

Б. Мандзій\*, М. Сенів, В. Яковина, Н. Мосьондз  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра програмного забезпечення,

\*кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювання

## ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ УДОСКОНАЛЕНОЇ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНОЇ РЕЗЕРВОВАНОЇ СИСТЕМИ З ОБМЕЖЕНОЮ КІЛЬКІСТЮ ВІДНОВЛЕНЬ

© Мандзій Б., Сенів М., Яковина В., Мосьондз Н., 2015

Описано алгоритм та програмну реалізацію удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень. Досліджено взаємозв'язок між кількістю елементів, допустимою кількістю їх відновлень, кількістю станів системи і часом, потрібним на формування моделі та обчислення результатів.

**Ключові слова:** програмне забезпечення, надійність, технічна система.

**This paper describes an algorithm and software implementation of improved reliability model of technical redundant system with a limited number of restorations. The correlation between the number of elements, the number of their restorations and the number of states of the system, time required for their formation, and calculations of results were investigated.**

**Key words:** software, reliability, technical system.

### Вступ

Важливою складовою якістю складних технічних систем є їхня надійність, тобто властивість системи виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення експлуатаційних показників у певних межах, що відповідають умовам використання та заданим режимам, технічного обслуговування, збереження і транспортування [1–3].

Для аналізу показників надійності технічних систем широко використовують математичний апарат марковських випадкових процесів, який вимагає попередньої побудови математичної моделі надійності у вигляді системи диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена [1, 2]. Основною складністю побудови згаданої моделі є її велика розмірність, яка може сягати сотень тисяч навіть у випадку систем з невеликою кількістю елементів, особливо, якщо ці елементи є відновлюваними з обмеженою кількістю відновлень.

Подолати згадану складність можливо, використовуючи обчислювальні можливості сучасних комп'ютерних засобів для автоматизованої побудови графу станів і переходів системи та формування рівнянь Колмогорова–Чепмена. Розв'язанню цієї задачі присвячено цю роботу.

### Проблематика та розв'язання задачі

В роботі як приклад розглянуто модель системи з навантаженим резервуванням та обмеженою кількістю відновлень елементів.

Для розрахунку надійності резервованих відновлювальних систем необхідно також врахувати дисципліну обслуговування. У роботі використано прямий пріоритет відновлення, тобто елемент, який відмовив першим, першим і ремонтується.

Основна проблема – велика кількість станів системи, яка залежить від:

- кількості резервних елементів;
- кількості відновлень елемента;
- кількості та наявності ремонтних бригад;
- пріоритету роботи ремонтних бригад.

У цій роботі прийнято, що у тестовій моделі системи наявний резерв, декілька ремонтних бригад з прямим пріоритетом і враховуються усі можливі стани вузла системи, принципову схему якого подано в [4].

Формування станів системи відбувається послідовним перебором комбінацій станів елементів вузла, з врахуванням кількості можливих відновлень, здійснених відновлень та пріоритету відновлення. Граф станів для вузла системи з кратністю резерву 1, з одним ремонтом і однією ремонтною бригадою прямого пріоритету показано на рис.1, де прийнято, що працездатний елемент позначається – 0, елемент, який відмовив, – 1, символом [] зображається кількість здійснених відновлень, а символом {} – пріоритет в черзі на ремонт.

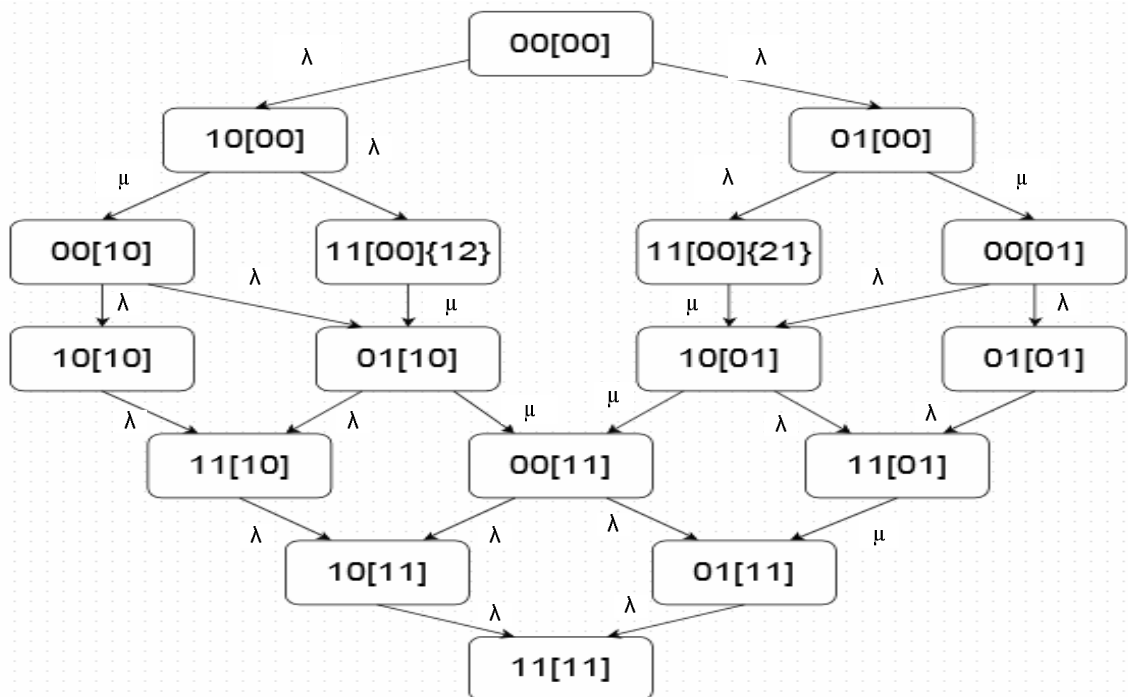


Рис. 1. Граф станів

Вхідними даними для побудови моделі надійності є кількість елементів у вузлі, кількість відновлень та ремонтних бригад, а також інтенсивності відмов  $I$  і відновлень  $m$ . Після обробки вхідних даних відбувається побудова всіх станів системи. Відтак формується система рівнянь Колмогорова–Чепмена, яку розв’язують за допомогою числових методів. Після цього переходимо до відображення графу станів і переходів.

Під час проектування удосконаленої моделі надійності було обрано багаторівневу архітектуру, оскільки програма передбачає взаємодію з MatLab.

При проектуванні архітектури було виділено класи, які представляють елемент вузла, стан вузла та сам вузол (рис. 2).

Було виконано такі завдання:

- формування станів системи;
- відображення часткового графу станів та переходів;
- обчислення показників надійності та їх відображення у вигляді графіків ймовірності готовності, простою та критичної відмови.

Як основне досягнення можна назвати розроблення алгоритму побудови графу станів удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень (рис. 3), на основі якого було розроблено програмну реалізацію у вигляді Windows Form Application (рис. 4).

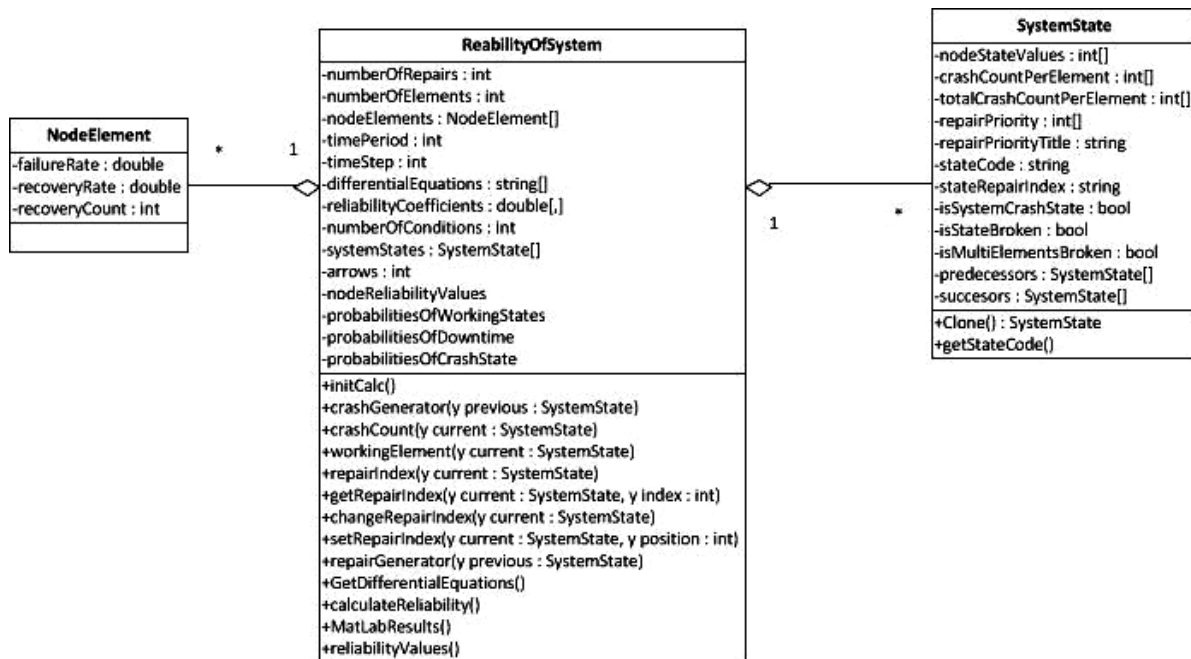


Рис. 2. Діаграма класів програмної реалізації

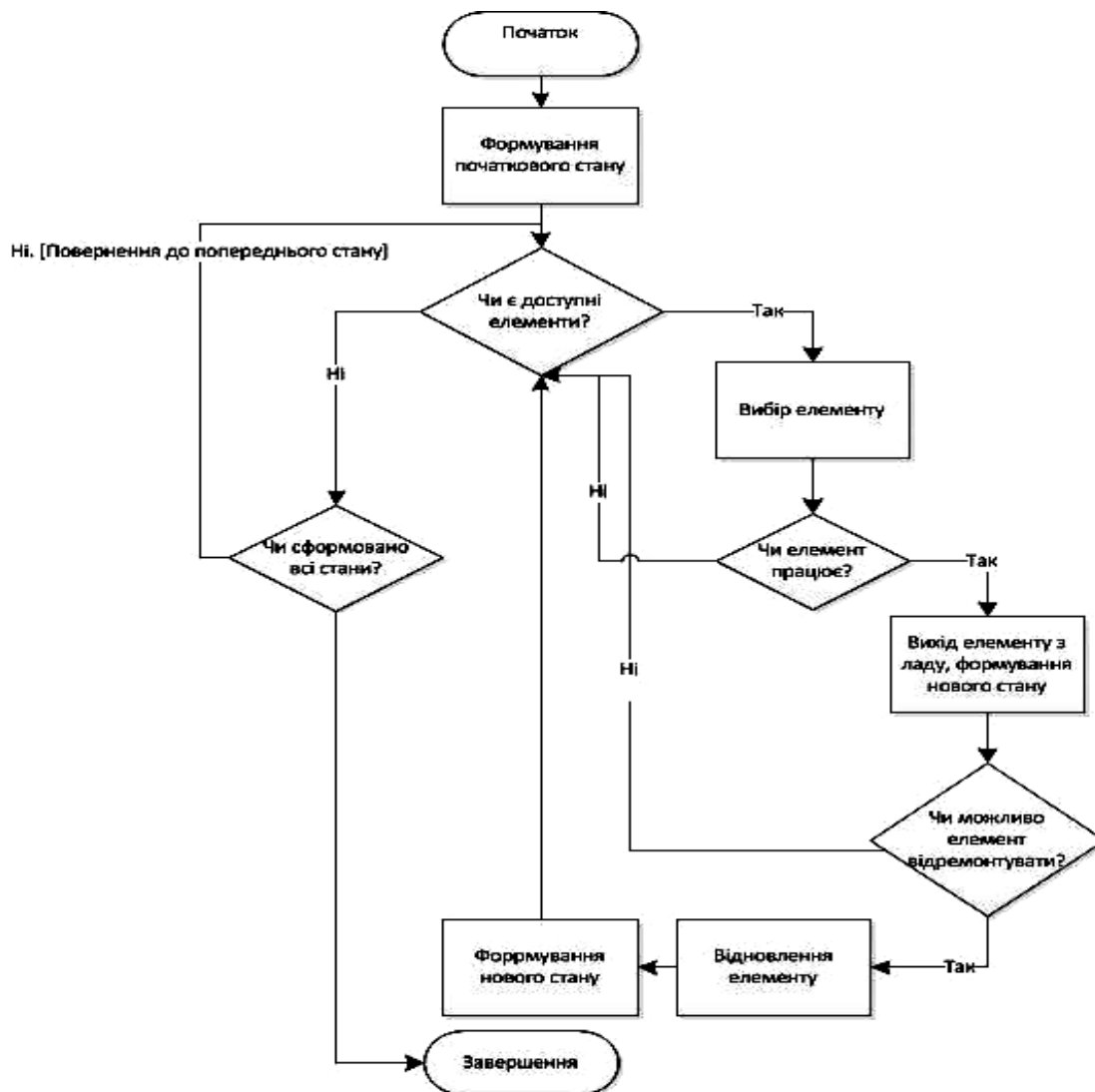


Рис. 3. Алгоритм побудови графу станів

Для отримання результатів залишилося модифікувати алгоритм для можливості роботи з системами з більшою кількістю елементів у вузлі та проаналізувати числові методи, обравши той, який забезпечив би необхідні швидкість та точність обчислень.

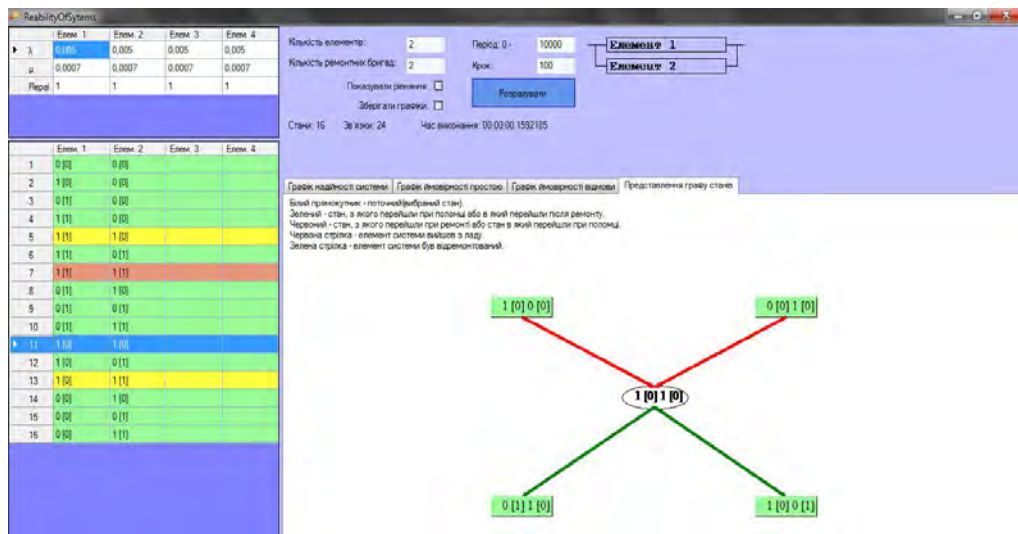


Рис. 4. Головне вікно програми із частковим графом станів

Програма генерує всі стани технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень та обчислює характеристики надійності. Після проведення ряду експериментів було визначено, що програма генерує стани для 5 елементів у системі, але що більше елементів, то менше відновлень доступно.

Кількість елементів та кількість станів для них і найбільшу кількість можливих відновлень подано у табл. 1.

Таблиця 1

**Кількість елементів, кількість станів для них і найбільша кількість можливих відновлень**

Кількість елементів	Стани	Найбільша можлива кількість відновлень (в сумі)
1	482	240
2	584	20
3	570	8
4	393	4
5	786	4

Як видно з табл. 1, із збільшенням кількості елементів та відновлень кількість станів системи значно збільшується. Відповідність часу опрацювання елементів при одному відновленні і за максимально можливої кількості відновлень наведено у табл. 2.

Також було досліджено, як залежить стан опрацювання та кількість станів від збільшення кількості ремонтних бригад. У табл. 3 подано результати для різної кількості елементів, припускаючи, що кількість відновлень для кожного елемента дорівнює одиниці.

Числові показники надійності можна переглянути у вигляді графіків для заданого часового діапазону (рис. 5).

Як видно з наведених графіків, ймовірність безвідмовної роботи системи збільшується непропорційно до кількості елементів: якщо для 2-х елементів вона збільшилася суттєво, то з подальшим збільшенням кількості елементів приріст надійності все менший. Водночас ймовірність простою сильно зменшилася у разі додавання другого елемента, а далі з додаванням наступних коливалася в невеликих межах. Із збільшенням кількості відновлень для сталої кількості елементів приріст надійності значно більший, що відображено на рис. 6, 7:

**Часові характеристики опрацювання елементів при одному відновленні  
і при максимально можливій кількості відновлень**

Кількість елементів	Час опрацювання при одному відновленні (для елемента)	Час опрацювання при максимальній кількості відновлень
1	< 1 с	6:20 хв
2	< 1 с	12:20 хв
3	1.4 с	15 хв
4	1:43 хв	1:43 хв
5	-	14 хв

Таблиця 3

**Часові характеристики при різних кількостях елементів та ремонтних бригад**

Кількість елементів	Ремонтні бригади			
	1	2	3	4
1	<1 с, 4 стани	—	—	—
2	<1 с, 17 станів	<1 с, 16 станів	—	—
3	1.4 с, 78 станів	1,6 с, 78 станів	1,3 с, 64 стани	—
4	2 хв, 393 стани	2 хв, 393 стани	2 хв, 393 стани	1,5 хв 256 станів

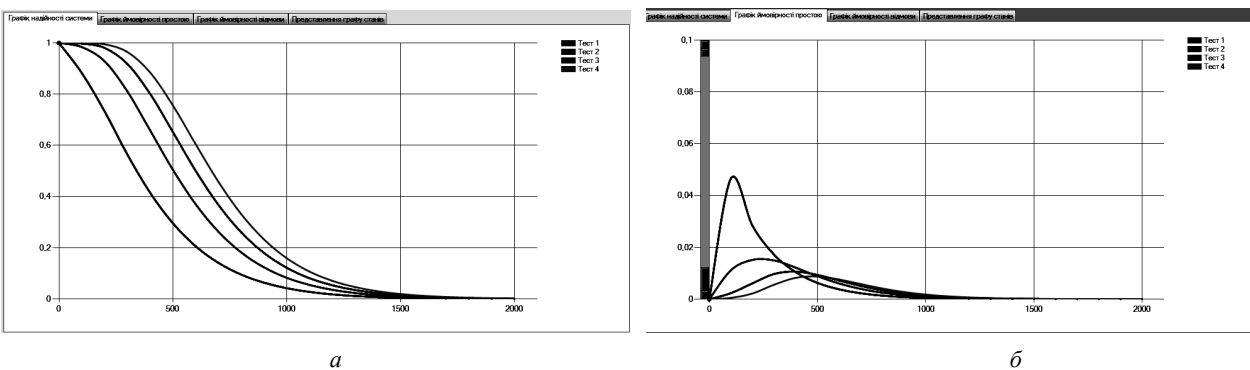


Рис. 5. Графіки імовірності безвідмовної роботи (а) та імовірності простою (б) технічної системи для різної кількості елементів

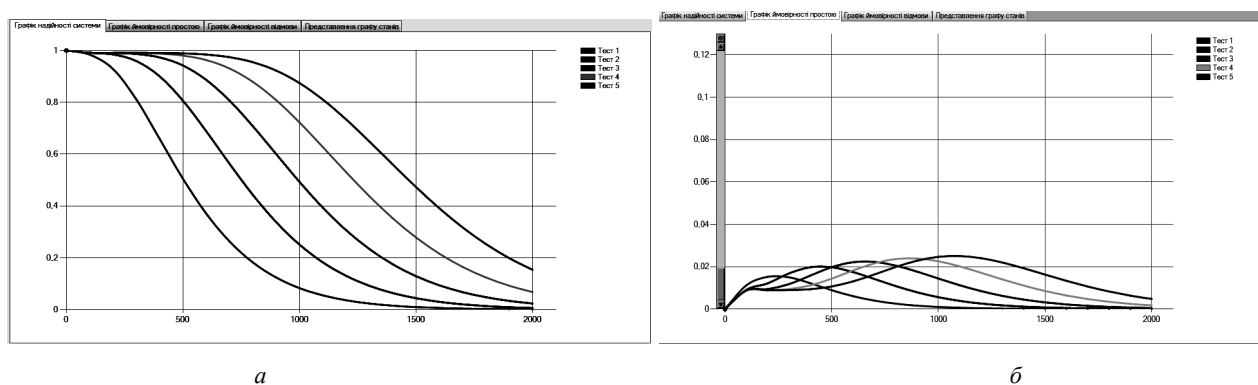


Рис. 6. Графіки імовірності безвідмовної роботи (а), простою (б) для 2-х елементів при різній кількості відновлень

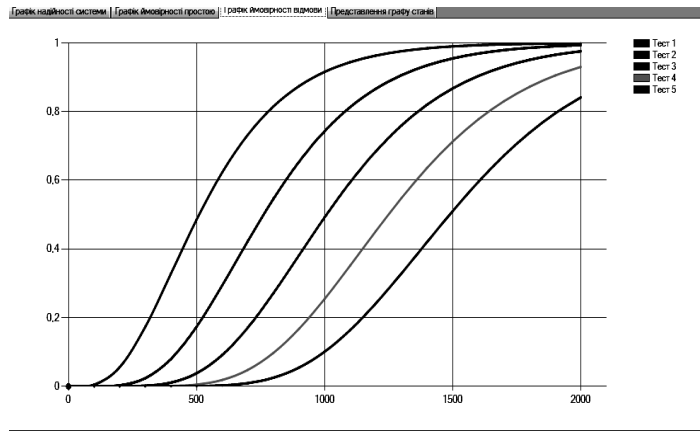


Рис.7. Графіки ймовірності критичної відмови для 2-х елементів при різних кількості відновлень

Як видно із графіків, із збільшенням кількості відновлень для 2-х елементів від 1 до 5 імовірність безвідмовної роботи системи суттєво зростає (зменшується час простою на початку роботи системи, але при подальшій роботі він на деякий час зростає, але незначно), причому приріст не сильно відрізняється при збільшенні кількості відновлень; ймовірність критичної відмови зменшується пропорційно до надійності. Також розглянуто випадок збільшення кількості ремонтних бригад, але при сталій кількості елементів та відновлень для них:

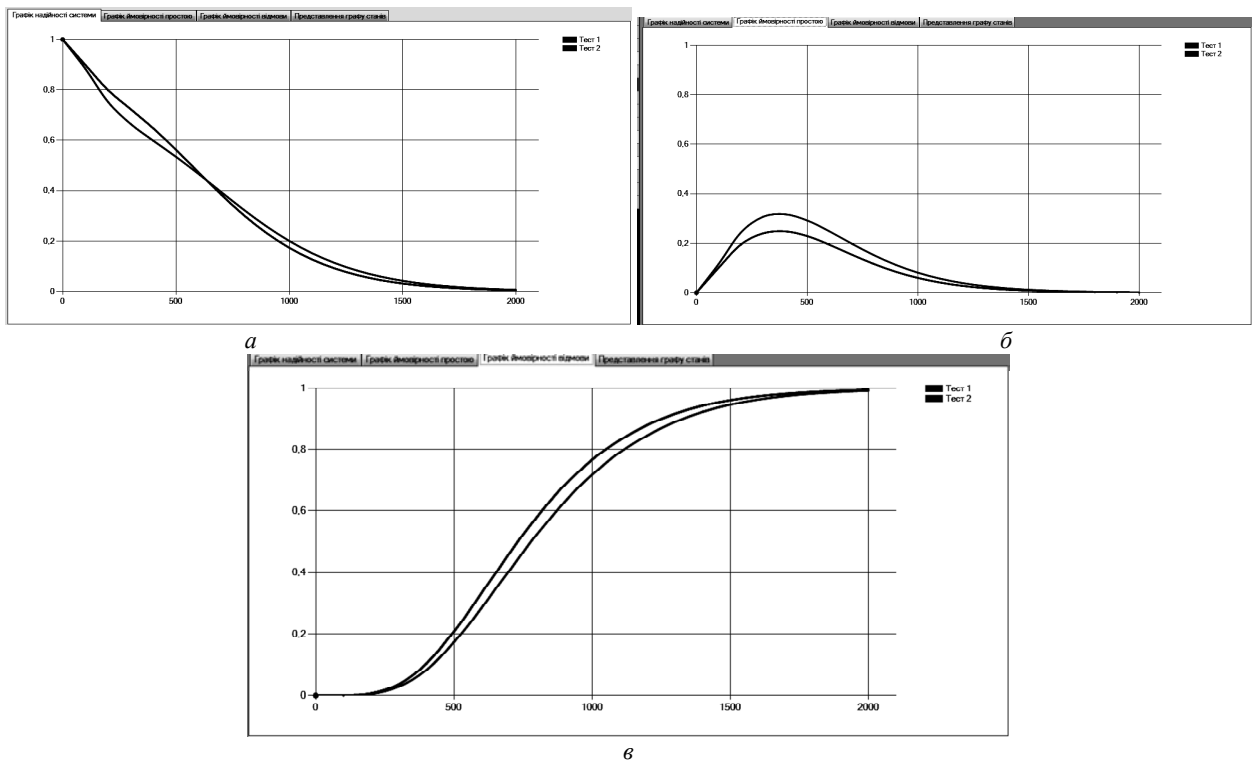


Рис. 8. Графіки ймовірності безвідмовної роботи (а), простою (б) та ймовірності критичної відмови (в) для двох елементів при різних кількості ремонтних бригад

На рис. 8 подано графіки ймовірності безвідмовної роботи для системи з двома елементами, які можна відремонтувати по одному разу. Як бачимо, спочатку надійність при двох ремонтних бригадах вища, ніж коли є тільки одна бригада, – це пов'язано зі зменшенням часу простою системи, проте після певного моменту часу надійність системи стає швидше зменшуватися порівняно з першим варіантом (одна ремонтна бригада). Ймовірність простою при двох ремонтних бригадах зменшується, але збільшується ймовірність критичної відмови.

Програмний продукт дозволяє формувати стани системи та виводить їх у таблицю:

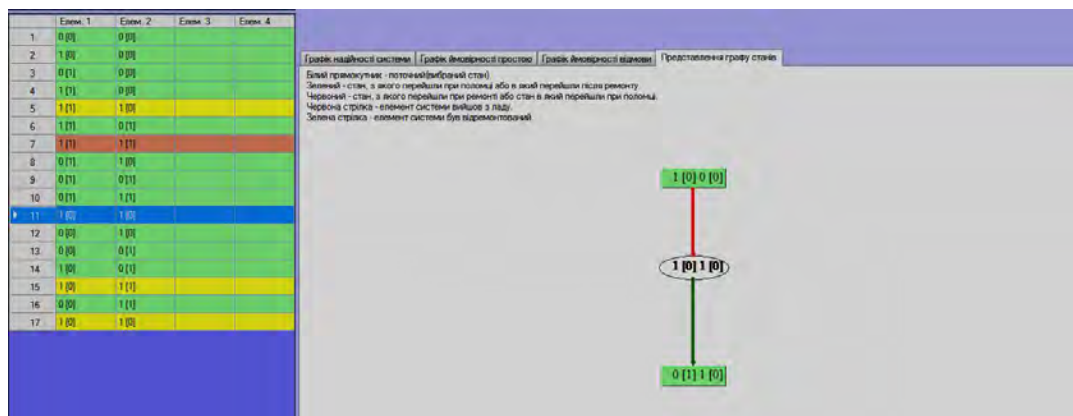


Рис. 9. Результати обчислень для технічної резервованої системи з двох елементів

На рис. 9 зображено результати обчислень для двох елементів з одним відновленням і однією ремонтною бригадою прямого пріоритету. Тут виведено всі стани системи, також при виборі будь-якого стану з таблиці, на вкладці «Представлення графу станів» можна переглянути його зв'язки з іншими станами.

Тепер переглянемо результати, коли ремонтних бригад буде дві:

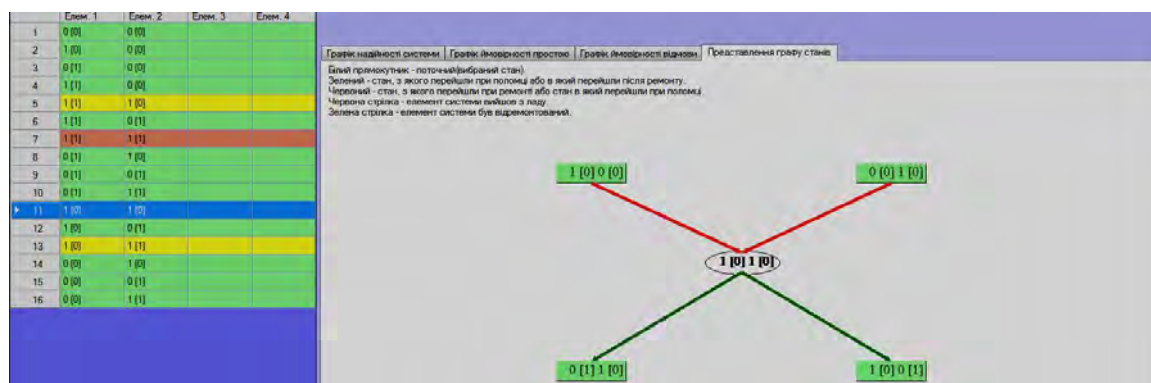


Рис. 10. Результати обчислень для технічної резервованої системи з двох елементів за наявності двох ремонтних бригад

На частковому графі станів зображено два переходи з стану 11[00] (перший і другий елементи відмовили, але не були ремонтвані). Як бачимо, тепер порядок відмови не має значення, тому що збільшилася кількість ремонтних бригад.

Програмна система дає можливість автоматизовано будувати графіки числових показників надійності для технічної системи (в даному випадку з 3-х елементів (рис. 11) із різною кількістю відновлень (перший елемент – 0, другий – 3, третій – 1)):

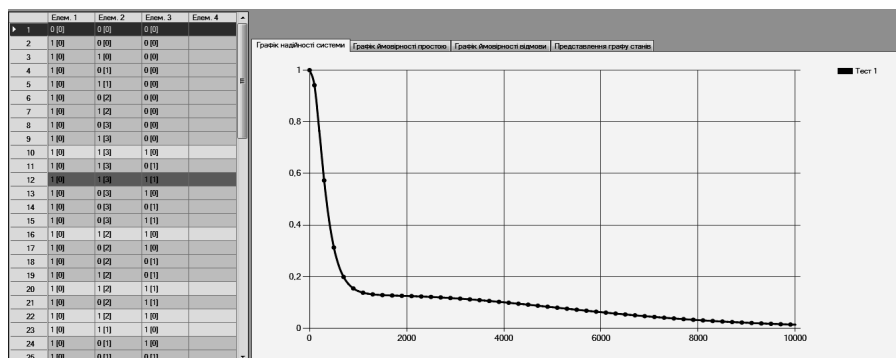


Рис. 11. Результати обчислень для системи з трьох елементів із різною кількістю відновлень

Також ПЗ автоматизовано буде систему диференціальних рівнянь для обчислень характеристик надійності останньої досліджуваної технічної системи (рис.12).

```

dP_000(000)/dt = - (a1+a2+a3)*P_000(000)
dP_100(000)/dt = (a1*P_000(000)) - (a2+a3)*P_100(000)
dP_110(000)/dt = (a2*P_100(000)+a1*P_010(000)) - (m2+a3)*P_110(000)
dP_100(010)/dt = (m2*P_110(000)+a1*P_000(010)) - (a2+a3)*P_100(010)
dP_110(010)/dt = (a2*P_100(010)+a1*P_010(010)) - (m2+a3)*P_110(010)
dP_100(020)/dt = (m2*P_110(010)+a1*P_000(020)) - (a2+a3)*P_100(020)
dP_110(020)/dt = (a2*P_100(020)+a1*P_010(020)) - (m2+a3)*P_110(020)
dP_100(030)/dt = (m2*P_110(020)+a1*P_000(030)) - (a2+a3)*P_100(030)
dP_110(030)/dt = (a2*P_100(030)+a1*P_010(030)) - (a3)*P_110(030)
dP_111(030)/dt = (a3*P_110(030)+a2*P_101(030)+a1*P_011(030)) - (m3)*P_111(030)
dP_110(031)/dt = (m3*P_111(030)+a2*P_100(031)+a1*P_010(031)) - (a3)*P_110(031)
dP_111(031)/dt = (a3*P_110(031)+a2*P_101(031)+a1*P_011(031)) - (m3)*P_111(031)
dP_101(030)/dt = (a3*P_100(030)+m2*P_111(020)+a1*P_001(030)) - (m3+a2)*P_101(030)
dP_100(031)/dt = (m3*P_101(030)+m2*P_110(021)+a1*P_000(031)) - (a2+a3)*P_100(031)
dP_101(031)/dt = (a3*P_100(031)+m2*P_111(021)+a1*P_001(031)) - (a2)*P_101(031)
dP_111(020)/dt = (a3*P_110(020)+a1*P_011(020)) - (m2)*P_111(020)
dP_101(020)/dt = (a3*P_100(020)+m2*P_111(010)+a1*P_001(020)) - (m3+a2)*P_101(020)
dP_100(021)/dt = (m3*P_101(020)+m2*P_110(011)+a1*P_000(021)) - (a2+a3)*P_100(021)
dP_110(021)/dt = (a2*P_100(021)+m3*P_111(020)+a1*P_010(021)) - (m2+a3)*P_110(021)
dP_111(021)/dt = (a3*P_110(021)+a2*P_101(021)+a1*P_011(021)) - (m2)*P_111(021)
dP_101(021)/dt = (a3*P_100(021)+m2*P_111(011)+a1*P_001(021)) - (a2)*P_101(021)
dP_111(020)/dt = (a2*P_101(020)+a1*P_011(020)) - (m3)*P_111(020)
dP_111(010)/dt = (a3*P_110(010)+a1*P_011(010)) - (m2)*P_111(010)
dP_101(010)/dt = (a3*P_100(010)+m2*P_111(000)+a1*P_001(010)) - (m3+a2)*P_101(010)
dP_100(011)/dt = (m3*P_101(010)+m2*P_110(001)+a1*P_000(011)) - (a2+a3)*P_100(011)
dP_110(011)/dt = (a2*P_100(011)+m3*P_111(010)+a1*P_010(011)) - (m2+a3)*P_110(011)
dP_111(011)/dt = (a3*P_110(011)+a2*P_101(011)+a1*P_011(011)) - (m2)*P_111(011)

```

Рис. 12. Диференціальні рівняння, які описують стани та переходи між ними досліджуваної системи

Таблиця 4

**Залежність кількості станів від кількості відновлень для 5-ти елементів**

Кількість відновлень	Кількість станів	Кількість зв'язків
0	32	80
1	64	176
2	136	396
3	312	924
4	786	2265

У табл. 4 наведено залежність кількості станів і зв'язків від кількості відновлень для 5-ти елементів. Як бачимо, кількість станів при доданні одного ремонту збільшується спершу вдвічі, а потім трохи більше ніж удвічі, як і кількість зв'язків між станами.

У результаті досліджень отримано такі результати: зі збільшенням кратності резерву та кількості відновлень кількість станів збільшується практично експоненційно. В табл. 5 наведено залежність кількості станів від кількості відновлень для резерву з кратністю 1:

Таблиця 5

**Залежність кількості станів від кількості відновлень для резерву з кратністю 1**

Кількість відновлень	Кількість станів
0	4
1	17
2	40
3	73
4	116



У табл. 6 наведено залежність кількості станів від кратності резерву за відсутності відновлень.

Таблиця 6

**Залежність кількості станів від кратності резерву за відсутності відновлень**

Кратність резерву	Кількість станів
0	2
1	4
2	8
3	16
4	32

Це показує нам, що складність обчислень різко зростає із зміною кількості елементів та кількості їх відновлень. Для обчислення показників надійності приходиться розв'язувати системи диференціальних рівнянь, кількість яких дорівнює кількості станів у системі [4].

**Висновки**

В роботі описано алгоритму та програмної реалізації удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень, яка враховує такі вхідні параметри, як: кількість елементів системи, кількість допустимих ремонтів для елемента, кількість ремонтних бригад. На відміну від інших, ця модель надійності дає змогу комбінувати різні параметри, а також для кожного елемента встановлювати свої (для кожного елемента задається власна інтенсивність відмов, інтенсивність відновлення та кількість ремонтів). Поряд з можливістю зміни кількості елементів технічної резервованої системи є можливість змінити кількість ремонтних бригад.

1. Половко А. М., Гуров С. В. *Основы теории надежности*. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с. 2. Ермаков А. А., *Основы надежности информационных систем: учеб. пособ.* / А. А. Ермаков. – Иркутск: ИрГУПС, 2006. 3. Васілевський О. М. *Нормування показників надійності технічних засобів* / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 129с. 4. Mandziy B. *Analysis of reliability a test model of technical system with constant redundancy and repair unit* / Bohdan Mandziy, Maksym Seniv, Bohdan Kuts // *Proc. of the VIth Intern. scient. and techn. conf. CSIT-2012, Lviv, November. 21–24, 2012.* – Lviv, 2012. – P. 75–77