УДК 519.15..621.372

О. Різник, О. Повшук, К. В’юшкова
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра інформаційних технологій видавничої справи

СХЕМИ ВІДНОВЛЕННЯ РОЗПОДІЛЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ НА ОСНОВІ ІДЕАЛЬНИХ КІЛЬЦЕВИХ ВІДНОШЕНЬ

Метою роботи є дослідження схем відновлення. Схема відновлення повинна мати рівномірно розподілене навантаження, навіть за найгірших ситуацій комп'ютерів, що вийшли з ладу. На основі розглянутих методів встановлено, що задача виявлення оптимальних схем відновлення відповідає математичній задачі ВІВ-схеми. У процесі досліджено схему відновлення на основі ВІВ-схеми, яка працює для більшої кількості пошкоджених комп'ютерів, ніж інші схеми. Ця схема дає змогу забезпечити оптимальне відновлення для будь-якої кількості комп'ютерів у кластері.

Ключові слова: ідеальна кільцева в’язанка, розподілені обчислення, схема відновлення, ВІВ-схема, кластер.

The purpose of work is research of recovery scheme. The recovery scheme must have the equipartition loading, even at the worst situations of computers which broke ranks. It was investigational on the basis of the considered existent methods, that the task of exposure of optimal recovery scheme answers the mathematical task of BIB - design. In the process of work the recovery scheme was worked out on the basis of BIB - design, which works for the greater number of the damaged computers, what other existent charts. This recovery scheme to provide optimal renewal for any amount of computers in a cluster.

Key words: idea ring bundle, up-diffused calculations, recovery scheme, BIB - design, cluster

Вступ

Розподілені системи обчислень краще захищені від відмови частини комп’ютерів, що використовуються, і мають високу продуктивність через спільне використання навантаження. В ідеальному випадку навантаження повинно рівномірно поширюватись серед комп'ютерів. Коли один або більше комп'ютерів виходять з ладу, навантаження з цих комп'ютерів має бути перерозподілене до інших комп'ютерів, що працюють у групі розподіленої системи обчислень. Перерозподіл визначає схема відновлення. Схема відновлення повинна розподіляти навантаження порівну між комп’ютерами, що працюють, як тільки можливо, навіть коли є поломки комп'ютерів у найнесприятливіших комбінаціях. Необхідно знайти оптимальні схеми відновлення для будь-якої кількості комп’ютерів у розподіленій системи обчислень.

Постановка проблеми

Мета − знайти оптимальні схеми відновлення, які повинні швидко обчислюватись для великої кількості n комп’ютерів і працювати краще, ніж вже відомі схеми. Розглянемо кластер з n ідентичних комп'ютерів. Є один процес на кожному комп'ютері. Робота рівномірно розділена на ці n процеси. Є список відновлень, асоційований з кожним процесом. Цей список визначає, де процес треба знову почати, якщо поточний комп'ютер вимкнений. Процес переміщається назад, як тільки вимкнений комп'ютер повертається до робочого стану. Отже, необхідно отримати число, до якого можна знайти найдовшу послідовність додатних цілих чисел, сума послідовності яких менша або дорівнює сумі чисел, і така, що усі суми послідовностей унікальні. Ця задача еквівалентна задачі знаходження лінійки Голомба за умови, що сума послідовності менша або дорівнює L_n, і еквівалентна математичній задачі BIB-схем за умови, що сума послідовності точно дорівнює v, тому відповідно можемо користуватися результатами лінійок Голомба та BIB-схем.

Лінійкою Голомба називається набір невід'ємних цілих чисел, розташованих у вигляді поділок на лінійці так, що відстань між будь-якими двома поділками є унікальною. Інакше кажучи, на усій лінійці не можна знайти два числа, різниця між якими повторювалася б двічі [2]. Максимальну кількість пар, які можна скласти з відстаней n між сусідніми поділками лінійки порядку n, визначають за формулою:

$$L_n = \binom{2}{n} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right). \tag{1}$$

Під блок-схемою розуміють розміщення елементів множини $\{b_i\}$, $i = 1, ..., v$ в а підмножинах B_j, $j = 1, ..., a$ або блоках з однаковою кількістю елементів $k_j = k$, $A_j = 1, ..., a$ в кожному блоці, причому елемент b_i належить до r_i різних блоків, а кожна p-та пара різних елементів (b_i, b_{ji}), $i \neq j$, $p = 1, 2, ..., v(v-1)/2$ трапляється в l блоках.

Простою ідеальною кільцевою в'язанкою (ІКВ) називається послідовність $K_n = (k_1, k_2, ..., k_n)$ чисел, на якій всі можливі кільцеві суми вичерпують значення чисел натурального ряду $1, 2, ..., S_n$, де:

$$S_n = n(n-1) + 1. \tag{2}$$

ІКВ з параметрами n і R відповідає циклічна BIB-схема з параметрами (v, k, l) на множині елементів $\{b_i\} = \{j\}$, $j = 1, 2, ..., S_n = v$, $n = k$, $l = R$. Це можна довести, якщо ІКВ на послідовності чисел $(k_1, k_2, ..., k_j, ..., k_n)$ поставити у відповідність

$$S_n = n(n-1)/R + 1 \tag{3}$$

послідовностей:

$$\begin{gathered} B^{(1)} = (b_1^{(1)}, b_2^{(2)}, ..., b_l^{(1)}, ..., b_n^{(1)}); \\ B^{(2)} = (b_1^{(2)}, b_2^{(2)}, ..., b_l^{(2)}, ..., b_n^{(2)}); \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ B^{(j)} = (b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, ..., b_l^{(j)}, ..., b_n^{(j)}); \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ B^{(S_n)} = (b_1^{(S_n)}, b_2^{(S_n)}, ..., b_l^{(S_n)}, ..., b_n^{(S_n)}); \end{gathered} \tag{4}$$

елементи яких визначаються за формулою

$$b_l^{(j)} - 1 \equiv j + \sum_{i=1}^{l} k_i - 1 (\mathrm{mod} S_n); \;\; l = 1, 2, ..., S_n; \;\; j = 1, 2, ..., S_n; \; v = S_n; \; k = n. \tag{5}$$

Наприклад, за вхідними даними $n = 4$, $R = 1$ та елементами ІКВ $(k_1 = 1, k_2 = 3, k_3 = 2, k_4 = 7)$ легко побудувати перший блок циклічної блок-схеми:

$$\begin{aligned} B_1: \quad & b_1 = k_1 = 1, \\ & b_2 = b_1 + k_2 = 4, \\ & b_3 = b_2 + k_3 = 6, \\ & b_4 = b_3 + k_4 = 13 \end{aligned}$$

Решту блоків знаходять циклічним зсувом довжиною $v = 13$ знайдених вище елементів першого блока цієї блок-схеми. В результаті побудови одержуємо:

$$\begin{gathered} B_1: (1, 4, 6, 13) \\ B_2: (2, 5, 7, 1) \\ B_3: (3, 6, 8, 2) \end{gathered}$$

$B_4 : (4, 7, 9, 3)$
$B_5 : (5, 8, 10, 4)$
$B_6 : (6, 9, 11, 5)$
$B_7 : (7, 10, 12, 6)$
$B_8 : (8, 11, 13, 7)$
$B_9 : (9, 12, 1, 8)$
$B_{10} : (10, 13, 2, 9)$
$B_{11} : (11, 1, 3, 10)$
$B_{12} : (12, 2, 4, 11)$
$B_{13} : (13, 3, 5, 12)$

На основі розглянутих методів досліджено, що задача виявлення оптимальних схем відновлення відповідає математичній задачі BIB-схем, побудованих на основі ІКВ. У процесі роботи розроблено схему відновлення на основі BIB-схеми, яка працює для більшої кількості пошкоджених комп'ютерів, ніж інші схеми. Ця схема дає змогу забезпечити оптимальне відновлення для будь-якої кількості комп'ютерів у кластері.

Розв'язання задачі

Список відновлень отримується додаванням значень послідовностей − це послідовність з часткових сум. Перша частина списків відновлень складається із сум елементів числової лінійки-в'язанки або ІКВ, таких, що сума оптимальної послідовності довжини менша, ніж $L_n + 1$, для лінійок Голомба або $S_n + 1$ для ІКВ. Частина списку відновлень, що залишилася, наповнена залишком номерів (комп'ютерів) аж до суми лінійок Голомба L_n або суми ІКВ S_n. Другі частини схем відновлення на основі ідеальних кільцевих в'язанок будуються як декілька підряд розташованих чисел, які не збігаються з вагами сум елементів ідеальних кільцевих в'язанок.

Наприклад, для ІКВ $(1, 3, 2, 7)$ з параметрами $n = 4$ та $S_n = 13$ перша частина схеми відновлення відповідає таким сумам елементів ІКВ: $0,\ 0+1=1,\ 1+3=4,\ 4+2=6,\ 6+7=13$, а друга частина схеми відновлення відповідає числам, відсутнім у першій частині: $2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12$.

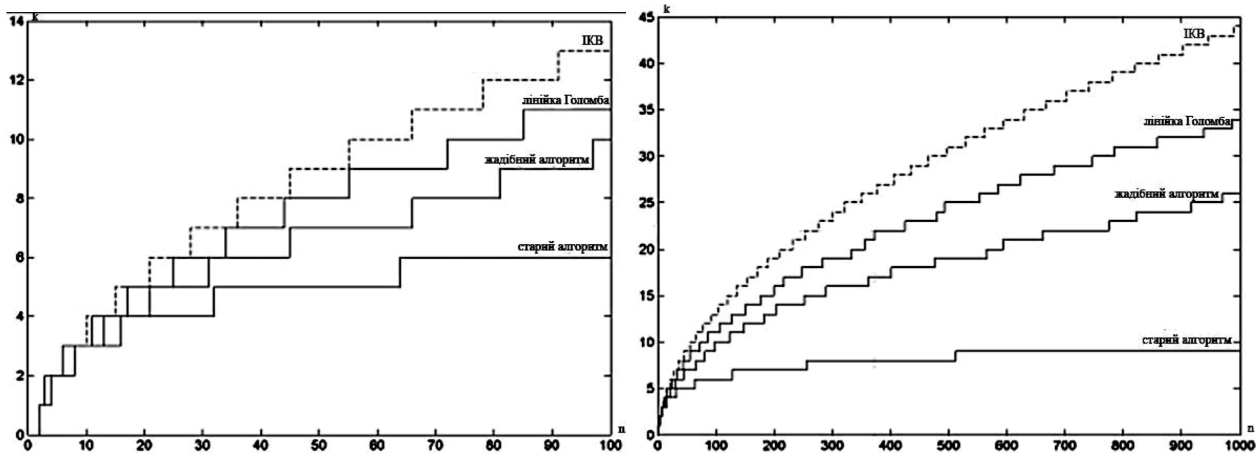
Порівняємо запропоновану модель схеми відновлення з найкращими відомими, наприклад, на основі лінійок Голомба (числових лінійок-в'язанок). Нехай $V_{0,i}$ є списком відновлення лінійки Голомба для процесу нуль у кластері з j комп'ютерами. Тоді він містить числову лінійку-в'язанку із сумою, яка менша ніж або дорівнює j і залишок номерів (комп'ютерів) аж до $j-1$.

Наприклад, для процесу нуль у кластері з 12 комп'ютерів: $V_{0,12}(0) = \{1, 4, 9, 11, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10\}$. Усі інші списки відновлень виходять з $V_{0,j}(0)$, використовуючи $V_{i,j}(x) = (V_{0,j}(0) + i) \operatorname{mod}(j+1)$ для усіх $i \le j$. Нехай $V_{0,j}$ є списком відновлення ІКВ для процесу нуль у кластері з j комп'ютерами. Тоді він містить ІКВ із сумою j і залишок номерів (комп'ютерів) аж до $j-1$. Наприклад, для процесу нуль у кластері з 14 комп'ютерів маємо: $V_{0,14}(0) = \{1, 4, 6, 13, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Інші списки відновлень для процесів x одержимо з $V_{0,j}(0)$, використовуючи $V_{i,j}(x) = (V_{0,j}(0) + i) \operatorname{mod}(j+1)$ для всіх $i \le j$.

Користуючись схемою числових лінійок-в'язанок, можна гарантувати оптимальну поведінку тільки до 27 пошкоджених комп'ютерів, де $L_{27} = 553$, оскільки для більших n ще не відомо, чи відповідні числові лінійки-в'язанки оптимальні, чи ні. Користуючись схемою ІКВ, можна гарантувати близьку до оптимальної поведінку для будь-якої кількості пошкоджених комп'ютерів, оскільки зінгерові ІКВ існують для n за умови:

$$n = p^a + 1, \qquad (6)$$

де p – просте число; a – натуральне число.



а *б*

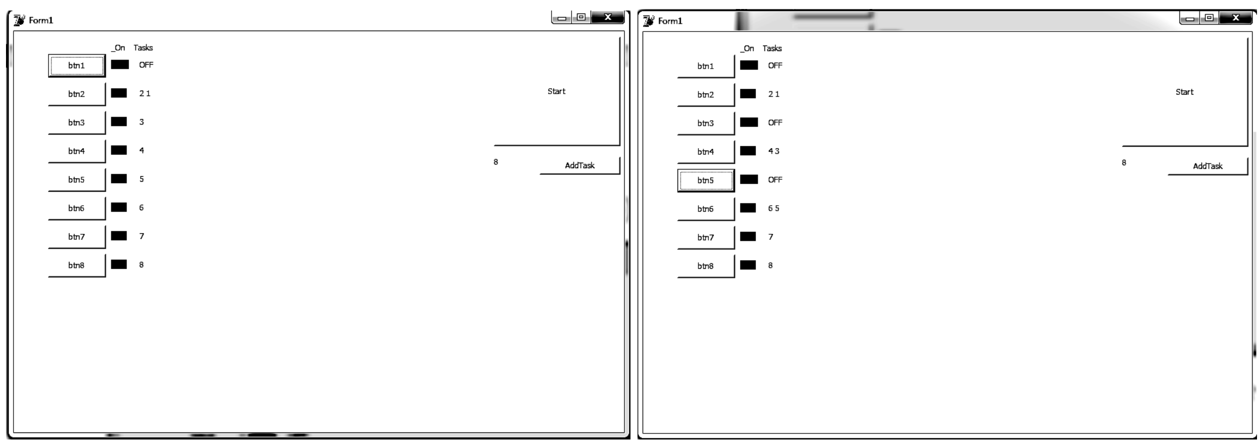
Рис. 1. Схеми відновлення на основі ІКВ, лінійок Голомба,
жадібного алгоритму, старого алгоритму

На рис. 1 порівнюються схеми відновлення, які використовують ІКВ, лінійки Голомба, жадібний алгоритм (алгоритм, який приймає найкраще рішення на основі наявних на поточному етапі даних, сподіваючись врешті-решт отримати оптимальне рішення), старий алгоритм (алгоритм, який є деякою функцією від кількості комп’ютерів). Виконання визначається як кількість комп’ютерів, що вийшли з ладу, за яких можемо гарантувати побудову оптимального розподілу навантаження [3].

Рис. 1, а показує, що зі зростанням кількості n комп’ютерів у розподіленій обчислювальній системі застосування схем відновлення ІКВ стає доцільнішим для більшої кількості комп’ютерів n, наприклад, для $n=100$ схеми відновлення на ІКВ гарантують оптимальне рішення, якщо $k=13$ комп'ю-терів вийшло з ладу, на лінійках Голомба гарантують оптимальне рішення, якщо $k=11$ комп'ютерів вийшло з ладу, жадібний алгоритм гарантує оптимальну поведінку, якщо $k=10$ комп'ютерів зламані, а старий алгоритм гарантуватиме оптимальну поведінку тільки для $k=6$ комп'ютерів [1, 3].

На рис. 1, б наведені для $n=1000$ схеми відновлення на ІКВ, які гарантують оптимальне рішення, якщо $k=44$ комп'ютерів вийшло з ладу, на лінійках Голомба, які гарантують оптимальне рішення, якщо $k=34$ комп'ютерів вийшло з ладу, жадібний алгоритм гарантує оптимальну поведінку, якщо $k=26$ комп'ютерів зламані, а старий алгоритм гарантує оптимальну поведінку тільки для $k=9$ комп'ютерів [1, 3].

Розроблений програмний продукт, який моделює роботу схему відновлення на основі ІКВ з перерозподілом процесів. Загальний вигляд програми, коли вийшов з ладу один з комп’ютерів $k=1$ та коли вийшли з ладу три комп’ютера $k=3$ на основі ІКВ (1, 2, 4) з параметрами $n=4$ та $R=1$, подано відповідно на рис. 2, а та б.



а *б*

Рис. 2. Загальний вигляд програми, яка моделює роботу схему відновлення на основі ІКВ

Висновки

Схеми відновлення визначають, як перерозподілити робоче навантаження у випадку, коли один або більше комп'ютерів виходять з ладу. Розглянуто n ідентичних комп'ютерів, які за нормальних умов виконують один процес. Усі процеси виконують ту саму кількість роботи з точністю до одиниці. Необхідно завжди отримувати навантаження, розподілене порівну, навіть за найнесприятливіших комбінацій виходу з ладу комп'ютерів, що забезпечує розроблена модель схеми відновлення на ВІВ-схемах за допомогою ІКВ. Представлена модель схем відновлення на ВІВ-схемах на основі ІКВ, для якої оптимальною є практично будь-яка кількість комп'ютерів у кластері.

Розроблений та налагоджений програмний продукт, який показує роботу моделі схеми відновлення на основі ІКВ. Схемою відновлення розподіленої системи, що гарантує оптимальне поширення навантаження в найгіршому випадку, коли k комп'ютерів вийшли з ладу, є оптимальна схема відновлення за критерієм рівномірного навантаження для значення n і k на основі ІКВ.

1. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів, 1989. 2. Різник О. Я., Балич Б. І. Використання числових лінійок-в'язанок для кодування інформації // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Комп'ютерні науки та інформаційні технології", 2006. – С. 62–64. 3. Klonowska K., Lundberg L., Lennerstad H. Using Golomb Rulers for Optimal Recovery Schemes in Fault Tolerant Distributed Computing, in Proceedings of 17th International Parallel & Distributed Processing Symposium IPDPS 2003, Nice, France, April 2003, pp. 213.