

Є. Бодянський, О. Винокурова, К. Шкуро, Ю. Татарінова
Харківський національний університет радіоелектроніки,
проблемна науково-дослідна лабораторія АСУ

ГІБРИДНА УЗАГАЛЬНЕНА АДИТИВНА НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМА В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

© Бодянський Є., Винокурова О., Шкуро К., Татарінова Ю., 2015

Запропоновано гібридну узагальнену адитивна нейро-фаззи систему, що об'єднує переваги нейро-фаззи системи Ванга–Менделя і узагальнених адитивних моделей Хасті–Тібшірані. Ця система характеризується простотою обчислювальної реалізації, високими апроксимувальними властивостями, швидкодією процесу навчання і призначена для розв'язання широкого класу задач динамічного інтелектуального аналізу даних, що пов'язані з прогнозуванням нестационарних стохастичних і хаотичних сигналів, що забруднені завадами та надходять до системи послідовно в режимі реального часу.

Ключові слова: гібридна узагальнена адитивна нейро-фаззи система, нео-фаззи нейрон, алгоритм навчання, прогнозування, нестационарні нелінійні часові ряди.

Nowadays the computational intelligence methods and systems are widespread for solving of different Data Mining tasks, intelligent control, prediction, identification, pattern recognition etc [1–4] under conditions of uncertainty, nonlinearity, stochasticity, chaotic states, different kinds of disturbances and noises due to their universal approximation properties and learning possibility based on data that describe the operation of investigated signal, process or plant.

Now the most known and popular approaches are connected with the artificial neural networks such as multilayer perceptrons that are learned using backpropagation learning algorithm. Nevertheless, the training set must be defined a priori, and the training process is implemented using many epochs of the synaptic weights training. In this case, we cannot use such systems for solving tasks in on-line mode, when the data are fed to the inputs in a sequential order in real time.

Implementing of on-line learning process is possible for neural networks, whose output signal depends linearly from tuned synaptic weights, for example, Radial Basis Function Networks (RBFN) [1, 4] and Normalized Radial Basis Function Networks (NRBFN) [5, 6], however their using is often complicated by, so called, the curse of dimensionality. In addition, problem here is not connected with computational complexity, but the problem is obtaining of data sets from the real plant that can be too small for estimating of large synaptic weights number.

Neuro-fuzzy systems that combine the learning ability of neural networks and transparency and interpretability of the soft computing results, have a range of advantages ahead of the conventional neural network. Here, first of all, it should be noticed TSK-system [7–9] and ANFIS [10, 11], whose output signal also depends linearly from the synaptic weights and has less number of synaptic weights than RBFN or NRBFN. The more complex hybrid systems of computational intelligence are well-known and have increasing approximation properties, for example, the hybrid fuzzy wavelet neural networks [12, 13], whose learning algorithms complexity limits their using in on-line mode.

The hybrid generalized additive neuro-fuzzy system that connects advantages of the neuro-fuzzy system by Wang-Mendel and the generalized additive models by Hastie-Tibshirani, is proposed. Such system is characterized by the simplicity of computational implementation, improving approximation properties, high-speed of learning process and is intended to solve wide range tasks of dynamic data mining, which are connected with the

prediction of nonstationary noised stochastic and chaotic processes in on-line mode (i.e. the observations are fed to the system sequentially in real time).

Key words: hybrid generalized additive neuro-fuzzy systems, neo-fuzzy neuron, learning algorithm, prediction, nonstationary nonlinear time series.

Вступ

Сьогодні методи та системи обчислювального інтелекту набули поширення для вирішення таких різноманітних завдань, як Data Mining, інтелектуальне керування, прогнозування, ідентифікація, розпізнавання образів тощо [1–4] за умов невизначеності, нелінійності, стохастичності, хаотичності, різного роду завад та перешкод завдяки своїм універсальним апроксимувальним властивостям та можливості навчання на основі даних, що характеризують функціонування досліджуваного явища або об'єкта.

Найвідомішими та популярними тут є штучні нейронні мережі типу багатошарового перцептрона, який навчається на основі зворотного поширення похибок. При цьому навчальну вибірку задають заздалегідь, а сам процес навчання реалізується на основі багатьох епох налаштування синаптичних ваг, що робить його реалізацію неможливою в режимі on-line, коли на вхід системи дані надходять послідовно в реальному часі.

Реалізовувати on-line процес навчання можна в нейронних мережах, чий вихідний сигнал лінійно залежить від налаштовуваних синаптичних ваг. Наприклад, радіально-базисні нейронні мережі (RBFN) [1, 4], нормалізовані радіально-базисні нейронні мережі (NRBF) [5, 6], однак їх використання в багатьох випадках ускладнюється так званим прокляттям розмірності. І річ тут не в обчислювальних труднощах, а в тому, що даних, отриманих з реального об'єкта, може бути занадто мало для оцінювання великої кількості синаптичних ваг.

Нейро-фаззі системи, що поєднують здатність до навчання нейромереж і прозорість та інтерпретовність результатів м'яких обчислень, мають низку переваг перед традиційними нейронними мережами. Тут насамперед слід зазначити TSK-систему [7–9] та ANFIS [10, 11], вихідний сигнал якої також лінійно залежить від синаптичних ваг, кількість яких менша, ніж у RBFN або NRBFN. Відомі й складніші гібридні системи обчислювального інтелекту, що мають поліпшені апроксимувальні властивості – такі, як гібридні фаззі-вейвлет-нейронні мережі [12, 13], складність навчання яких обмежує їх використання в on-line режимі.

Архітектура нейро-фаззі системи Ванга–Менделя

Для обробки інформації, що надходить в реальному часі, достатньо ефективною показала себе TSK-система нульового порядку, також відома як нейро-фаззі система Ванга–Менделя [14, 15]. Ця система характеризується відносно невеликою кількістю налаштованих ваг, для уточнення яких можуть бути використані швидкодіючі оптимізаційні процедури другого порядку типу рекурентного методу найменших квадратів.

Архітектура нейро-фаззі системи Ванга–Менделя складається з п'яти послідовно з'єднаних шарів. На вхідний шар подається $(n \times 1)$ – вимірний вектор вхідних сигналів у вигляді $y(k) = (y(k-1), \dots, y(k-i), \dots, x(k-n))^T = (x_1(k), \dots, x_i(k), \dots, x_n(k))^T$, що потребують обробки, де $k = 1, 2, \mathbf{K}, N, \mathbf{K}$ – поточний дискретний час. Перший прихований шар містить nh функцій належності $\mu_{li}(x_i(k))$, $l = 1, 2, \mathbf{K}, h$ та забезпечує фаззіфікацію вхідних змінних. Другий прихований шар реалізує агрегування рівнів належності, що були обчислені у першому шарі, і містить h блоків множення. Третій прихований шар – це шар синаптичних ваг, що підлягають уточненню в процесі навчання нейро-фаззі системи. Четвертий шар утворений двома суматорами і обчислює суми вихідних сигналів другого і третього шарів. І, нарешті, у п'ятому (вихідному) шарі проводиться нормалізація, в результаті якої обчислюється вихідний сигнал-прогноз $\hat{y}(k)$.

Отже, якщо на вхід системи подано векторний сигнал $x(k)$, елементи першого шару обчислюють рівні належності $0 < \mu_{li}(x_i(k)) \leq 1$, при цьому як функції належності використовують дзвонуваті конструкції з не строго локальним рецепторним полем, що дозволяє уникнути виникнення “дірок” у фаззифікованому просторі за розсіяного розбиття простору вхідних змінних [6]. Найчастіше як функції належності першого шару використовують функції Гауса у формі

$$\mu_{li}(x_i(k)) = \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{li})^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (1)$$

де c_{li} , σ_i – параметри центру та ширини відповідно – або обрані емпірично, або такі, що налаштовуються під час навчання за допомогою процедури зворотного поширення помилок. Зауважимо також, що попереднє кодування вхідних змінних на обмежений інтервал, наприклад, $0 \leq x_i(k) \leq 1$, у ряді випадків дозволяє спростити обчислення, оскільки параметр ширини σ_i може бути однаковим для всіх компонент вхідного вектора.

На виходах другого прихованого шару з’являються агреговані значення у вигляді

$$\mathfrak{M}_l(k) = \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)), \quad (2)$$

при цьому для функції Гауса з однаковими значеннями параметрів ширини σ можна записати

$$\mathfrak{M}_l(k) = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{li})^2}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - c_l\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3)$$

(тут $c_l = (c_{l1}, \mathbf{K}, c_{ln}, \mathbf{K}, c_{ln})^T$, тобто елементи першого та другого прихованих шарів фактично обробляють вхідний сигнал подібно радіально-базисним нейронам в RBFN та NRBFN.

Виходами третього прихованого шару є значення

$$w_l(k-1) \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = w_l(k-1) \mathfrak{M}_l(k), \quad (4)$$

(тут $w_l(k-1)$ є h синаптичними вагами, розрахованими на основі $k-1$ попередніх спостережень), четвертого:

$$\sum_{l=1}^h w_l(k-1) \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \mathfrak{M}_l(k), \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h \mathfrak{M}_l(k) \quad (6)$$

і, нарешті, на виході системи (п’ятого шару) з’являється сигнал-прогноз

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) &= \frac{\sum_{l=1}^h w_l(k-1) \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \frac{\sum_{l=1}^h w_l(k-1) \mathfrak{M}_l(k)}{\sum_{l=1}^h \mathfrak{M}_l(k)} = \\ &= \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \frac{\mathfrak{M}_l(k)}{\sum_{l=1}^h \mathfrak{M}_l(k)} = \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \\ &= \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \varphi_l(x(k)) = w^T(k-1) \varphi(x(k)), \end{aligned} \quad (7)$$

де $\varphi_l(x(k)) = \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \left(\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right)^{-1}$, $w(k-1) = (w_1(k-1), \mathbf{K}, w_l(k-1), \mathbf{K}, w_h(k-1))^T$,

$\varphi(x(k)) = (\varphi_1(x(k)), \mathbf{K}, \varphi_l(x(k)), \mathbf{K}, \varphi_h(x(k)))^T$.

Нескладно помітити, що ця система реалізує нелінійне відображення вхідних сигналів у вихідні подібно нормалізованій радіально-базисній нейронній мережі, проте містить істотно меншу кількість синаптичних ваг порівняно з NRBFN.

Гібридна прогнозувальна нейро-фаззі система

Скорочення кількості налаштованих ваг в нейро-фаззі системі Ванга–Менделя порівняно з нормалізованою радіально-базисною нейронною мережею досягається завдяки розсіяному розбиттю простору входів, при цьому однак в областях, віддалених від центрів c_l багатовимірних функцій належності

$$\prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{ii})^2}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - c_l\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

забезпечувана якість апроксимації може бути недостатньою.

Звичайно, покращити якість апроксимації можна, використовуючи решітчасте розбиття вхідного простору, однак при цьому різко зростає кількість параметрів, що потребують налаштування, тобто втрачаються переваги нейро-фаззі систем перед традиційними нейронними мережами.

Покращити апроксимувальні властивості нейро-фаззі системи можна, вводячи в третій прихований шар синаптичних ваг w_l , $l=1,2,\mathbf{K},h$ так звані нелінійні синапси, які є базовими блоками нео-фаззі нейрона [16–18]. На рис. 1 наведено архітектуру запропонованої прогнозувальної гібридної нейро-фаззі системи.

Перші два приховані шари повністю аналогічні шарам системи Ванга–Менделя та обробляють інформацію подібно нейронам RBFN, що позначені як $R_1, R_2, \mathbf{K}, R_h$, а на їх виходах з'являються значення

$$\mathcal{R}_i(k) = \prod_{i=1}^n \mu_{ii}(x_i(k)). \quad (9)$$

Ці сигнали надходять на входи нелінійних синапсів $NS_1, NS_2, \mathbf{K}, NS_h$ які разом з суматором четвертого шару утворюють архітектуру нео-фаззі нейрона. Нео-фаззі нейрон (NFN) є нелінійною системою, що навчається, з множиною входів і одним виходом, що реалізує відображення

$$f(\mathcal{R}(k)) = \sum_{l=1}^h f_l(\mathcal{R}(k)), \quad (10)$$

де $\mathcal{R}(k) = (\mathcal{R}_1(k), \mathbf{K}, \mathcal{R}_h(k))^T$, $f(\mathcal{R}(k))$ – скалярний вихід NFN. Кожен нелінійний синапс NS_l містить g функцій належності $\mathcal{R}_{jl}(\mathcal{R}_l)$, $l=1,2,\mathbf{K},g$, і таку саму кількість налаштованих синаптичних ваг w_{jl} .

Отже, перетворення, що реалізується кожним нелінійним синапсом, можна записати у вигляді

$$f_l(\mathcal{R}(k)) = \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{R}_{jl}(\mathcal{R}(k)), \quad (11)$$

а нео-фаззі нейрон загалом реалізує нелінійне відображення

$$f(\mathcal{R}(k)) = \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{R}_{jl}(\mathcal{R}(k)), \quad (12)$$

тобто є по суті узагальненою адитивною моделлю [6, 19], що характеризується обчислювальною простотою і високими апроксимуючими властивостями.

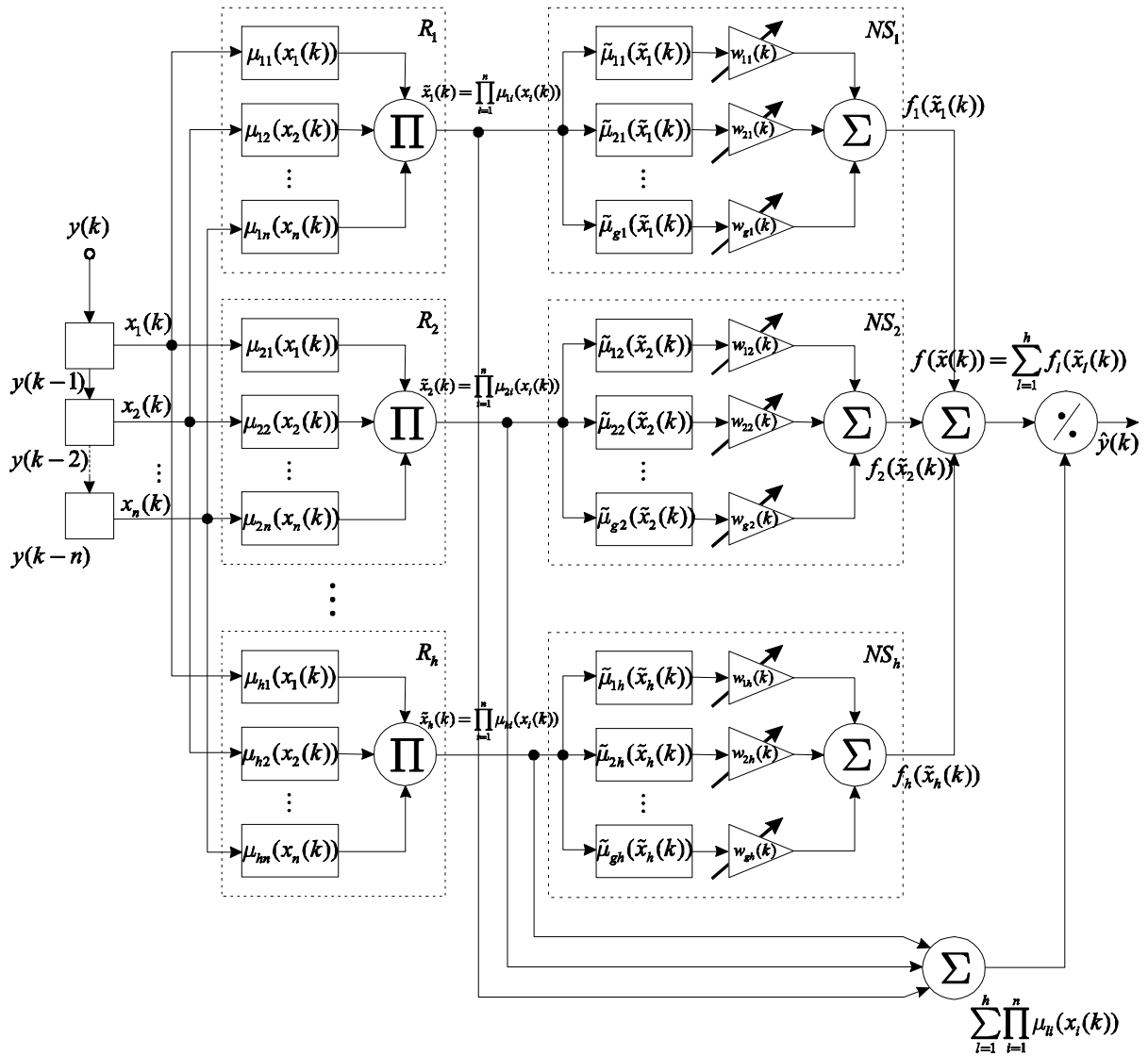


Рис. 1. Гібридна узагальнена адитивна нейро-фаззі система (HGANS) для прогнозування нестационарних часових рядів

Другий суматор четвертого прихованого шару подібно системі Ванга–Менделя обчислює значення

$$\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{ji}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k), \quad (13)$$

а на виході системи загалом з'являється сигнал

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) &= \frac{\sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k))}{\sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k)} = \frac{\sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{Q}_{jl} \left(\prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right)}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \\ &= \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \frac{\mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k))}{\sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k)} = \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k)) = \\ &= w^T(k-1) \mathcal{Q}(\mathcal{Q}(k)), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{де } \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k)) = \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}_l(k)) \left(\sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k) \right)^{-1} = \mathcal{Q}_{jl} \left(\prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right) \left(\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right)^{-1},$$

$$w(k-1) = (w_{11}(k-1), w_{21}(k-1), \mathbf{K}, w_{g1}(k-1), w_{12}(k-1), \mathbf{K}, w_{ji}(k-1), \mathbf{K}, w_{gh}(k-1))^T,$$

$$\mathcal{W}(\mathcal{X}(k)) = (\mathcal{W}_{11}(\mathcal{X}(k)), \mathcal{W}_{21}(\mathcal{X}(k)), \mathbf{K}, \mathcal{W}_{ji}(\mathcal{X}(k)), \mathbf{K}, \mathcal{W}_{gh}(\mathcal{X}(k)))^T.$$

Нескладно помітити, що розглянута система є гібридом нейро-фаззі системи Ванга–Менделя і узагальненої адитивної моделі Хасті–Тібшірані, реалізує нечітке виведення Такагі–Сугено, захищена від проблем, що пов'язані з розсіяним розбиттям, її вхідний сигнал лінійно залежить від синаптичних ваг, кількість яких у \mathcal{G} разів більша, ніж у системі Ванга–Менделя, і збігається при цьому з кількістю налаштованих ваг нео-фаззі нейрона з h входами.

Також можна зауважити, що як функції належності нелінійних синапсів NS_i можуть бути використані ті ж гауссіани, що і в першому прихованому шарі, або традиційні трикутні конструкції. Покращити якість прогнозування можна, використовуючи як функції належності функції Спанечнікова, або сплайни.

Навчання гібридної прогнозувальної узагальненої адитивної нейро-фаззі системи

Навчання гібридної прогнозувальної узагальненої адитивної нейро-фаззі системи зводиться по суті до налаштування синаптичних ваг нео-фаззі нейрона, що утворює вихідний шар системи.

Для навчання нео-фаззі нейрона його автори [18] використовували градієнтну процедуру, що мінімізує критерій навчання

$$E(k) = \frac{1}{2}(y(k) - \hat{y}(k))^2 = \frac{1}{2}e^2(k) = \frac{1}{2}\left(y(k) - \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k))\right)^2 \quad (15)$$

таку, що має вигляд

$$w_{jl}(k) = w_{jl}(k-1) + \eta e(k)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k)) = w_{jl}(k-1) + \eta(y(k) - \hat{y}(k))\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k)) =$$

$$= w_{jl}(k-1) + \eta\left(y(k) - \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k))\right)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k)), \quad (16)$$

де $y(k)$ – зовнішній навчальний сигнал; $e(k)$ – похибка навчання; η – постійний параметр кроку навчання.

Для прискорення процесу навчання можна також використати швидкодіючий експоненційно-зважений рекурентний метод найменших квадратів у формі

$$\begin{cases} w(k) = w(k-1) + \frac{P(k-1)e(k)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))}{\alpha + \mathcal{W}^T(\mathcal{X}(k))P(k-1)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))}, \\ P(k) = \frac{1}{\alpha}\left(P(k-1) - \frac{P(k-1)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))\mathcal{W}^T(\mathcal{X}(k))P(k-1)}{\alpha + \mathcal{W}^T(\mathcal{X}(k))P(k-1)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))}\right) \end{cases} \quad (17)$$

(тут $0 < \alpha \leq 1$ – параметр забування), який, однак, може бути чисельно нестійким за великої кількості налаштованих параметрів.

У цьому випадку ефективним є використання алгоритму навчання, що має як слідкувальні (для обробки нестационарних сигналів), так і фільтрувальні (для обробки збурених завадами сигналів) властивості [19, 21]

$$\begin{cases} w(k) = w(k-1) + r^{-1}(k)e(k)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k)), \\ r(k) = \alpha r(k-1) + \|\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))\|^2, 0 \leq \alpha \leq 1, \end{cases} \quad (18)$$

стійкого за будь-яких значень параметра забування α , що збігається $\alpha=0$ з оптимальним за швидкодією алгоритмом навчання Качмажа–Уїдроу–Гоффа [22] і при $\alpha=1$ – з алгоритмом стохастичної апроксимації Гудвіна–Ремеджа–Кейнеса [23].

Висновки

Запропоновано гібридну узагальнену адитивна нейро-фаззі систему, що об'єднує переваги нейро-фаззі системи Ванга–Менделя і узагальнених адитивних моделей Хасті–Тібшірані. Wz

система характеризується простотою обчислювальної реалізації, високими апроксимувальними властивостями, швидкодією процесу навчання і призначена для розв'язання широкого класу задач динамічного інтелектуального аналізу даних, пов'язаних з on-line обробкою нестационарних стохастичних і хаотичних сигналів, що забруднені завадами та надходять в систему послідовно в режимі реального часу. Розв'язання низки задач прогнозування модельних та реальних нестационарних часових рядів підтвердило ефективність введеної гібридної нейро-фаззи системи.

1. Rutkowski, L. *Computational Intelligence: Methods and Techniques* / L. Rutkowski. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 514 p.
2. Mumfold C. L. *Computational Intelligence Collaboration, Fusion and Emergence* / C. L. Mumfold, L. C. Jain,. – Berlin: Springer-Verlag, 2009. – 725 p.
3. Kruse R. *Computational Intelligence. A Methodological Introduction* / R. Kruse, C. Borgelt, F. Klawonn, C. Moewes, M. Steinbrecher, P. Held,. – Berlin: Springer-Verlag, 2013. – 488 p.
4. Du, K.-L. *Neural Networks and Statistical Learning* / K.-L. Du, M. N. S. Swamy. – London: Springer-Verlag, 2014. – 815 p.
5. Nelles O. *Nonlinear Systems Identification* / O. Nelles. – Berlin: Springer, 2001. – 785 p.
6. Friedman, J. *The Elements of Statistical Learning* / J. Friedman, T. Hastie, R. Tibshirani. – Berlin: Springer, 2003. – 552 p.
7. Takagi, T. *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control* / T. Takagi, M. Sugeno // *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. – 1985. – 15. – P. 116–132.
8. Sugeno M. *Structure identification of fuzzy model* / M. Sugeno, G.T. Kang // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1988. – 28. – P. 15–33.
9. Takagi, H. *NN-driven fuzzy reasoning* / H. Takagi, I. Hayashi // *Int. J. of Approximate Reasoning*. – 1991. – 5. – №3. – P. 191–212.
10. Jang R. J.-S. *ANFIS: Adaptive network based fuzzy inference systems* / R. J.-S. Jang // *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. – 1993. – 23. – № 3. – P. 116–132.
11. Jang R. J.-S. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence* / R. J.-S. Jang, C.T. Sun, E. Mizutani. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997. – 640 p.
12. Abiyev R. *Fuzzy wavelet neural networks for identification and control of dynamic plants – a novel structure and a comparative study* / R. Abiyev, O. Kaynak // *IEEE Trans. on Intelligence Electronics*. – 2008. – 55. – № 2. – P. 3133-3140.
13. Bodyanskiy Ye. *Hybrid adaptive wavelet-neuro-fuzzy system for chaotic time series identification* / Ye. Bodyanskiy, O. Vynokurova // *Information Sciences*. – 2013. – 220. – P. 170-179.
14. Wang L.-X. *Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning* / L.-X. Wang, J.M. Mendel // *IEEE Trans. on Neural Networks*. – 1992. – 3. – № 5. – P. 807-814.
15. Wang L.-X. *Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis* / L.-X. Wang. – Upper-Saddle River: Prentice Hall, 1994. – 256 p.
16. Yamakawa T. *A neo-fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior* / T. Yamakawa, E. Uchino, T. Miki, H. Kusanagi // *Proc. 2-nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks “IIZUKA-92”*, Iizuka, Japan, 1992. – P. 477–483.
17. Uchino E. *Soft computing based signal prediction, restoration and filtering* / E. Uchino, T. Yamakawa / Ed. Da Ruan “*Intelligent Hybrid Systems: Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms*.” – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997. – P. 331–349.
18. Miki T. *Analog implementation of neo-fuzzy neuron and its on-board learning* / T. Miki, T. Yamakawa / Ed. N. E. Mastorakis “*Computational Intelligence and Application*”. – Piraeus: WSES Press, 1999. – P. 144–149.
19. Hastie T. J. *Generalized Additive Models* / T. J. Hastie, R. J. Tibshirani. – London: Chapman and Hall, 1990. – 352 p.
20. Bodyanskiy Ye. *An adaptive learning algorithm for a neuro-fuzzy network* / Ye. Bodyanskiy, V. Kolodyazhniy, A. Stephan / Ed. by B. Reusch “*Computational Intelligence. Theory and Applications*”. – Berlin–Heidelberg. – New York: Springer, 2001. – P. 68–75.
21. Bodyanskiy Ye. *An adaptive learning algorithm for a neo-fuzzy neuron* / Ye. Bodyanskiy, I. Kokshenev, V. Kolodyazhniy // *Proc. 3-rd Int. Conf. of European Union Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2003)*, Zittau, Germany, 10–12 September 2003. – P. 375–379.
22. Haykin S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation* / S. Haykin. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. – 842 p.
23. Goodwin G. C. *Discrete time stochastic adaptive control* / G. C. Goodwin, P. J. Ramadge, P. E. Caines // *SIAM J. Control and Optimization*. – 1981. – 19. – P. 829–853.