

Теория и практика: Учебно-практическое пособие. – М.: “ГНОМ-ПРЕСС”, 1998; 5. Мочерний С.В. *Економічна теорія.* – К.: Академія. – 1998; 6. Михайлов О.В. *Основы мировой конкурентоспособности.* – М.: Познавательная книга плюс, 1999; 7. Палкін Ю., Заровна Н. *Економічний закон конкуренції // Економіка України.* – 1995. – №8. 8. Чернега О.Б. *Управление конкурентоспособностью в условиях трансформации экономических отношений.* – Д.: НАНУ. *Институт економіки промисловості.* – 1999. 9. Самуельсон П. *Економіка.* – М.: Прогрес, 1994; 10. Шнирков О.І. *Конкуренція в економічних взаємовідносинах країн Східної Європи.* – 1996. 11. Баркан Д.И. *Маркетинг для всех.* – Л.: “Культ-информ-пресс”, 1991. 12. Котлер Ф. *Основы маркетинга.* – М.: “Прогресс”, 1990. 13. *Управління міжнародною конкурентоспроможністю підприємства (організації): Навч. посібник / За ред. І.Ю. Сіваченка.* – К.: ЦУЛ, 2003. 14. *Цены и ценообразование. Учеб. для вузов. 3-е изд. / Под. ред. В.Е. Есипова:* – СПб: Изд-во “Питер”, 1999.

УДК 657.471+336.221

О. Є. Денисов

Національний університет “Львівська політехніка”

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОВЕДІНКИ УЧАСНИКІВ ОЛІГОПОЛЬНОГО РИНКУ

© Денисов О.Є., 2004

Розглянуто комплекс питань, пов'язаних з пошуком точки рівноваги на олігопольному ринку. На основі проведеного аналізу отримано умови збереження рівноваги на олігопольному ринку.

In the article complex of questions with finding the point of the equilibrium on the oligopolium market are described. Conditions of market equilibrium are received on result of the analysis.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. Важливим аспектом в проведенні стратегічного аналізу ринку є пошук оптимального режиму функціонування та розвитку ринку, особливо в частині олігопольних ринків, де вищезначені умови є реальними для детермінування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми. Розроблення та впровадження стратегії розвитку підприємства базується на застосуванні системного підходу до процесу стратегічного аналізу. Концепція рівноваги за Нешем все ширше застосовується в мікроекономічному аналізі та вирішенні стратегічних задач, оскільки кожне підприємство як учасник ринку намагається реалізувати свій потенціал відповідно до дій конкурентів. Концепцію рівноваги за Нешем доцільно застосовувати як основу теоретико-ігрового підходу до моделювання [2].

За результатами досліджень, проведених у США ще у 1990 році щодо практичного застосування економіко-математичного моделювання і моделей в навчальних закладах, урядових організаціях, бізнесі, промисловості, частота користування методами та моделями теорії гри становить лише 13,7 %, тоді як ранг корисності теорії гри – найвищий і становить аж 88, наприклад, порівняно з імітаційним моделюванням, де ранг корисності лише 1,25.

Цілі статті. Пошук точок рівноваги на олігопольному ринку з використанням принципів математичного моделювання. Аналіз ринку каустичної соди та хлору в Україні, проведений з

використанням принципів школи позиціонування в стратегічному аналізі, вимагає перевірки за допомогою принципів математичного моделювання, чому і присвячена означена стаття.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Якщо виходити із загального принципу оптимальності процесу стратегічного аналізу, то економіко-математична модель зводиться до пошуку максимуму за певних обмежень. Ці задачі в загальному вигляді не є оптимізаційними, бо обмеження не задаються в явному вигляді, а лише функціонально і тому є нетрадиційними в теорії екстремальних задач. Одним із ефективних методів розв'язання таких задач є універсальний метод множників Лагранжа [1]. Важливість цього методу полягає не тільки в його універсальності, але й в можливості проведення економічного аналізу, зокрема щодо чутливості критерію ефективності до змін різних параметрів і можливості різного економічного тлумачення результатів.

Аналізуючи поведінку підприємства на ринку, залежно від його структури, важливо визначити обсяги виробництва та цінову політику. Ці параметри, в першу чергу, залежать від стратегії розвитку підприємства, яка приймається достатньо складно, оскільки кожне підприємство діє в умовах конкурентних стратегій інших учасників ринку. Для олігопольного ринку, де діє лише кілька підприємств-конкурентів, важливим аспектом конкурентної стратегії є створення вхідних бар'єрів для нових учасників з метою перекрити вхід на ринок. Стратегію необхідно будувати, виходячи із нових реалій, зв'язаних з процесом глобалізації, але ці реалії ставлять лише нові питання, на які кожне окреме підприємство має самостійно знайти відповіді, які ляжуть в основу відповідної стратегії розвитку.

Для аналізу олігопольного ринку скористаємося економіко-математичним моделюванням поведінки (процесу), якщо мета єдина – досягнення економічної ефективності. Такий підхід ґрунтується на загальному принципі оптимальності та в практичних техніко-економічних завданнях зводиться до відшукування максимуму при певних обмеженнях. Однак, як відомо, вибір альтернатив досить часто приводить до стратегічної невизначеності, або розв'язок не може бути визначений повністю, що вимагає уточнення принципу оптимальності. Ця проблема є достатньо новою і особливе місце в ній відведено аксіоматичному підходу до принципу оптимальності, але для потреб практичних задач це не дає можливості однозначно трактувати проблематику оптимальності.

В умовах ринкової економіки ступінь невизначеності економічної поведінки об'єктів ринку досить висока, але при виробленні стратегії поведінки підприємства повинні враховувати можливі реакції інших суб'єктів ринку. Практичне значення мають методи аналізу, які дають можливість оцінити, зіставити різні можливі варіанти. При розгляді олігопольних ринків для оптимізації прибутку треба враховувати не тільки прямі впливи обсягів виробництва, витрат і ціни, але і непрямі – через взаємодію конкурентів.

У випадку трьох конкурентів-виробників каустичної соди та хлору, якими є: ЗАТ "Лукор", м. Калуш (далі – підприємство 1), ВАТ "Дніпроазот", (далі – підприємство 2), Первомайський ДП "Хімпром" (далі – підприємство 3), кожне з них виробляє однорідну продукцію, яку можна задати функцією виробничих затрат:

$$\begin{aligned}g_1 &= f_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1), \\g_2 &= f_2(x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2), \\g_3 &= f_3(x_1^3, x_2^3, \dots, x_n^3),\end{aligned}\tag{1}$$

де g_i – випуск продукції i -го підприємства, $i=1,2,3$;

x_j^i – рівень витрат j -го виду i -м підприємством, $i=1,2,3$; $j=\overline{1, n}$.

Очевидно, що g_1 залежить не тільки від рівня витрат, але й від граничних рівнів випуску продукції конкурентними підприємствами.

Ціна на одиницю продукції визначається рівнями випуску

$$p = p(g_1, g_2, g_3)\tag{2}$$

Отже, якщо випуск продукції одночасно буде зростати, то в результаті ціни понизяться і

$$\frac{\partial p}{\partial g_1} < 0, \frac{\partial p}{\partial g_2} < 0, \frac{\partial p}{\partial g_3} < 0 \quad (3)$$

Вартість витрат визначається закупівельними обсягами необхідних видів сировини

$$r_j = r(x_j^1, x_j^2, x_j^3), j = \overline{1, n} \quad (4)$$

і якщо збільшуються обсяги закупівлі, то, як результат, отримаємо збільшення витрат:

$$\frac{\partial r_j}{\partial x_j^1} > 0, \frac{\partial r_j}{\partial x_j^2} > 0, \frac{\partial r_j}{\partial x_j^3} > 0, j = \overline{1, n} \quad (5)$$

А тепер можна записати формалізовану задачу оптимізації прибутку Π_1 підприємства 1, якщо досліджується модель стратегії його поведінки:

$$\max_{g_1, x_j^1, \dots, x_n^1} \Pi_1 = p(g_1, g_2, g_3)g_1 - \sum_{j=1}^n r_j x_j^1, \quad (6)$$

за умови $g_1 = f_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$.

Якщо застосувати метод множників Лагранжа, який є не тільки основним методом розв'язання класичних задач оптимізації (стратегія максиміну – класична і найконсервативніша задача, оскільки максимізує мінімально можливий результат), але й дає можливість досліджувати чутливість результату, а відтак, дати різне економічне тлумачення поведінки операторів ринку при різних припущеннях та обмеженнях.

Функцію Лагранжа задачі (1)–(6) запишемо у такій формі:

$$L = p(g_1, g_2, g_3)g_1 - \sum_{j=1}^n r_j(x_j^1, x_j^2, x_j^3)x_j^1 + y(f_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) - g_1), \quad (7)$$

де y – множник Лагранжа. Необхідні умови для задачі відшукування оптимального розв'язку дають (n+2) рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial g_1} &= p(g_1, g_2, g_3) + g_1 \frac{\partial p}{\partial g_1} + g_1 \frac{\partial p}{\partial g_2} \frac{\partial g_2}{\partial g_1} + g_1 \frac{\partial p}{\partial g_3} \frac{\partial g_3}{\partial g_1} - y = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial x_j^q} &= -r_j(x_j^1, x_j^2, x_j^3) - x_j^1 \left(\frac{\partial r_j}{\partial x_j^1} + \frac{\partial r_j}{\partial x_j^2} \frac{\partial x_j^2}{\partial x_j^1} + \frac{\partial r_j}{\partial x_j^3} \frac{\partial x_j^3}{\partial x_j^1} \right) + y \frac{\partial f_1}{\partial x_j^1} = 0, j = \overline{1, n}, \\ \frac{\partial L}{\partial y} &= f_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) - g_1 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Виключимо множник Лагранжа y і отримаємо (n+1) рівняння

$$\left[p + g_1 \left(\frac{\partial p}{\partial g_1} + \frac{\partial p}{\partial g_2} \frac{\partial g_2}{\partial g_1} + \frac{\partial p}{\partial g_3} \frac{\partial g_3}{\partial g_1} \right) \frac{\partial f_1}{\partial x_j^1} \right] = r_j(x_j^1, x_j^2, x_j^3) + x_j^1 \left(\frac{\partial r_j}{\partial x_j^2} \frac{\partial x_j^2}{\partial x_j^1} + \frac{\partial r_j}{\partial x_j^3} \frac{\partial x_j^3}{\partial x_j^1} \right), \quad (9)$$

$$g_1 = f_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1), j = \overline{1, n}.$$

Вирази

$$\frac{\partial g_2}{\partial g_1}, \frac{\partial g_3}{\partial g_1} \quad (10)$$

вказують на зміни в обсягах випуску продукції другого та третього підприємства відповідно, при змінах у випуску продукції першим підприємством. Далі розглянемо

$$\frac{\partial x_j^2}{\partial x_j^1}, \frac{\partial x_j^3}{\partial x_j^1}, j = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Ця група змінних характеризує вплив змін в затратах j -го виду сировини, яка споживається першим виробництвом, на затрати j -го виду сировини другим та третім підприємством відповідно. Ці вирази характеризують певні передбачувані варіації. Рівняння (9) є припущеннями, які повинні враховуватися першим підприємством, тобто воно повинно передбачити реакції конкурентів на вибрану ним стратегію. Якщо відносно виразів (9)–(11) зробити різні припущення, то кожне з них призведе до різновидів аналізу на олігопольному ринку. Такий підхід достатньо проаналізований у випадку дуополії [2].

На олігопольному ринку більша або вся частина обсягу виробництва припадає на декілька підприємств, а штучно створені входні бар'єри дозволяють учасникам ринку протягом довго періоду отримувати значні прибутки. За довгий період підприємства навчилися оцінювати

можливості та дії своїх конкурентів, тому за допомогою олігополістичної моделі Курно аналіз ринку приведе до положення рівноваги навіть тоді, коли учасники ОР виробляють однорідний товар і конкурують, встановивши спочатку обсяги виробництва, а потім призначивши ціну. Обмеження моделі Курно полягає в тому, що кожне з підприємств вважає обсяг виробництва своїх конкурентів фіксованим, і лише після цього припущення встановлює свій обсяг. Звичайно, таке припущення далеке від економічних реалій і є основним недоліком моделі Курно, оскільки не враховує динаміку ринку. Детальніше можна проаналізувати можливість застосування моделі Курно у випадку трьох операторів олігопольного ринку за умови, що попит і функції витрат змінюються лінійно. За неокласичною теорією споживання, функція попиту характеризує кількісні значення попиту як функцію ціни на продукт і бюджетних обмежень споживача і є однорідною функцією нульового порядку. У цьому випадку функцію попиту запишемо як лінійну функцію:

$$p = a - b(g_1 + g_2 + g_3), a > 0, b > 0, \quad (12)$$

а функцію витрат

$$c_1 = cg_1 + d, c_2 = cg_2 + d, c_3 = cg_3 + d, c > 0, d > 0, \quad (13)$$

де сталі $a > 0, b > 0$ визначаються із рівнянь тривалої еластичності попиту та пропозиції, причому a – еластичність попиту за ціною, b – еластичність доходу споживачів, а числові значення цих сталих визначаються емпірично і саме статистичний підхід дає можливість встановити зміни величин, що впливають на попит; c – граничні витрати, d – фіксовані витрати, а промисловий випуск продукції дорівнює $g = g_1 + g_2 + g_3$. Запишемо прибуток, який може отримати підприємство 1:

$$\Pi_1 = [a - b(g_1 + g_2 + g_3)] g_1 - cg_1 - d. \quad (14)$$

Аналогічно можна записати функцію прибутку для підприємств 2 та 3.

При застосуванні аналізу ринку за моделлю Курно припускається, що зміни у випуску продукції підприємства 1 не впливатимуть на обсяги виробництва конкурентів і вирази, що характеризують зміни

$$\frac{\partial g_2}{\partial g_1} = 0, \quad \frac{\partial g_3}{\partial g_1} = 0.$$

При максимізації загального прибутку залежно від вибору обсягу виробництва g_1 , необхідні умови існування такого максимуму мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_1}{\partial g_1} &= a - b(g_1 + g_2 + g_3) - b(g_1 + \frac{\partial g_2}{\partial g_1} g_1 + \frac{\partial g_3}{\partial g_1} g_1) - c = \\ &= a - b[(g_1 + g_2 + g_3) + g_1(1 + \frac{\partial g_2}{\partial g_1} + \frac{\partial g_3}{\partial g_1})] - c = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Оптимальний розв'язок як вектор $g(g_1, g_2, g_3)$, що характеризує рівень випуску продукції, отримуємо за припущеннями:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Pi_1}{\partial g_1} \right|_{\substack{\frac{\partial g_2}{\partial g_1} = 0, \\ \frac{\partial g_3}{\partial g_1} = 0}} &= 0, \quad \left. \frac{\partial \Pi_2}{\partial g_2} \right|_{\substack{\frac{\partial g_1}{\partial g_2} = 0, \\ \frac{\partial g_3}{\partial g_2} = 0}} = 0, \\ \left. \frac{\partial \Pi_3}{\partial g_3} \right|_{\substack{\frac{\partial g_1}{\partial g_3} = 0, \\ \frac{\partial g_2}{\partial g_3} = 0}} &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Таке припущення щодо фіксованих обсягів випуску конкурентів призводить до системи лінійних рівнянь. Очевидно, що функції прибутку для підприємств 2 та 3, відповідно, можна записати аналогічно до (15). Тоді отримуємо систему трьох рівнянь:

$$\begin{cases} a - b(g_1 + g_2 + g_3) - bg_1 - c = 0 \\ a - b(g_1 + g_2 + g_3) - bg_2 - c = 0, \\ a - b(g_1 + g_2 + g_3) - bg_3 - c = 0, \end{cases} \quad (17)$$

Після елементарних перетворень легко отримати розв'язок такої системи рівнянь:

$$g_1 = g_2 = g_3 = \frac{a - c}{4b},$$

що є положенням рівноваги Курно і визначає оптимальні обсяги випуску продукції. Тоді рівноважні ринкові ціни і випуск продукції дорівнюють, відповідно,

$$p = \frac{a + 3c}{4}, g = g_1 + g_2 + g_3 = \frac{3(a - c)}{4b}.$$

Якщо у дослідника основна мета – досягти економічної ефективності при аналізі олігопольного ринку, то відхилення від положення рівноваги ринку з декількома конкурентами приводить до падіння ефективності, а рівноважна цінова політика та рівновага щодо випущеної продукції максимізує сукупний економічний дохід.

Припущення, що варіації прибутку підприємств (16) дорівнюють нулю, не враховують реакції конкурентів, а тому мають лише первинний характер. При більш складному аналізі необхідно враховувати імовірнісний характер реакції конкурентів. Такий підхід реалізується за допомогою моделі Стакельберга. Аналіз доцільно проводити як ітераційний процес, а тому зробимо припущення на першому кроці ітерації, зокрема, для цього використаємо попередню модель Курно. Побудуємо криві реакції Курно за деякий часовий період. Ці криві показують оптимальний випуск продукції кожного підприємства при заданих обсягах випуску продукції конкурентами.

Із врахуванням умов (16) криві реакції матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} g_1(t+1) &= \frac{a - c - b(g_2(t) + g_3(t))}{2b}, g_2(t+1) = \frac{a - c - b(g_1(t) + g_3(t))}{2b}, \\ g_1(t+1) &= \frac{a - c - b(g_1(t) + g_2(t))}{2b}. \end{aligned} \quad (18)$$

Це різниці рівняння, які представляють траєкторії динаміки випуску продукції за часом. Графічно це зобразити важко, бо в тривимірному просторі втрачається простота зображення.

А тоді

$$\frac{\partial g_2}{\partial g_1} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_3}{\partial g_1}, \frac{\partial g_3}{\partial g_1} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_2}{\partial g_1}. \quad (19)$$

Враховуючи ці умови, маємо

$$\frac{\partial g_2}{\partial g_1} + \frac{\partial g_3}{\partial g_1} = -\frac{2}{3}.$$

Підставимо їх в (15) і отримаємо:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial g_1} = a - b(g_1 + g_2 + g_3) + \frac{1}{3}bg_1 - c = 0.$$

Крива реакції для підприємства 1 при припущеннях (19) буде мати вигляд:

$$g_1 = \frac{a - c - b(g_2 + g_3)}{\frac{4}{3}b}. \quad (20)$$

З цієї формули видно, що результати для всіх підприємств залежать, перш за все, від поведінки підприємств 2 та 3.

Замість системи (17), яка має єдиний розв'язок, отримуємо систему із безліччю розв'язків залежно від припущення щодо дій конкурентів, що створює джерело невизначеності, а тому потребує додаткового дослідження ринку. Наприклад, якщо підприємства 2 і 3 користуються

кривими реакції Курно, тобто підприємство 1 допускає, що підприємства 2 та 3 будуть приймати рішення щодо випуску продукції відповідно до кривих реакції (18), то результати для всіх підприємств відповідно дорівнюють:

$$g_1 = \frac{3(a-c)}{5b}, g_2 = \frac{3(a-c)}{10b}, g_3 = \frac{3(a-c)}{10b}.$$

Розв'язок при цих припущеннях прийнято називати рівновагою Стакельберга, тоді підприємство 1 отримує прибуток більший, ніж його конкуренти. Але таке припущення не є універсальним і вказує, що, змінюючи припущення щодо підприємств 2 та 3, отримуємо різні результати.

Очевидно, що доцільно перейти до теоретико-ігрового підходу моделювання поведінки операторів олігопольного ринку, де передбачено розвиток аналітичних основ застосування економіко-математичного моделювання. В дійсності існує множина можливих рішень для аналізу дій операторів олігопольного ринку, що аналогічно множині можливих розв'язків ігрових задач, коли кількість гравців більша ніж два, тобто не розглядається антагоністична ситуація.

Висновки. Успіхи та невдачі всіх учасників олігопольного ринку потребують додаткового дослідження по всьому економічному ланцюжку, і перш за все, забезпечення виробничого процесу і змін в потребах споживачів продукції. Уявлення стосовно технології та кінцевого використання продукції в багатьох галузях визначили підйом сучасного виробництва. На сучасному етапі розвитку промисловості треба враховувати той факт, що технології, які знаходяться за межами досліджуваної галузі, все більше впливають на окреме підприємство та галузь загалом, оскільки не розвиваються паралельно, а постійно перетинаються. Технології та кінцеве використання продукції перетворюються у фактор обмежень, за допомогою яких формується стратегія розвитку підприємства. Економічний ланцюжок повинен об'єднувати дійсних партнерів, тобто інституції, які не підпорядковані одне одному, а незалежні.

І нарешті, слід зазначити, що результати діяльності підприємств на олігопольному ринку існують тільки за його межами, у зовнішньому середовищі, тому стратегія діяльності повинна бути орієнтована на результат і полягати у мобілізації ресурсів підприємства для досягнення ефективності у зовнішньому середовищі.

1. Вєдина О.И., Дєсницкая В.Н., Варфоломеева Г.Б., Тарасюк А.Ф. *Математика. Математический анализ для экономистов: Учебник для студ. вузов, обуч. по социально-экон. спец.* / Ред. А.А. Гриб, А.Ф. Тарасюк. — М.: Филин, 2001. — 354с. 2. Пиндайк Роберт, Рубинфельд Даниэль, *Микроэкономика: Сокр. пер. с англ.* / Науч. ред. В.Т. Борисович, В.М. Полтерович, В.И. Данилов и др. — М.: "Экономика", "Дело", 1992 — 510 с. 3. Макконел К. Р., Брю С. Л. *Экономикс. Принципы, проблемы и политика: Пер. с англ.* — М.: Республика, 1992.