

І. П. Забродець, М. П. Ярошевич, В. М. Тимошук  
Луцький національний технічний університет

## ВПЛИВ ПРУЖНОЇ МУФТИ НА ДИНАМІКУ ПУСКУ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ДЕБАЛАНСНИМ ЗБУДНИКОМ КОЛИВАНЬ

© Забродець І. П., Ярошевич М. П., Тимошук В. М. 2015

*Розглядається процес розбігу вібраційної машини з дебалансним приводом з урахуванням впливу пружної муфти, встановленої між електродвигуном та збудником коливань. Наводяться практичні рекомендації для обмеження пускових деформацій та коливань муфти.*

*Ключові слова: вібраційна машина, дебаланс, пружна муфта, електродвигун, динаміка.*

*The run-up of a vibratory machine with an debalanced drive is examined. The influence of stiff coupling installed between an electric motor and a vibration exciter is taken into consideration. Practical recommendations to limit the starting deformations and coupling oscillations are shown.*

*Key words: vibratory machine, debalance, stiff coupling, electric motor, dynamics.*

**Постановка проблеми.** Перспективним напрямком інтенсифікації багатьох технологічних процесів у різних галузях промисловості є використання вібраційної техніки. У вібраційних машинах великого розповсюдження набув дебалансний привід завдяки простоті та можливостям одержання значних змушувальних сил за невеликих габаритів і порівняно малої маси. Проте в перехідних режимах роботи таких машин можуть виникати значні коливання й, відповідно, істотні динамічні навантаження, наслідком чого є потреба у їх постійному технічному обслуговуванні та ремонті окремих елементів конструкції.

**Аналіз останніх досліджень.** Пуск вібротомашин з інерційними збудниками коливань розглядався різними авторами та викладений у багатьох працях [1–3]. У [2] методом прямого розділення рухів детально проаналізовано проходження зони резонансу коливальною системою з інерційним віброзбудником, який встановлений на несучому тілі з одним ступенем свободи; випадок, коли несуче тіло має три ступені свободи теж розглянутий у [4, 5]. Особливості розбігу вібротомашин з дебалансними збудниками, що самосинхронізуються, аналізуються у [6]. У [5, 7] для дослідження процесу розбігу вібротомашин з дебалансним приводом використано комп'ютерне моделювання. Проте у цих та інших відомих працях, що розглядають проблеми пуску вібротомашин з інерційним приводом, використовувалися лише динамічні моделі машин без врахування існуючого пружного зв'язку між роторами електродвигуна та збудника коливань. Тобто розглядалися лише т. зв. динамічні моделі машин з жорсткими ланками. У [8] наводяться результати чисельного дослідження динаміки вібротомашин з плоским характером руху робочого органа з урахуванням пружного з'єднання (дюритом) роторів двигуна та інерційного збудника. Однак вплив на динаміку машини саме пружного зв'язку між роторами не аналізується. Загальні питання розрахунку та конструювання вібротомашин з дебалансним приводом викладені у [9]. Проте в багатьох роботах динаміка муфти не розглядається (крім описання конструкції). Загальну динаміку пружних муфт розглянуто у [10].

**Мета роботи** – дослідити вплив на динаміку пуску вібраційної машини з дебалансним приводом та плоским характером коливань робочого органа пружної муфти, яка з'єднує електродвигун із збудником коливань.

**Опис коливальної системи та рівняння руху.** Розглядувана система – це тверде несуче тіло, яке з'єднане з нерухомою основою за допомогою пружних та демпфуючих елементів і може здійснювати плоскі коливання (рис. 1). На несучому тілі встановлений дебалансний віброзбудник, який приводиться в обертання від асинхронного електродвигуна. При цьому його ротор з'єднаний з валом віброзбудника за допомогою пружної муфти з лінійною характеристикою. Система характеризується п'ятьма узагальненими координатами: кутами повороту роторів електродвигуна  $j_1$ , віброзбудника  $j_2$  та несучого тіла  $j$  і його вертикальним та горизонтальним зміщенням  $y, x$ . Рівняння руху коливальної системи запишемо у вигляді [5]:

$$\begin{aligned}
 I_1 \ddot{j}_1 + b_m (\dot{j}_1 - \dot{j}_2) + c_m (j_1 - j_2) &= L_1(\dot{j}_1) - R_1(\dot{j}_1); \\
 I_2 \ddot{j}_2 - b_m (\dot{j}_1 - \dot{j}_2) - c_m (j_1 - j_2) &= -R_2(\dot{j}_2) + me(\ddot{\alpha} \sin j_2 + \dot{\alpha} \cos j_2 - \dot{\alpha} \sin j_2 + g \cos j_2); \\
 M \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x + c_{xj} j &= me(j_2 \sin j_2 + j_2^2 \cos j_2); \\
 M \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y &= me(j_2 \cos j_2 - j_2^2 \sin j_2); \\
 J \ddot{j} + b_j \dot{j} + c_j j + c_{xj} x &= -me h(j_2 \sin j_2 + j_2^2 \cos j_2),
 \end{aligned} \tag{1}$$

де  $I_1, I_2$  – приведені моменти інерції ротора електродвигуна та ротора віброзбудника, відповідно;  $m, e$  – маса збудника та його ексцентриситет;  $M, J$  – маса та момент інерції несучого тіла;  $b_m, b_x, b_y, b_j$  – коефіцієнти опору пружної муфти та пружин підвіски несучого тіла;  $c_m, c_x, c_y, c_j$  – жорсткість муфти та пружин;  $h$  – відстань, що визначає положення осі збудника;  $g$  – пришвидшення вільного падіння;  $L_1(\dot{j}_1), R_1(\dot{j}_1)$  – моменти електродвигуна та сил опору обертанню роторів двигуна та збудника.

Для того, щоб дослідити динаміку пружної муфти, опишемо рух роторів електродвигуна та віброзбудника, з'єднаних муфтою, за допомогою однієї змінної – кута закручування муфти  $j_{12}$ :

$$\ddot{j}_{12} + 2b_m \dot{j}_{12} + p_{mj} j_{12} = \frac{L_1(\dot{j}_1)}{I_1} + \frac{R_2(\dot{j}_2)}{I_2} - \frac{T_2}{I_2}, \tag{2}$$

де  $j_{12} = j_1 - j_2$ ;  $b_i = b_i \frac{I_1 + I_2}{2I_1 I_2}$ ;  $p_m = \sqrt{c_m \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}}$ ,

$T_2 = me(\ddot{\alpha} \sin j_2 + \dot{\alpha} \cos j_2 - \dot{\alpha} \sin j_2)$ .

Зазначимо, що другий ступінь свободи визначає обертання усієї системи з однією й тією самою кутовою швидкістю; втрати від тертя у підшипниках двигуна  $R_1(\dot{j}_1)$  є незначними (внаслідок зрівноваженості його ротора), тому ними у подальшому нехтуємо; дію моменту сил ваги на динаміку коливальної системи під час аналітичних досліджень не враховуємо.

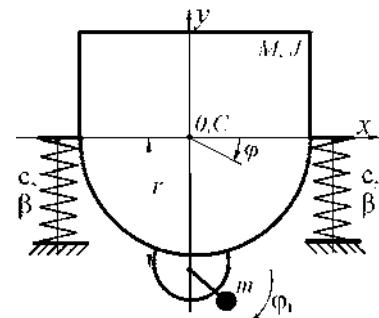


Рис. 1. Коливальна система з плоскими коливанням несучого тіла

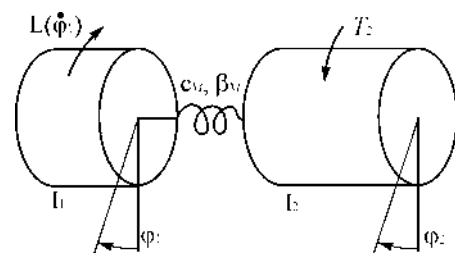


Рис. 2. Динамічна модель ротора двигуна, з'єданого з ротором збудника пружною муфтою

**Виклад основного матеріалу.** Найцікавіший період пуску вібраційних машин з інерційним приводом – початковий період до виходу із зони резонансу. Цей період руху зручно розбити на рух до зони резонансу та рух безпосередньо у цій зоні.

Розглянемо перший етап – *рух вібраційної машини до зони резонансних частот*. У разі розглядуваного класу вібромашин з м'яко віброізолюваним несучим тілом розбіг двигуна до досягнення ним резонансних частот коливальної системи відбувається доволі швидко – до однієї секунди. У цей період руху частота  $\omega$  ще доволі мала, і у правій частині рівняння (2) можна знехтувати другим та третім доданками. На користь такого спрощення рівняння (2) також свідчить чисельна оцінка його складових [5]. Тобто відбувається ніби пуск двигуна без навантаження.

Спочатку припустимо (як часто вважають під час аналітичного розв'язування задач динаміки вібромашин), що момент електродвигуна під час розбігу є сталим та дорівнює його пусковому моменту. Тоді загальний розв'язок рівняння (2) матиме такий вигляд:

$$j_{12} = \frac{L_{\text{пуск}}}{I_1 p_{Mb}^2} [1 - e^{-b_M t} (\frac{b_M}{p_{Mb}} \sin p_{Mb} t + \cos p_{Mb} t)], \quad (3)$$

де  $L_{\text{пуск}}$  – пусковий момент двигуна;  $p_{Mb} = \sqrt{p_M^2 - b_M^2}$ ;  $p_{Mb}$  – частота власних згасаючих коливань системи.

Зазначимо, оскільки невеликий опір мало впливає на період коливань, вважатимемо, що  $p_{Mb} \approx p_M$ .

Згідно з розв'язком (3), після пуску електродвигуна муфта починає закручуватися до деякої максимальної величини, при цьому виникають згасаючі коливання її напівмуфт з власною частотою  $p_M$  щодо середнього деформованого рівня:

$$j_{\text{зкр}} = \frac{L_{\text{пуск}}}{I_1 p_M^2} \quad \text{або} \quad j_{\text{зкр}} = \frac{L_{\text{пуск}} I_2}{c_M (I_1 + I_2)}. \quad (4)$$

Максимальні деформації муфти виникають фактично відразу після вмикання двигуна (через  $t = \frac{p}{p_M}$  с) та переважно у розглядуваному випадку миттєвого прикладання сталого моменту є майже вдвічі більшими ( $j_{\text{max}} = 2j_{\text{зкр}}$ ), ніж деформація, викликана статичною дією моменту  $L_{\text{пуск}}$ .

Аналіз отриманих результатів свідчить, що деформації муфти у момент пуску будуть меншими від меншої величини пускового моменту електродвигуна й за більших жорсткості муфти, її власної частоти та відношення приведених моментів інерції ротора двигуна до віброзбудника. Однак для вібромашин з дебалансним приводом зменшення величини пускового моменту двигуна чи збільшення моменту інерції його ротора є небажаними, оскільки це призводить до погіршення розбігу машини. Отже, для запобігання значним деформаціям муфти потрібно насамперед не занижувати її жорсткості та не завищувати пускового моменту електродвигуна. Крім того, за істотних коливань напівмуфт під час пуску потрібно збільшувати демпфуючу здатність муфти.

Насправді ж у початковий період руху обертовий момент асинхронного двигуна не є сталим – відбуваються його істотні коливання з частотою, близькою до частоти струму. Переважно м'яко віброізолюване несуче тіло фактично “не відчуває” таких високочастотних коливань, у той час, як для муфти (з власною частотою, вищою щонайменше на порядок) їх треба враховувати. З урахуванням цього вираз  $L_1(j_{\text{зкр}})$  у правій частині рівняння (2) з більшим ступенем точності можна подати у вигляді  $L_1(j_{\text{зкр}}) = L_{\text{пуск}} [1 - e^{-b_{\text{об}} t} \cos(6,28 f_{\text{cmp}} t)]$  (де  $b_{\text{об}}$  – коефіцієнт, що характеризує

згасання коливань електромагнітного моменту;  $f_{cmp} = 50 \text{ Гц}$ ). Тоді розв'язок рівняння (2) запишемо у вигляді

$$j_{12} = \frac{L_{\text{муск}}}{I_1 p_M^2} [1 - e^{-b_M t} (\frac{b_M}{p_M} \sin p_M t + \cos p_M t) - B e^{-b_{\text{дв}} t} \cos(w_{cmp} t - b)], \quad (5)$$

$$\text{де } B = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{w_{cmp}^2 - b_{\text{дв}}^2 + 2b_{\text{дв}} b_M}{p_M^2})^2 + \frac{4w_{cmp}^2 (b_{\text{дв}} - b_M)^2}{p_M^4}}}; \quad b = \text{arcctg} \frac{2w_{cmp} (b_{\text{дв}} - b_M)}{p_M^2 - w_{cmp}^2 + b_{\text{дв}}^2 - 2b_{\text{дв}} b_M}.$$

Згідно з аналізом розв'язку (5), після пуску очікуються максимальні деформації муфти та бігармонічний характер відносних коливань її напівмуфт з власною частотою та частотою струму щодо середнього закрученого рівня (4); на основний обертовий рух роторів двигуна та віброзбудника з однаковою кутовою швидкістю накладається додатковий коливний процес. Обидві складові коливань повинні швидко згасати (крім випадку “зависання” кутової швидкості двигуна у зоні резонансу). При цьому вільні коливання згасають (навіть за малої дисипації) значно швидше. Отже, найвірогідніше виникне моногармонічний коливний процес з частотою коливань моменту електродвигуна.

Переважаючі амплітуди вимушених коливань істотно залежать від співвідношення частот  $p_M$  і  $w_{cmp}$ , й у випадку їх близькості, повинні бути доволі великими, особливо у разі малої потужності двигуна й повільного його розбігу. З іншого боку, за достатньої потужності двигуна згасання пускових коливань електромагнітного моменту відбувається доволі стрімко. До того ж з урахуванням великих коефіцієнтів опору муфти з неметалічними пружними елементами і того факту, що резонансні амплітуди виникають поступово, значні резонансні амплітуди не виникнуть.

Наближений (без урахування сил опору) аналіз (5) свідчить, що у разі віддаленості власної частоти муфти від частоти коливань струму у межах  $\sqrt{3} w_{cmp} < p_M < \sqrt{\frac{2}{3}} w_{cmp}$ , амплітуди вимушених коливань не перевищать амплітуди власних коливань більш ніж у півтора раза. Отже, якщо власна частота муфти не виходить за вказані межі, то враховуючи те, що навіть незначне тертя істотно обмежує резонансні коливання, можна очікувати, що амплітуди вимушених коливань не перевищать амплітуд власних коливань, а максимальна деформація муфти буде не більшою за  $3j_{зкр}$ , де  $j_{зкр}$  – середній рівень закручування муфти за формулою (4). З урахуванням існуючого тертя вищенаведені межі істотно звужуються, а величини пікових деформацій значно зменшуються.

Зазначимо, що згідно з (5), пускові коливання муфти не залежать від статичних моментів дебалансів, тобто від одного з основних режимних параметрів вібромашин – амплітуди коливань несучого тіла.

*Рух безпосередньо у зоні резонансу.* Під час проходження зони резонансних частот на віброзбудник починає діяти гальмівний вібраційний момент. Чим більшою є потужність двигуна, тим за вищої частоти проявляється гальмування ротора й тим менш вираженим воно є. Після проходження резонансної зони спостерігається порівняно швидке зростання частоти ротора та вихід на усталений режим обертання. При цьому електромагнітний момент двигуна набуває номінального значення. У результаті відбувається зменшення пускових деформацій муфти та згасання її коливань з частотою струму.

У разі, якщо потужність двигуна недостатня, у зоні резонансу відбувається істотне збільшення величини гальмівного вібраційного моменту та проявляється “зависання” швидкості

обертання ротора. Для дослідження руху роторів двигуна та вібробудника у цьому разі скористаємося методом прямого розділення рухів [1, 2]. Беручи до уваги, що у розглядуваний період руху  $j\Omega$  змінюється повільно, розв'язки системи (1) можна подати у вигляді

$$j_i = w t + a_i(t) + y_i(t, w t), \quad x = x(t, w t),$$

де  $w$  – деяка, наперед невідома частота, за якої відбувається “зависання” швидкості роторів;  $a_i(t)$  – повільні, а  $y_i$  і  $x, y, j$  – швидкі  $2\pi$ -періодичні функції часу  $t = w t$ , причому їхні середні значення за період дорівнюють нулю; припускаємо також, що  $j\Omega \ll w$ .

Тоді нескладно дійсно до системи рівнянь повільних рухів роторів електродвигуна та вібробудника подати у такій формі:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{a}_1 + b_M (\dot{a}_1 - \dot{a}_2) + c_M (a_1 - a_2) + k_1 a_1 &= L_1(w); \\ I_2 \ddot{a}_2 - b_M (\dot{a}_1 - \dot{a}_2) - c_M (a_1 - a_2) + k_2 a_2 &= -R_2(w) + V(w), \end{aligned} \quad (7)$$

де  $V(w) = \frac{w}{2p} \int_0^{2p/w} m e (\ddot{a}_1 \sin j_2 + \ddot{a}_2 \cos j_2 - j \ddot{a}_1 \sin j_2) dt$  – вібраційний момент.

Одержавши цю систему, виконаємо лінеаризацію правих частин рівнянь (2), (3) за  $y_i$  і виразів  $L_1(j\Omega)$ ,  $R_2(j\Omega)$  – поблизу значення  $j\Omega = w$ , причому  $k_1, k_2$  – коефіцієнти демпфування [1, 2].

Для стаціонарних режимів систему рівнянь (7) подамо у такому вигляді:

$$\begin{aligned} c_M (a_1 - a_2) &= L_1(w); \\ c_M (a_1 - a_2) &= -R_2(w) + V(w). \end{aligned}$$

Додаючи ці рівняння, приходимо до рівняння частоти обертання ротора збудника в його стаціонарних режимах у формі, отриманій у [2]:

$$L_1(w) = -R_2(w) + V(w),$$

причому величину вібраційного моменту для розглядуваної коливальної системи можна визначити за формулою [5]:

$$V(w) = -(mew)^2 \left[ \frac{n_x}{MB_x^2} + \frac{n_y}{MB_y^2} + \frac{h^2 n_j}{J B_j^2} \right], \quad (8)$$

де  $B_q = \sqrt{(1 - I_q^2)^2 + 4n_q^2}$ ,  $I_q = \frac{p_q}{w}$  (якщо  $q = x$  або  $q = y$ , то  $M_q = M$ ; якщо  $q = j$ , то  $M_q = M \frac{r^2}{h^2}$ );  $n_x = \frac{b_x}{2Mw}$ ;  $n_y = \frac{b_y}{2Mw}$ ;  $n_j = \frac{b_j}{2Jw}$ ;  $p_q$  – частоти власних коливань пружнопідвішеного несучого тіла;  $r$  – радіус інерції несучого тіла.

Беручи до уваги однаковість рівняння для частоти обертання ротора збудника в його стаціонарних режимах та виразу для вібраційного моменту (8) з наведеними у [2, 5], можна зробити висновок, що наявність муфти не вносить принципових змін у поведінку розглядуваної системи у зоні резонансу.

Рівняння (2) для випадку руху безпосередньо у зоні резонансу подамо у вигляді

$$j_{12} + 2b_m j_{12} + p_m^2 j_{12} = \frac{L_1(j_{12})}{I_1} - \frac{V(w)}{I_2}. \tag{9}$$

Відомо, що величини вібраційних моментів можуть набувати у зоні резонансу порівняно великих значень (згідно з [5]), співрозмірних з пусковим моментом двигуна. Однак, беручи до уваги, по-перше, що вібротурбіни на режимах із вираженим “зависанням” частоти обертання двигуна не експлуатуються (отже, величина вібраційного моменту, як правило, є значно меншою), та, по-друге, що момент входить до правої частини (9), поділений на величину, більшу приблизно на порядок, ніж пусковий момент двигуна, вплив вібраційного моменту в зоні резонансу на динаміку муфти буде неістотним, порівняно з дією моменту двигуна. Отже, в зоні резонансу може відбуватись лише порівняно незначне збільшення деформацій муфти та виникнення коливань її напівмуфт з частотою, близькою до частоти коливань вібраційного моменту.

*Чисельне моделювання пуску.* Результати моделювання (рис. 3 та 4) підтверджують отримані висновки. Моделювання виконано для вібротурбіни, у якій вісь ротора збудника збігається з віссю центра мас несучого тіла за таких базових параметрів системи:  $M = 330 \text{ кг}$ ;  $J = 8,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $m = 30 \text{ кг}$ ;  $e = 0,035 \text{ м}$ ;  $l = 0,23 \text{ м}$ ;  $b_y = 1000 \text{ кг/с}$ ;  $b_x = 894 \text{ кг/с}$ ;  $b_j = 61,69 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ;  $c_y = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ;  $c_x = 4,47 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ; електродвигун асинхронний серії 4А з  $n_c = 1500 \text{ об/хв.}$ ,  $P = 1,5 \text{ кВт}$ . Зазначимо, що для моделювання застосовано т. зв. А-модель асинхронного двигуна у косокутних координатах струмів [11].

Згідно з рис. 3 бачимо, що відразу після пуску вібротурбіни збурюються максимальні відносні коливання напівмуфт порівняно деякого середнього деформованого рівня. Зазначимо, що значення середніх величин кутів закручування на рис. 3 та 4 доволі добре узгоджуються з отриманими за формулою (5) деформаціями у разі статичного прикладання пускового моменту двигуна.

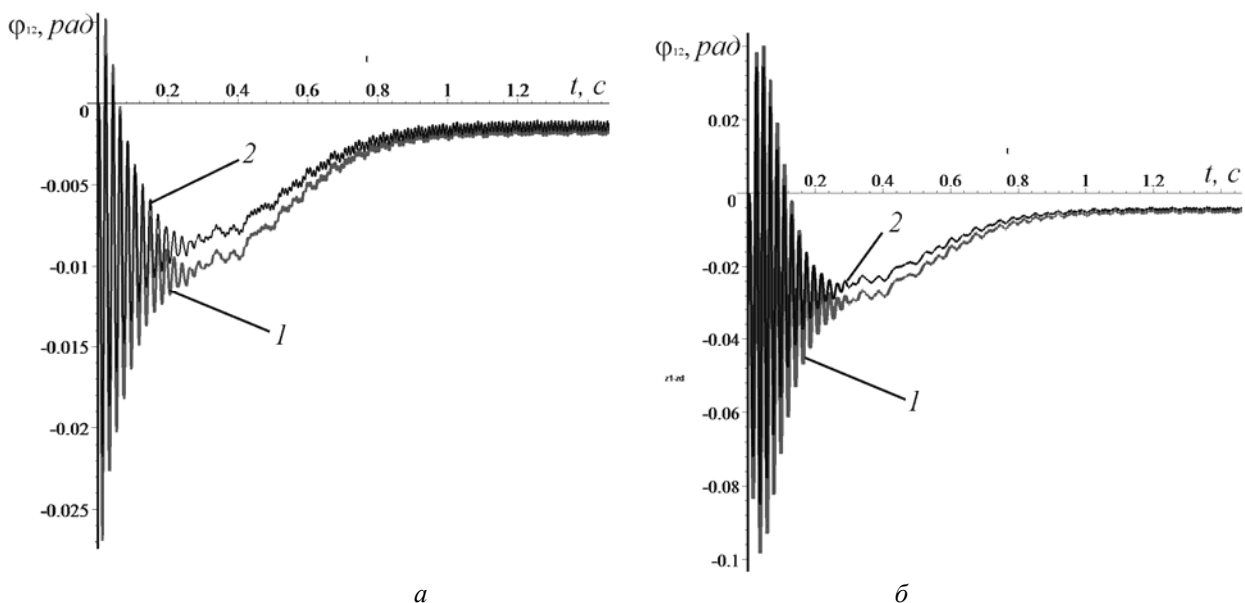


Рис. 3. Часові залежності зміни відносної координати кута закручування  $j_{12}$

муфти ( $b_m = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ): а – 1–  $c_m = 2000 \text{ Н м}$ ; 2 –  $c_m = 2400 \text{ Н м}$ ;

б – 1–  $c_m = 680 \text{ Н м}$ ; 2 –  $c_m = 800 \text{ Н м}$

Відносні коливання напівмуфт під час пуску є вимушеними, оскільки їх частота, близька до частоти коливань електромагнітного моменту двигуна, а характер їх затухання подібний до процесу затухання коливань цього моменту. Зазначимо, що коливання напівмуфт з частотою  $p_i$  не спостерігаються. Максимальні деформації муфти у разі віддаленості її власної частоти від частоти коливань струму дещо більші від подвійних середніх деформацій; у випадку близькості цих частот – більші, ніж утричі. Звернемо увагу, що в останньому випадку відразу після пуску проявляється резонансне зростання амплітуд коливань (рис. 3, б, 4, б). Після проходження зони резонансу відбувається стрімке зменшення кутів закручування муфти та амплітуд відносних коливань напівмуфт.

Інтенсивність розглядуваних коливних процесів істотно залежить від коефіцієнта опору пружних елементів муфти  $b_M$  та за його зменшення зростає (рис. 4). Особливо це зростання істотне у зоні резонансу (рис. 4, б).

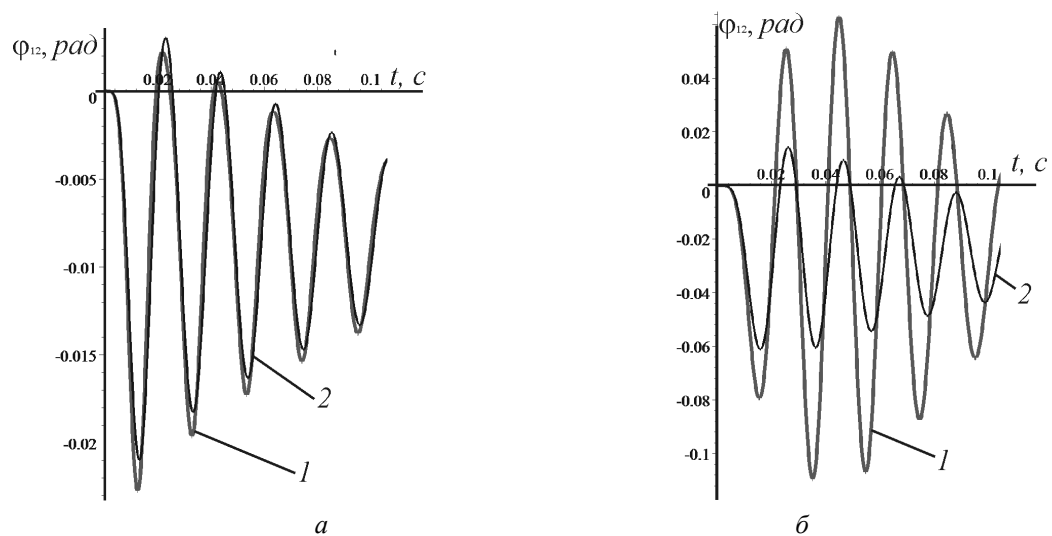


Рис. 4. Часові залежності зміни відносної координати кута закручування  $j_{12}$  муфти в момент пуску двигуна: а –  $c_M = 2400 \text{ Н м}$ ; б –  $c_M = 800 \text{ Н м}$ ; 1 –  $s$ ; 2 –  $b_M = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$

У разі високонавантажених режимів, коли кутова швидкість двигуна у зоні резонансу “зависає”, відбувається лише відповідна затримка у зменшенні пускових кутів закручування муфти та виникнення у цей період руху “напівповільних” [5] коливань напівмуфт.

Згідно з результатами моделювання величина жорсткості муфти (власної частоти) та коефіцієнта опору її пружних елементів помітно не впливає на перебіг процесів розбігу вібраційної машини загалом й зокрема на загальну картину змін швидкості ротора вібророзбудника та амплітуду коливань його несучого тіла.

**Висновки.** Максимальні деформації пружної муфти, яка з’єднує ротори вібророзбудника та двигуна, відбуваються у момент його пуску. При цьому збуджуються згасаючі коливання напівмуфт з частотою, близькою до частоти струму щодо деякого закрученого рівня, який з достатнім ступенем точності можна вирахувати у припущенні, що момент двигуна є сталий і дорівнює пусковому моменту. Амплітуди цих коливань у разі близькості власної частоти муфти до частоти струму можуть бути істотними; у далеких й дозарезонансних зонах вони є дещо більшими від подвійної деформації, викликані статичною дією пускового моменту; за вибору параметрів муфти важливо, щоб її власна частота не збігалася з частотою муфти. Для зменшення кута

закручування муфти потрібно забезпечити її достатню жорсткість і не завищувати пусковий момент двигуна; для обмеження амплітуд відносних коливань напівмуфт потрібно збільшити демпфуючу здатність муфти. Наявність пружної муфти не вносить принципових змін у перебіг процесу проходження зони резонансу вібромашиною з дебалансним приводом. При виході на усталений режим відбувається зменшення пускових деформацій муфти та згасання коливань з частотою струму.

1. Блехман И. И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. – СПб.: ИД “Руда и Металлы”, 2013. – 640 с. 2. Блехман И. И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с. 3. Блехман И. И., Индейцев Д. А., Фрадков А. Л. Медленные движения в системах с инерционным возбуждением колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин. – М.: РАН. 2008. – № 1. – С. 25–31. 4. Блехман И. И., Ярошевич М. П. Переходные режимы в инерционно-возбуждаемых послерезонансных вибрационных устройствах с несколькими степенями свободы несущей системы // В кн. “Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика” / ИПМаш РАН. – СПб.: Наука, 2009. – С. 110–122. 5. Ярошевич М. П., Ярошевич Т. С. Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом: моногр. – Луцьк: ЛНТУ, 2010. – 220 с. 6. Ярошевич М. П., Силивонюк А. В. Про деякі особливості динаміки розбігу вібраційних машин зі збудниками, що самосинхронізуються / Науковий вісник НГУ. – Дніпропетровськ, 2013. – № 4. – С. 37–45. 7. Управление мехатронными вибрационными установками / под ред. И. И. Блехмана и А. Л. Фрадкова. – СПб.: Наука, 2001. – 278 с. 8. Шатохин В. М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: моногр. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2008. – 456 с. 9. Бабичев А. П., Бабичев И. А. Основы вибрационной технологии. – Ростов н/Д: Изд. центр ДГТУ, 2008. – 694 с. 10. Поляков В. С., Барабаш И. Д. Муфты. Конструкции и расчет. – М.-Л.: Машигиз, 1964. – 364 с. 11. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів: Вид-во Держ. ун-ту “Львівська політехніка”, 1997. – 342 с.