 \right) \cdot \ln(p)^2 \cdot (B_{onm} - B_i)^2 \cdot \left( \sin(k) \cdot (L_{onm} - L_i) \cdot \ln(p)^3 + \cos(k) \cdot (L_{onm} - L_i)^2 \right)}{2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_{onm}}{2}\right) \cdot \ln(p)^2 \cdot \ln(p)^3 \cdot (B_{onm} - B_i)^2 \cdot \left( \ln(p)^2 + (L_{onm} - L_i)^2 \right)} - \frac{2 \cdot R \cdot \alpha \cdot \cos(k) \cdot (B_i - B_{onm}) \cdot \ln(p)^3 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_{onm}}{2}\right) \cdot \left( \ln(p)^2 + (L_{onm} - L_i)^2 \right)}{2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_{onm}}{2}\right) \cdot \ln(p)^2 \cdot \ln(p)^3 \cdot (B_{onm} - B_i)^2 \cdot \left( \ln(p)^2 + (L_{onm} - L_i)^2 \right)}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial V}{\partial L_1} = \frac{R \cdot \alpha \cdot \left( \sin(k) \cdot \ln(p)^2 - \cos(k) \cdot \ln(p) \cdot (L_i - L_{onm}) \right)}{\ln(p) \cdot \left( \ln(p)^2 + (L_{onm} - L_i)^2 \right)}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = R \cdot \cos(k), \quad (20)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = R \cdot \alpha \cdot \sin(k), \quad (21)$$

де

$$k = \left( -\beta - a \tan\left(\frac{L_{onm} - L_i}{\ln p}\right) \right) \cdot \sqrt{(B_{onm} - B_i)^2 + \frac{(B_{onm} - B_i)^2 \cdot (L_{onm} - L_i)^2}{\ln p^2}}, \quad (22)$$

$$p = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_i}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_{onm}}{2}\right)}. \quad (23)$$

Якщо  $B_i - B_{onm} < 0$ , то в цьому випадку похідні обчислити за аналогічними формулами (18)–(21), тільки поставивши перед ними знак «-». по відповідних величинах  $\frac{\partial V}{\partial B_1}, \frac{\partial V}{\partial L_1}, \frac{\partial V}{\partial \alpha}, \frac{\partial V}{\partial \beta}$  можна

Якщо  $B_i = B_{onm}$ , а  $L_i - L_{onm} > 0$ , то,

$$\frac{\partial V}{\partial B_1} = \frac{R \cdot \alpha \cdot \sin \beta \cdot \left( \cos(B_{onm}) \cdot \sin(B_{onm}) \cdot (L_{onm} - L_i)^2 - B_{onm} + B_i \right)}{\sqrt{(B_{onm} - B_i)^2 + \cos(B_{onm})^2 \cdot (L_{onm} - L_i)^2}} \quad (24)$$

$$\frac{\partial V}{\partial L_1} = \frac{R \cdot \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos(B_{onm})^2 \cdot (L_i - L_{onm})}{\sqrt{(B_{onm} - B_i)^2 + \cos(B_{onm})^2 \cdot (L_{onm} - L_i)^2}} \quad (25)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = R \cdot \sin \beta \cdot \sqrt{(B_{onm} - B_i)^2 + \cos(B_{onm})^2 \cdot (L_{onm} - L_i)^2} \quad (26)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = R \cdot \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{(B_{onm} - B_i)^2 + \cos(B_{onm})^2 \cdot (L_{onm} - L_i)^2}. \quad (27)$$

Якщо  $B_i = B_{onm}$ , а  $L_i - L_{onm} < 0$ , то похідні по відповідних величинах  $\frac{\partial V}{\partial B_1}, \frac{\partial V}{\partial L_1}, \frac{\partial V}{\partial \alpha}, \frac{\partial V}{\partial \beta}$  можна обчислити за аналогічними формулами (24)–(27), тільки поставивши перед ними знак «-».

Складаємо рівняння поправок (17) для всіх мареографів. З розв'язку рівнянь поправок знаходимо поправки в оптимальні координати  $B_{onm}, L_{onm}, \alpha_{onm}, \beta_{onm}$  та виконуємо оцінку їх точності.

Якщо поправки незначно перевищують точність визначення невідомих, то збіжність отриманих результатів повна. У випадку значного перевищення поправок над параметрами точності

одержимо нестійкий розв'язок. У цьому випадку необхідно повторити розрахунки з новими нульовими наближеннями. Для цього в нульовому наближенні потрібно вибрати нову вихідну точку  $O$  з координатами  $(B_0''; L_0'')$  за виразами:

$$B_0'' = B_0 \pm \frac{B_{\max} - B_{\min}}{3}, \quad (28)$$

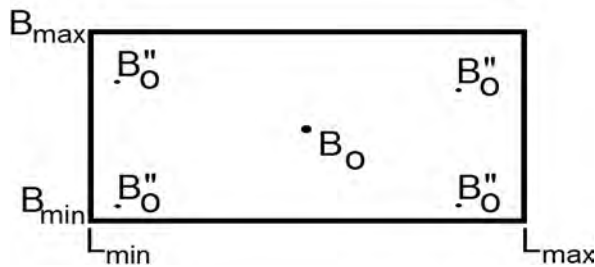
$$L_0'' = L_0 \pm \frac{L_{\max} - L_{\min}}{3}, \quad (29)$$

де  $B_{\max}, L_{\max}, B_{\min}, L_{\min}$  – відповідні максимальні та мінімальні значення координат мареографів.

З виразів (28) і (29) і з рис. 12 видно, що таких точок може бути 4. Послідовно повторюємо процес



визначення координат на збіжність. Для кожної з вибраних точок виконуємо процедуру визначення параметрів блока й умови її збіжності. Результат, в якому виконано умови збіжності, кінцевий.



**Рис. 12.** Вибір вихідних точок за нестійкого розв'язку системи рівнянь

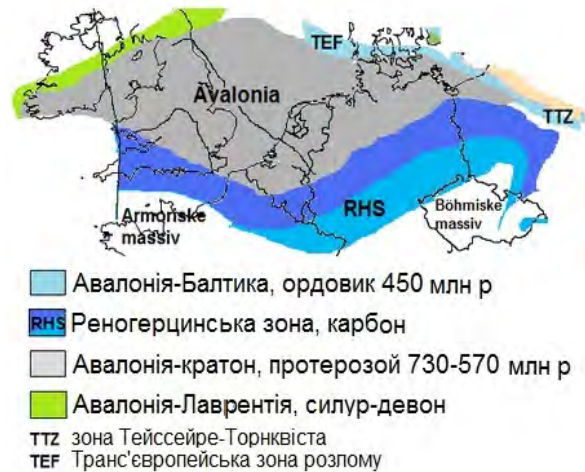
**Fig. 12.** The choice of reference points in an unstable solution of the system of equations

В результаті отримуємо кінцеві значення координати точки  $O(B_1; L_1)$ , яка міститься на лінії нульових швидкостей, максимальний кут нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha$  та азимут лінії максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta$  з їх оцінкою точності.

**Результати**

Виконаємо реконструкцію вертикальних рухів земної кори за даними мареографічних спостережень для північної частини території Європи, а саме для території Авалонії, в яку входить територія Нідерландів.

Для проведення дослідження ми припустили, що мареографи розміщені на одному жорсткому тектонічному блоці. Підставою для цього був фрагмент геологічної карти Європи, зображений на рис. 13.



**Рис. 13.** Фрагмент геологічної карти Європи  
**Fig. 13.** Fragment of geological map of Europe

Для ілюстрації визначення кінематичних параметрів тектонічного блока в табл. 3 наведено вихідні дані за результатами періоду усереднення мареографічних спостережень  $\Delta t = 70$  років на середню епоху  $t_0 = 1957$  рік для усіх досліджуваних мареографів.

Обчислимо зміни кінематичних параметрів тектонічного блока Авалонія за результатами усереднених результатів спостережень на мареографах, розміщених на досліджуваній території.

Для прикладу, в табл. 4 подано результати обчислення кінематичних параметрів тектонічного блока способом наближень на середню епоху  $t_0 = 1957$  рік для  $\Delta t = 70$  років. Вихідними даними для цього слугували результати, наведені в табл. 3.

Таблиця 3

**Вихідні дані для розрахунку кінематичних параметрів тектонічного блока за результатами періоду усереднення мареографічних спостережень  $\Delta t = 70$  років на середню епоху  $t_0 = 1957$  рік**

Table 3

**Input data for kinematic parameters calculation of tectonic block based on the results of averaging period of tide gauge observations  $\Delta t = 70$  years for average epoch  $t_0 = 1957$  year**

№ з/п	№ мареографа	$B^\circ$	$L^\circ$	Необхідна тривалість спостережень (роки) для визначення $m_{V_{мар}} \leq 0.3$	$\Delta t$ , років	$t_0$ , років	$V_{мар}$ , мм/с	$m_{V_{мар}}$ , мм/с
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	20	51,442	3,596	45	70	1957	-1,816	0,152
2	22	51,978	4,120	47	70	1957	-2,211	0,173
3	9	51,918	4,250	47	70	1957	-1,962	0,175
4	32	52,462	4,555	52	70	1957	-2,114	0,192
5	23	52,964	4,745	52	70	1957	-1,606	0,203
6	256	53,363	5,22	55	70	1957	-0,808	0,216
7	25	53,176	5,409	55	70	1957	-1,204	0,231

Таблиця 4

Результати обчислення кінематичних параметрів тектонічного блока способом наближень за результатами періоду усереднення мареографічних спостережень при  $\Delta t = 70$  років на середню епоху  $t_0 = 1957$  рік

Table 4

The results of kinematic parameters calculation of tectonic block by approximation method based on the results of averaging period of tide gauge observations  $\Delta t = 70$  years for average epoch  $t_0 = 1957$  year

	Нульове наближення	Перше наближення	Друге наближення
$B$ , рад	0,9301	0,9301	$0,9292 \pm 0,0005$
$L$ , рад	0,8477	0,6994	$0,7006 \pm 0,0008$
$\alpha$ , "/рік	-0,0002	-0,0002	$-0,0002 \pm 0,000138$
$\beta$ , рад	3,4903	3,9870	$3,9869 \pm 0,00004$
С.к.п. визначення швидкості мареографа, мм/рік			0,39

Аналогічно визначено кінематичні параметри блока за  $\Delta t = 80, 60, 50$  років на середні епохи, починаючи з  $t_0 = 1935$  рік до  $t_0 = 1987$  рік.

Фрагмент зміни максимального кута нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha$  та азимута напрямку максимального нахилу лінійного поля

швидкостей  $\beta$  за 1935–1940 рр. при  $\Delta t = 70$  років на різні середні епохи спостережень  $t_0$  наведено в табл. 5.

Результати зміни параметрів  $\alpha$  і  $\beta$  при  $\Delta t = 70$  років за 1935–1977 рр. подано на рис. 14.

Таблиця 5

Фрагмент зміни максимального кута нахилу лінійного поля швидкостей  $\alpha$  та азимута напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta$  при  $\Delta t = 70$  років за 1935–1940 рр.

Table 5

Fragment of change of the maximum angle of inclination of the linear velocity field  $\alpha$  and the azimuth direction of maximum tilt of the linear velocity field  $\beta$  for  $\Delta t = 70$  years for the period from 1935 to 1940 year

$t_0$ , рік	1935	1936	1937	1938	1939	1940
$B$ , рад	0,919962	0,919964	0,919634	0,919497	0,919493	0,913120
$L$ , рад	0,198799	0,203020	0,194123	0,177495	0,177088	0,113001
$\alpha$ , "/рік	-0,000983	-0,000934	-0,000923	-0,000936	-0,000953	-0,000901
$\beta$ , рад	4,025189	4,040431	4,084488	4,147979	4,172175	4,181422
$m_B$ , рад	0,000691	0,000729	0,000734	0,000681	0,000636	0,000553
$m_L$ , рад	0,000929	0,000952	0,000873	0,000707	0,000625	0,000137
$m_\alpha$ , "/рік	0,000198	0,000199	0,000198	0,000187	0,000178	0,000402
$m_\beta$ , рад	0,000013	0,000014	0,000014	0,000013	0,000013	0,000004
$m_V$ , мм/рік	0,48	0,48	0,48	0,44	0,42	0,42

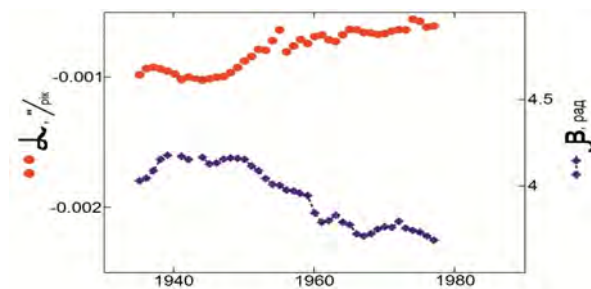
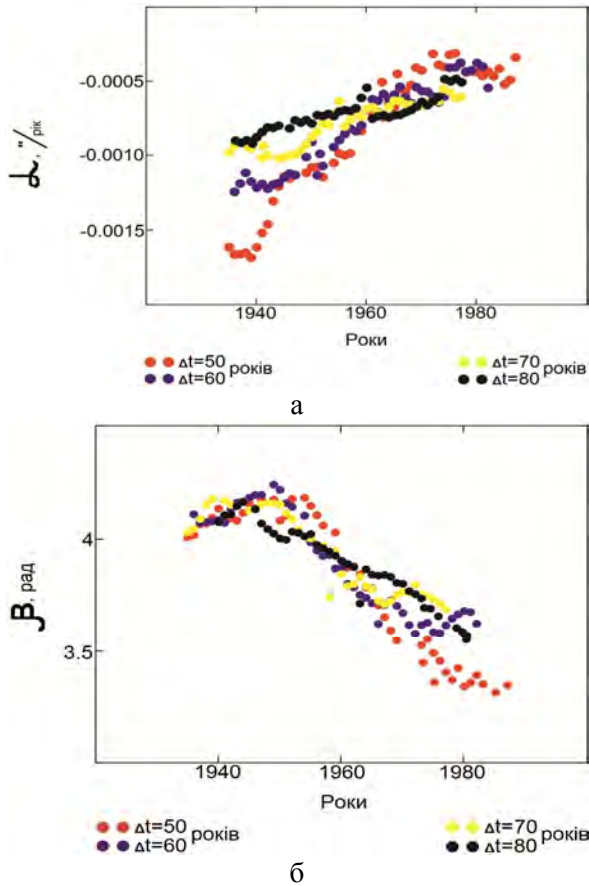


Рис. 14. Зміна параметрів  $\alpha$  і  $\beta$  при  $\Delta t = 70$  років для тектонічного блока Авалонія  
 Fig. 14. Change of parameters  $\alpha$  and  $\beta$  for  $\Delta t = 70$  years for tectonic block of Avalonya

З аналізу рис. 14 можна зробити висновок, що азимут  $\beta$  змінюється у межах від 4,03 до 3,68 рад, максимальний кут нахилу  $\alpha$  змінюється у межах від  $-0,000938$ "/рік до  $-0,000604$ "/рік. Швидкість опускання тектонічного блока також зменшується (див. табл. 3). Це свідчить про те, що інтенсивність рухів земної кори зменшувалась з часом. Крім цього, ми виконали аналогічні дослідження для різних значень  $\Delta t$ , а саме:  $\Delta t = 80, 60, 50$  років. Зміну  $\alpha$  та  $\beta$  для заданих значень  $\Delta t$  зображено на рис. 15.

Як видно з аналізу рис. 15, зі зменшенням періоду усереднення результатів мареографічних спостережень  $\Delta t$  амплітуда максимального кута нахилу  $\alpha$  зростає, а зі збільшенням періоду

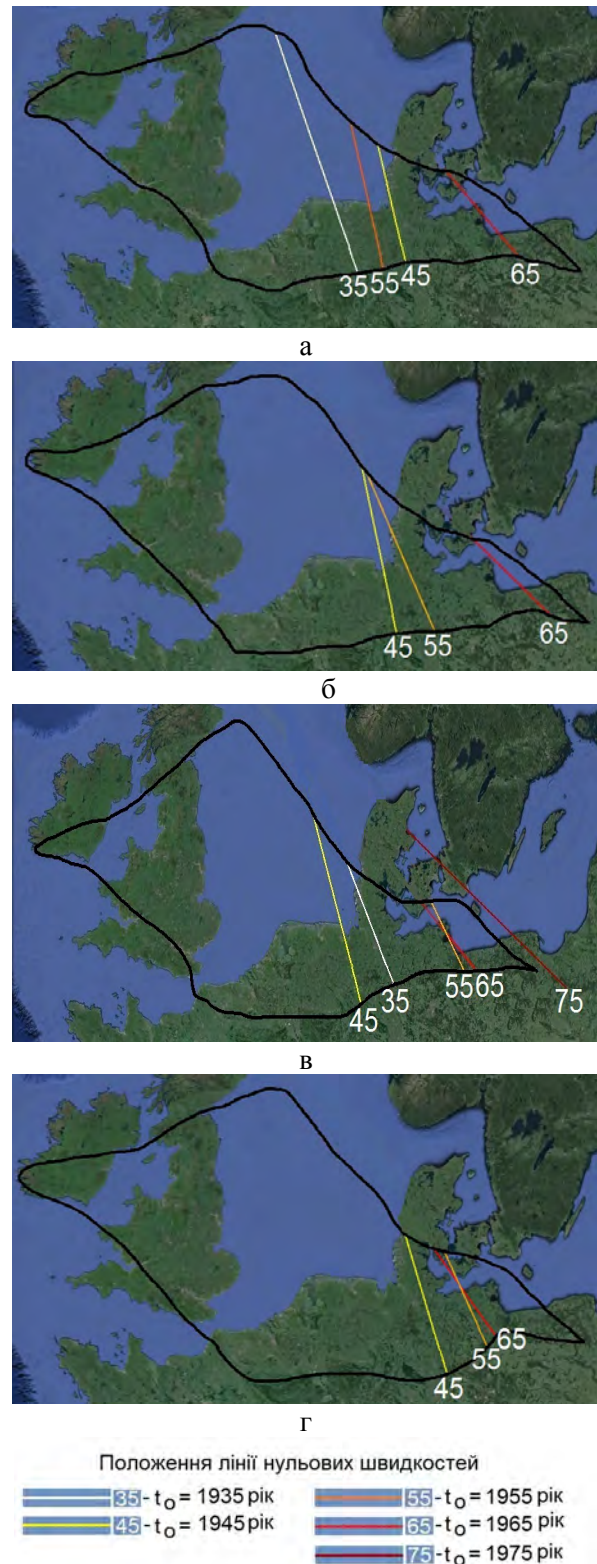
усереднення  $\Delta t$  амплітуда зменшується. Швидкість зміни максимального кута нахилу  $\alpha$  зменшується зі збільшенням періоду усереднення  $\Delta t$ . Зміна азимута напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей  $\beta$  практично не залежить від періоду усереднення  $\Delta t$ .



**Рис. 15.** Зміна  $\alpha$  (а) та  $\beta$  (б) при  $\Delta t=50, 60, 70$  та  $80$  років  
**Fig. 15.** Change  $\alpha$  (a) and  $\beta$  (b) for  $\Delta t=50, 60, 70$  and  $80$  years

Обчисливши параметри блока, ми також отримали інформацію про положення точки  $O(B_1; L_1)$ , розміщеної на лінії нульових швидкостей. Положення ліній нульових швидкостей за період  $t_0=1935, 1945, 1955, 1965$  та  $1975$  рік при  $\Delta t=50$  (рис. 16, а),  $60$  (рис. 16, б),  $70$  (рис. 16, в) та  $80$  (рис. 16, г) років зображена на рис. 16.

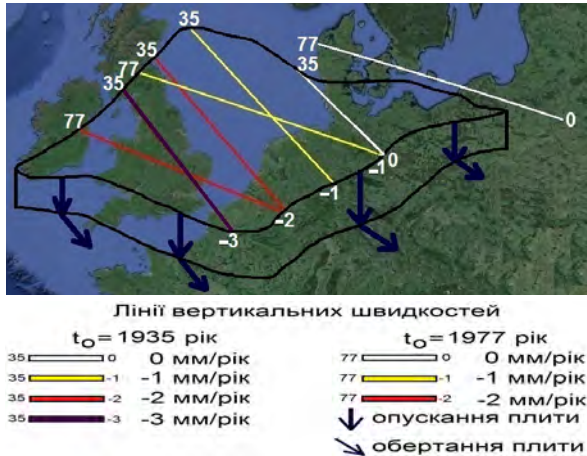
Як видно з аналізу рис. 16, відстань між лініями нульових швидкостей зі збільшенням періоду усереднення  $\Delta t$  зменшується. До прикладу, відстань між лініями нульових швидкостей в  $1955$  і  $1965$  рр. при  $\Delta t=50$  років становила близько  $330$  км, а при  $\Delta t=80$  років – близько  $50$  км. Швидкість руху лінії нульових швидкостей для  $\Delta t=50$  та  $\Delta t=80$  років змінюється у межах від  $13$  до  $8$  км/рік. Самі ж лінії нульових швидкостей рухаються в східному напрямку.



**Рис. 16.** Положення лінії нульових швидкостей за період  $t_0=1935, 1945, 1955, 1965$  та  $1975$  рік при  $\Delta t=50$  (а),  $60$  (б),  $70$  (в) та  $80$  (г) років  
**Fig. 16.** The line of zero velocity position for the period  $t_0=1935, 1945, 1955, 1965$  and  $1975$  year for  $\Delta t=50$  (a),  $60$  (b),  $70$  (c) and  $80$  (d) years



За результатами усереднення, якщо  $\Delta t = 70$  років, на рис. 17 відображено зміну лінійного поля швидкостей вертикальних рухів земної кори тектонічного блока Авалонія на середні епохи  $t_0 = 1935$  р. та  $t_0 = 1977$  р. Синіми стрілками схематично показано просторовий рух тектонічного блока по вертикалі й зміщення азимута напрямку максимального нахилу лінійного поля швидкостей.



**Рис. 17.** Зміна лінійного поля швидкостей вертикальних рухів земної кори тектонічного блока Авалонія на середні епохи  $t_0 = 1935$  та  $1977$  рік при  $\Delta t = 70$  років

**Fig. 17.** Change of linear velocity field of vertical crustal movements of tectonic block of Avalonia for average epoch  $t_0 = 1935$  and  $1977$  year for  $\Delta t = 70$  year

Видно, що лінії швидкостей на середню епоху  $t_0 = 1935$  рік представляють значно інтенсивніші рухи земної кори, ніж лінії швидкостей на середню

епоху  $t_0 = 1977$  рік. Це свідчить про просторове сповільнення вертикальних рухів земної кори. Відбувається сповільнене опускання тектонічного блока в південно-західному напрямку. Напрямок максимального кута нахилу лінійного поля швидкостей зміщується у південно-західному напрямку. Вісь нульових швидкостей протягом усього періоду спостереження мігрує у межах східної частини плити, а на середню епоху  $t_0 = 1977$  рік виходить за межі поверхневого трасування масиву.

На рис. 18 наведено результати просторової часової зміни вертикальних рухів земної кори тектонічного блока Авалонія. Для цього використано просторову часову інтерполяцію швидкостей вертикальних рухів земної кори на середні епохи  $t_0 = 1940, 1955$  та  $1970$  рік за результатами усереднення  $\Delta t = 70$  років. При цьому інтерполяція виконувалась за результатами визначених параметрів кінематики блока на всі середні епохи  $t_0$ : починаючи з 1935 до 1977 р. з вилученими результатами на середні епохи  $t_0 = 1940, 1955$  та  $1977$  рр. Інтерполяцію виконано з використанням ваг за виразом (30):

$$P_{ij} = \frac{1}{m^2_{V_{\text{мар}_i}} \cdot (t_m - t_n) \cdot S_{ij}}, \quad (30)$$

де  $j$  – точка, для якої виконано інтерполяцію;  $i$  – точка з відомою швидкістю на епоху усереднення вихідних даних (спостереження мареографів)  $t_m$  – епоха усереднення спостережень мареографа, де  $1935 < m < 1977$  рік;  $t_n$  – середні епохи інтерполяції (1940, 1955 та 1977 рр.);  $S_{ij}$  – відстань від точки  $j$  до точки  $i$ ;  $m_{V_{\text{мар}_i}}$  – середня квадратична похибка визначення швидкості  $V_{\text{мар}}$  в точці  $i$ .



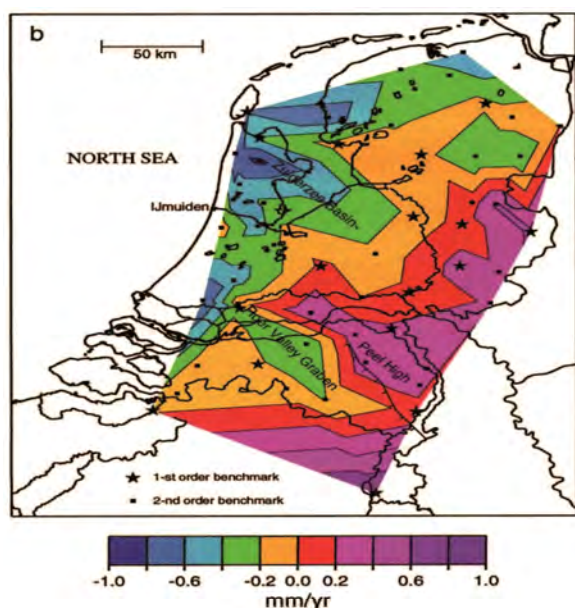
**Рис. 18.** Зміна в часі поля швидкостей вертикальних рухів земної кори тектонічного блока Авалонія на середні епохи  $t_0 = 1940, 1955$  та  $1970$  рр., якщо  $\Delta t = 70$  років

**Fig. 18.** Change in time of the velocity field of vertical crustal movements of tectonic block of Avalonya for average epoch  $t_0 = 1940, 1955$  and  $1970$  year for  $\Delta t = 70$  year

Ця схема також підтверджує послаблення інтенсивності вертикальних рухів земної кори за період усереднення  $\Delta t = 70$  років. Лінія нульових швидкостей зміщується в східному напрямку.

Згідно з результатами досліджень [Kooi H., 1998], які автори отримали після проведення серій нівелювання на території Нідерландів, виявили, що досліджувана територія осідає вздовж осі нахилу, яка простягається в напрямку до Північного моря з північно-східної до південно-західної частини країни. В західному напрямку відбувається опускання території Нідерландів, а в південно-східному – підйом. Також автори помітили, що ці рухи збігаються з добре відомими тектонічними структурами цього регіону, такими як Roer Valley Graben, Peel High та Zuiderzee Basin (рис. 19).

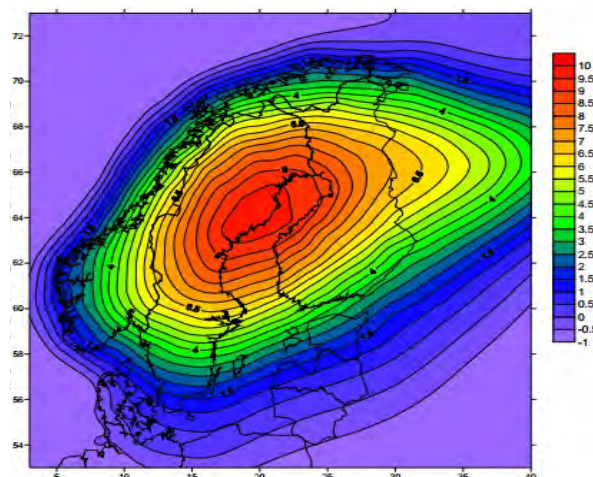
У дослідженнях [Emery K., 1985] автори визначили середній річний вертикальний рух північної Європи відносно рівня моря. Для дослідження вони відбирали навіть ті мареографи, спостереження на яких проводились 10 років. Згідно з їхніми дослідженнями, положення лінії нульових швидкостей практично збігається з нашими результатами визначення положення цієї лінії.



**Рис. 19.** Результати визначення вертикальних рухів на території Нідерландів, отримані під час нівелювання ґрунтових реперів, та тектонічна структура цього регіону [Kooi H., 1998]

**Fig. 19.** Results of determination of vertical movement in the Netherlands obtained by ground rappers leveling and tectonic structure of the region [Kooi H., 1998]

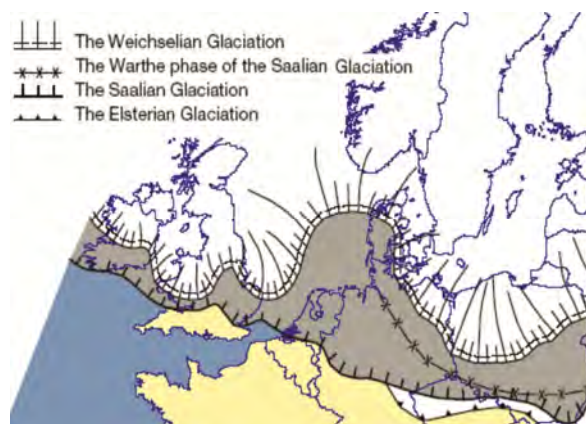
Відповідно до моделі швидкостей NKG\_RF03vel [Nørbech T., 2006], яка визначена з результатів мареографічних вимірів, повторних нівелювань і спостережень на ГНСС-станціях, видно, що лінія нульових швидкостей вертикальних рухів практично збігається з нашими результатами (рис. 20).



**Рис. 20.** Модель NKG\_RF03vel руху вертикальних швидкостей, мм/рік [Nørbech T., 2006]

**Fig. 20.** Model NKG\_RF03vel of movement of vertical velocities, mm/yr [Nørbech T., 2006]

Дані, які ми отримали, збігаються з результатами гляціологічних досліджень [Plant J., 2003] північної частини Європи (рис. 21). Автори досліджували рух льодовика протягом Четвертинного періоду – останнього періоду Кайнозойської ери. Границя зледеніння Weichselian (рис. 21) збігається з положенням лінії нульових швидкостей, визначеним у наших дослідженнях. Подальше переміщення льодовика призвело до підняття території, яка розташована на схід від лінії нульових швидкостей, тобто сучасної території Фенноскандії.



**Рис. 21.** Фрагмент протяжності льодовикового щита на території Європи [Plant J., 2003]

**Fig. 21.** Fragment of the ice sheet extent on the territory of Europe [Plant J., 2003]

#### Наукова новизна і практичне значення

За результатами дослідження розроблено теоретичні засади і методику визначення кінематичних параметрів лінійного поля швидкостей вертикальних рухів земної кори жорстких тектонічних плит за даними тривалих мареографічних спостережень.

Розроблена методика дає змогу прогнозувати зміну поля швидкостей в часі, що можна використати під час проектування та будівництва гідротехнічних споруд та прогнозування зміни положення берегової лінії територій. Окрім цього, ця методика надає можливість виконувати реконструкцію вертикальних рухів земної кори в минулому.

Побудовано кінематичну модель поля швидкостей тектонічного блока Авалонія, яка охоплює територію Нідерландів.

### Висновки

- Розроблено методику оцінювання точності визначення вертикальних рухів земної кори за даними тривалих мареографічних спостережень.
- Виконано дослідження визначення зміни швидкості вікових вертикальних рухів земної кори залежно від періоду усереднення результатів мареографічних спостережень. Встановлено, що зі зростанням періоду усереднення зменшується амплітуда усереднених швидкостей, що свідчить про вилучення регіональних геодинамічних факторів з загального тренду швидкості.
- Розроблено методику визначення кінематичних параметрів поля швидкостей кінематики тектонічного блока за даними тривалих мареографічних спостережень.
- За результатами спостережень, виконаних на тектонічній структурі Авалонія, визначено зміну кінематичних параметрів поля швидкостей в часі й розроблено кінематичну модель вертикального руху плити.
- Отримана методика збігається з даними ГНСС-спостережень на досліджуваній території та повністю підтверджена результатами високоточних нівелювань, результатами опрацювання мареографічних спостережень інших дослідників та моделями швидкостей вертикальних рухів земної кори.

### Література

- Пантелеев А. В., Летова Т. А. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие. – 2-е изд., исправл. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.
- Antonov J. I., Levitus S., Boyer T. P. Steric sea level variations during 1957–1994, *Journal of Geophysical Research* 107(C12), 8013 – 8021, doi:10.1029/2001JC000964, 2002.
- Bindoff N. L., Willebrand J., Artale V., Cazenave A., Gregory J. M., Gulev S. et al. Observations: oceanic climate change and sea level, *IPCC Fourth Assessment Report*, 2007.
- Bingley R., Dodson A., Penna N., Teferle N., Baker T. Monitoring the vertical land movement component of changes in mean sea level using GPS: results from tide gauges in the UK, *Journal of Geospatial Engineering*, Vol. 3, No. 1, 9–20, 2001.
- Bouin M. N., Wöppelmann G. Land motion estimates from GPS at tide gauges: a geophysical evaluation, *Geophysical Journal International*, 180, 193–209, doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04411.x. 2010.
- Church J. A., et al. Changes in sea level, in *Climate Change 2001: The Scientific Basis*, edited by J. T. Houghton et al., 639–694, Cambridge Univ. Press, New York, 2001.
- Emery K. O., Aubrey D. G., Glacial rebound and relative sea levels in Europe from tide-gauge records, *Tectonophysics*, 120, 239–255, 1985.
- Gaudio C. Del, Aquino I., Ricciardi G. P., Ricco C., Scandone R. Unrest episodes at Campi Flegrei: a reconstruction of vertical ground movements during 1905–2009, *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 195, 48–56, 2010.
- Kooi H., Johnston P., Lambeck K., Smither C., Molendijk R., Geological causes of recent (~100 yr) vertical land movement in the Netherlands, *Tectonophysics* 299, 297–316, 1998.
- Kuo C. Y., Shum C. K., Braun A., Mitrovica J. X., Vertical crustal motion determined by satellite altimetry and tide gauge data in Fennoscandia, *Geophysical Research Letters*, 31, L01608, doi:10.1029/2003GL019106. 2004.
- Kuo C. Y., Shum C. K., Braun A., Cheng K.-C., Yuchan Y., Vertical Motion Determined Using Satellite Altimetry and Tide Gauges, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, Vol. 19, No. 1-2, 21–35, April 2008.
- Nerem R. S., Mitchum G. T., Estimates of vertical crustal motion derived from differences of TOPEX/POSEIDON and tide gauge sea level measurements, *Geophysical Research Letters*, Vol. 29(19), 1934, doi:10.1029/2002GL015037, 2002.
- Nørbech T. K., Ensager L. J., Knudsen P., Koivula H., Lidberg M., Ollikainen M., Weber M., Transformation from a Common Nordic Reference Frame to ETRF89 in Denmark, Finland, Norway, and Sweden. Proceedings of the 15th General Meeting of the Nordic Geodetic Commission, May 29 – June 2, 2006, Copenhagen, Denmark. Technical Report No. 1, 2008 National Space Institute, ISBN 10 87-92477-00-3, ISBN 13 978-87-92477-00-2.
- Plant J. A., Whittaker A., Demetriades A., De Vivo B., Lexa J., The Geological and Tectonic Framework of Europe. In: Salminen R (ed) *Geochemical Atlas of Europe. Part 1: background information, methodology and maps*. Geological Survey of Finland, Espoo, Finland, 2003.
- Santamaría-Gómez, A., Gravelle M., Wöppelmann G., Long-term vertical land motion from double-differenced tide gauge and satellite altimetry data, *Journal of Geodesy*, Volume 88, Issue 3, 207–222, doi: 10.1007/s00190-013-0677-5, 2014.
- Tretyak K., Dosyn S., Study of vertical movements of the European crust using tide gauge and GNSS observations, *Reports on Geodesy and Geoinformatics*, Vol. 97/2014; 112–131 doi: 10.2478/rgg-2014-0016
- Zervas C., Gill S., Sweet W., Estimating Vertical Land Motion from Long-Term Tide Gauge Records, Technical Report National Ocean Service (NOS) CO-OPS 065, 22 p. 2013.



К. Р. ТРЕТЯК<sup>1</sup>, С. И. ДОСИН<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет «Львовская политехника», ул. С. Бандеры, 12, Львов, Украина, 79013

<sup>2\*</sup>Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет «Львовская политехника», ул. С. Бандеры, 12, Львов, Украина, 79013, эл. почта solomiya.dosyn@gmail.com

## РЕКОНСТРУКЦИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ ПО ДАННЫМ МАРЕОГРАФИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

**Цель.** Цель исследования: выполнить реконструкцию вертикальных движений на примере кристаллического массива Авалонии, а именно на территории Нидерландов, по данным мареографических наблюдений на протяжении 1900–2012 годов; исследовать изменение кинематических параметров кристаллического массива, на котором расположены отобранные для исследования мареографы, в зависимости от выбранной средней эпохи наблюдений  $t_0$  и периода усреднения результатов мареографических наблюдений  $\Delta t$ . Априорно принято, что кристаллический массив – это жесткий тектонический блок с линейным полем вертикальных скоростей. **Методика.** Для выполнения реконструкции вертикальных движений земной коры разработана методика определения необходимой длительности мареографических наблюдений для определения вертикальных движений с заданной точностью. Кроме этого разработан алгоритм определения кинематических параметров тектонического блока, которые характеризуют положение линии нулевых скоростей вертикальных движений, максимальный угол наклона линейного поля скоростей  $\alpha$ , азимут направления максимального наклона линейного поля скоростей  $\beta$ . Определение этих параметров выполнено методом итераций в несколько этапов. Нулевое приближение определяет приблизительные значения искомым параметров, которые служат исходными данными для выполнения первого приближения. Первое приближение – это метод точного решения, предусматривающий поиск оптимального пространственного положения тектонического блока относительно мареографов и их скоростей. В этом приближении также выполняется поиск минимума функции отклонения модели движения блока относительно реальных измерений мареографов. Решение этой задачи, а именно поиск минимума целевой функции, выполнялся градиентным методом Флетчера–Ривса. Выполнение второй итерации проверяет сходимость результатов искомым параметров и выполняет оценку их точности с помощью метода наименьших квадратов. **Результаты.** Результаты этого исследования: установлены изменения скорости движения мареографа в зависимости от изменения средней эпохи  $t_0$  и периода усреднения результатов наблюдений  $\Delta t$ . Для тектонического блока Авалония установлена зависимость изменения азимута направления максимального наклона линейного поля скоростей  $\beta$  и максимального угла наклона линейного поля скоростей  $\alpha$  от выбранной средней эпохи  $t_0$  и периода усреднения результатов наблюдений  $\Delta t$ . Построено пространственную кинематическую модель движения тектонического блока Авалония для  $\Delta t=70$  лет. Проанализировано изменение во времени поля скоростей вертикальных движений блока. Проведен ретроспективный анализ изменения кинематических параметров исследуемой территории. **Научная новизна.** Установлена зависимость линейной скорости вертикального движения мареографа  $V_{\text{мар}}$  и средней квадратичной погрешности  $m_{V_{\text{мар}}}$  от периода усреднения результатов наблюдений  $\Delta t$ . По результатам наблюдений выявлено, что амплитуда скорости движения мареографа растет с уменьшением периода усреднения результатов наблюдений  $\Delta t$ . По данным мареографических наблюдений установлено, что скорость опускания тектонического блока Авалония постепенно уменьшается во времени. Азимут  $\beta$  смещается в южном направлении. Полученные схемы вертикальных движений земной поверхности исследуемой территории по данным мареографических наблюдений в основном совпадают с результатами повторных нивелирований. **Практическая значимость.** По результатам исследования разработаны теоретические основы и методика определения кинематических параметров поля скоростей вертикальных движений земной коры тектонических блоков по данным длительных мареографических наблюдений. Построено кинематическую модель поля скоростей тектонического блока Авалония. Установленные зависимости кинематических параметров блока нужны для дальнейшего углубленного исследования вертикальных движений земной коры территории Европы в целом, а в случае необходимости – ее отдельных частей. Предложенная методика может быть использована для аналогичного исследования других регионов мирового побережья. Она также позволяет прогнозировать изменения положения береговой линии, имеет значительное влияние при проектировании и строительстве гидротехнических сооружений на прибрежных территориях. Кроме этого, методика позволяет выполнять реконструкцию вертикальных движений земной коры в прошлом.

**Ключевые слова:** вертикальное движение земной коры, ГНСС-станции, мареограф, тектонический блок, реконструкция вертикальных движений.



K. R. TRETIAK<sup>1</sup>, S. I. DOSYN<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Higher geodesy and astronomy, Lviv Polytechnic National University, 12 S. Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013

<sup>2</sup>Department of Higher geodesy and astronomy, Lviv Polytechnic National University, 12 S. Bandera street, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail solomiya.dosyn@gmail.com

RECONSTRUCTION OF VERTICAL MOVEMENTS OF THE EARTH'S CRUST,  
ACCORDING TO TIDE GAUGE OBSERVATIONS

**Purpose.** The purpose of this study: to reconstruct the vertical movements of the earth crust, crystalline massif of Avalonia is taken as an example, namely in Netherlands according to tide gauge observations during 1900–2012; to investigate the change of kinematic parameters of the crystalline massif, where the tide gauges, selected for the study, are situated, depending on the average epoch of the observation period  $t_0$  and averaging the results of tide gauge observations  $\Delta t$ . Priori assumed that the crystalline massife is a hard tectonic block with linear field of vertical velocity. **Methodology.** To perform the reconstruction of the vertical movements of the earth's crust a method of determining the necessary length of tide gauge observations to determine the vertical movements with given precision is developed. In addition, an algorithm for determining kinematic parameters of the tectonic block, which characterize the position of the line of zero velocity vertical motion, the azimuth direction of maximum tilt of the block  $\beta$ , the angle of inclination of the velocity field  $\alpha$  is developed. The definition of these parameters was performed by the method of iterations in several stages. Zero approximation determines the approximate values of unknown parameters that serve as input data to perform the first approximation. The first approach is the method of exact solutions, which involves finding the optimal spatial position of the tectonic blocks in relation to tide gauges and their velocities. During this approximation a search for the minimum of a function of the deviation of the motion models of the block relative to the actual measurements of tide gauges is also performed. The solution to this problem, namely the search of the minimum of the objective function, was made by a gradient method of Fletcher–Reeves. The second iteration checks the convergence of the results desired parameters and executes them to evaluate the accuracy using the least squares method. **Results.** The results of this study are: the speed change of tide gauges depending on changes in the average epoch  $t_0$  and the averaging period of observation results  $\Delta t$  is determined. For tectonic block of Avalonia dependence of change of azimuth of the direction of maximum tilt of the block  $\beta$  and angle of the velocity field  $\alpha$  on the average epoch  $t_0$  and the averaging period of observation results  $\Delta t$  is estimated. Spatial kinematic model of motion of a tectonic block of Avalonia for  $\Delta t=70$  years is built. The change in time of the velocity field of the vertical movements of the block is analyzed. Retrospective analysis of changes in kinematic parameters of the study area is performed. **Scientific novelty.** The dependence of the linear velocity of the tide gauges' vertical movement  $V_{TG}$  and root mean square error  $m_{VTG}$  from averaging period observations  $\Delta t$  is determined. The observations revealed that the amplitude of the tide gauges' speed increases with decreasing of averaging period of observation results  $\Delta t$ . According to tide gauge observations it was found that the speed of lowering of the tectonic block of Avalonia gradually decreases over time. The azimuth direction of maximum tilt of the block  $\beta$  is shifted to the South. The obtained schematic vertical movements of the earth's surface study area according to tide gauge observations are broadly consistent with the results of the repeated leveling. **Practical significance.** According to the study a theoretical framework and method of determining kinematic parameters of the velocity field of the vertical movements of the crust of tectonic blocks according to long tide gauge observations are developed. Kinematic model of the velocity field of the tectonic block of Avalonia is built. The dependence of the kinematic parameters of the block will serve for further in-depth study of the vertical movements of the European crust in general, and if necessary of its individual parts. The proposed method can be used for similar studies in other regions of the world coast. It also allows us to predict changes in position of the coastline, has a significant influence in the design and construction of hydrotechnic structures in coastal areas. In addition, this technique provides the ability to perform the reconstruction of the vertical movements of the crust in the past.

*Key words:* vertical movement of the earth's crust, GNSS stations, tide gauge, tectonic block, reconstruction of vertical movements.

REFERENCES

- Panteleev A. V., Letova T. A. Metody optimizatsii v primerakh i zadachakh. Uchebnoe posobie. 2-e izd., ispravl. – Moskva: Izd. «Vysshaya shkola», 2005, 544 p.
- Antonov J. I., Levitus S., Boyer T. P., Steric sea level variations during 1957-1994, Journal of Geophysical Research 107(C12), 8013 – 8021, doi:10.1029/2001JC000964, 2002.
- Bindoff N. L., Willebrand J., Artale V., Cazenave A., Gregory J. M., Gulev S. et al., Observations: oceanic climate change and sea level, IPCC Fourth Assessment Report, 2007.

- Bingley R., Dodson A., Penna N., Teferle N., Baker T., Monitoring the vertical land movement component of changes in mean sea level using GPS: results from tide gauges in the UK, *Journal of Geospatial Engineering*, Vol. 3, No. 1, 9-20, 2001.
- Bouin M. N., Wöppelmann G., Land motion estimates from GPS at tide gauges: a geophysical evaluation, *Geophysical Journal International*, 180, 193–209, doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04411.x. 2010.
- Church J. A., et al., Changes in sea level, in *Climate Change 2001: The Scientific Basis*, edited by J. T. Houghton et al., 639–694, Cambridge Univ. Press, New York, 2001.
- Emery K. O., Aubrey D. G., Glacial rebound and relative sea levels in Europe from tide-gauge records, *Tectonophysics*, 120, 239–255, 1985.
- Gaudio C. Del, Aquino I., Ricciardi G. P., Ricco C., Scandone R., Unrest episodes at Campi Flegrei: a reconstruction of vertical ground movements during 1905–2009, *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 195, 48–56, 2010.
- Kooi H., Johnston P., Lambeck K., Smither C., Molendijk R., Geological causes of recent (~100 yr) vertical land movement in the Netherlands, *Tectonophysics* 299, 297–316, 1998.
- Kuo C. Y., Shum C. K., Braun A., Mitrovica J. X., Vertical crustal motion determined by satellite altimetry and tide gauge data in Fennoscandia, *Geophysical Research Letters*, 31, L01608, doi:10.1029/2003GL019106. 2004.
- Kuo C. Y., Shum C. K., Braun A., Cheng K.-C., Yuchan Y., Vertical Motion Determined Using Satellite Altimetry and Tide Gauges, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, Vol. 19, No. 1-2, 21-35, April 2008.
- Nerem R. S., Mitchum G. T., Estimates of vertical crustal motion derived from differences of TOPEX/POSEIDON and tide gauge sea level measurements, *Geophysical Research Letters*, Vol. 29(19), 1934, doi:10.1029/2002GL015037, 2002.
- Nørbech T. K., Ensager L. J., Knudsen P., Koivula H., Lidberg M., Ollikainen M., Weber M., Transformation from a Common Nordic Reference Frame to ETRF89 in Denmark, Finland, Norway, and Sweden. Proceedings of the 15th General Meeting of the Nordic Geodetic Commission, May 29 – June 2, 2006, Copenhagen, Denmark. Technical Report No. 1, 2008 National Space Institute, ISBN 10 87-92477-00-3 , ISBN 13 978-87-92477-00-2.
- Plant J. A., Whittaker A., Demetriades A., De Vivo B., Lexa J., The Geological and Tectonic Framework of Europe. In: Salminen R (ed) *Geochemical Atlas of Europe. Part 1: background information, methodology and maps*. Geological Survey of Finland, Espoo, Finland, 2003.
- Santamaría-Gómez, A., Gravelle M., Wöppelmann G., Long-term vertical land motion from double-differenced tide gauge and satellite altimetry data, *Journal of Geodesy*, Volume 88, Issue 3, 207–222, doi:10.1007/s00190-013-0677-5, 2014.
- Tretyak K., Dosyn S., Study of vertical movements of the European crust using tide gauge and GNSS observations, *Reports on Geodesy and Geoinformatics*, Vol. 97/2014; 112-131 doi:10.2478/rgg-2014-0016
- Zervas C., Gill S., Sweet W., Estimating Vertical Land Motion from Long-Term Tide Gauge Records, Technical Report National Ocean Service (NOS) CO-OPS 065, 22 p. 2013.

Надійшла 12.03.2015 р.