

## УДК 528.482

К. Р. ТРЕТЯК<sup>1</sup>, К. Б. СМОЛІЙ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, 79013

<sup>2</sup> Кафедра фотограмметрії та геоінформатики, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, 79013

## УРІВНОВАЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИМ МЕТОДОМ ГНСС-МЕРЕЖ З ОБМЕЖЕНИМ ДОСТУПОМ ДО СУПУТНИКОВИХ СИГНАЛІВ

**Мета.** Сьогодні широко використовують різні методи автоматичного моніторингу деформацій інженерних споруд гідроелектростанцій (ГЕС). Одним з таких методів є метод ГНСС-вимірів. Як і всі геодезичні методи дослідження деформацій, метод ГНСС-вимірів має ряд переваг та недоліків. Оскільки ГЕС переважно розташовані в умовах складного рельєфу, то це приводить до обмеженого проходження сигналів до приймачів, що погіршує отримані результати. Крім цього, в таких умовах одночасно виміряні трьома і більше приймачами вектори є обтяжені систематичними похибками. Сучасні методи опрацювання результатів ГНСС-спостережень дозволяють усунути, здебільшого, лише випадкові похибки, тому необхідно розробити метод урівноваження, який би усував систематичну складову похибок вимірних векторів.

**Методика.** Для зменшення впливу систематичних похибок на результати спостережень запропоновано диференційний метод урівноваження ГНСС-мереж. Для часткового вилучення систематичних похибок запропоновано замість рівнянь поправок усіх векторів складати рівняння поправок різниць одночасно вимірних векторів. При цьому утворені рівняння різниць не повинні мати спільних векторів. Для векторів, які не увійшли в рівняння різниць векторів, записують класичні рівняння поправок. Відповідно у диференційному методі можуть бути присутні два типи рівнянь (рівняння поправок векторів і їх різниць).

**Результати.** Дослідження ефективності запропонованого диференційного методу порівняно з класичним параметричним методом проводилися на трьох ГНСС-мережах, утворених різною кількістю пунктів і максимальною довжиною векторів до 75 км. Вектори для цих мереж визначались з одночасних вимірів трьох ГНСС-приймачів. Для імітації складних умов доступу до супутникових сигналів (кут відсічки супутників становив  $20^{\circ}$  і тривалість спостережень обмежена 4-ма годинами). Результати урівноваження диференційним та класичним параметричним методом порівнювалися з еталонними значеннями координат пунктів визначених центром SOPAC. Середні та максимальні похибки визначення координат пунктів загалом є на 10–50 % менші за результатами диференційного методу урівноваження порівняно з класичним параметричним методом урівноваження, що і підтверджує переваги диференційного методу з усунення систематичних похибок вимірів. За результатами опрацювання усіх трьох мереж встановлено, що середньоквадратичні похибки координат, визначені класичним параметричним методом, у середньому на 60 % менші, ніж їхні помилки, визначені цим же методом, а для диференційного методу вони менші в середньому тільки на 20 %, що також підтверджує вищу достовірність результатів, отриманих диференційним методом. **Наукова новизна та практична значущість.** На основі проведених досліджень встановлено, що опрацювання мереж запропонованим методом дає змогу значною мірою вилучити систематичні похибки та отримати достовірніші результати, ніж урівноваження класичним параметричним методом.

*Ключові слова:* ГНСС-спостереження; класичний параметричний метод урівноваження; диференційний метод урівноваження; похибки ГНСС-вимірів.

### Вступ

ГНСС-виміри активно застосовують під час моніторингу деформацій інженерних споруд ГЕС. Сьогодні на території України впроваджуються у експлуатацію чотири системи активного моніторингу за деформаціями інженерних споруд Дністровської, Канівської, Дніпро-Дзержинської та Дніпровської ГЕС. В найближ-

чому майбутньому заплановано створення активних систем моніторингу ще на семи гідроелектростанціях. Технологічне обладнання та рельєф місцевості в умовах ГЕС суттєво обмежують доступ до супутників під час ГНСС-вимірів. Відповідно збільшується вплив похибок на результати ГНСС-вимірів. Основні джерела похибок ГНСС-вимірів поділяють на

три групи. Це похибки, викликані космічним сегментом, похибки проходження сигналів через шари іоносфери та тропосфери й інструментальні похибки [Shaw M., 2000].

Свою чергою, похибки ГНСС-вимірів мають випадковий та систематичний характер. У результаті диференційного методу опрацювання ГНСС-вимірів та урівноваження вимірних векторів вплив цих похибок на результати вимірів суттєво зменшується. Однак під час проведення одночасних вимірів векторів посилюється прояв систематичних похибок, який пов'язаний з корельованістю цих вимірів. В автоматизованих системах моніторингу практично всі виміри проводяться одночасно і відповідно прояв систематичних похибок у них є максимальний. На гідроелектростанціях, на яких немає систем автоматизованого моніторингу деформацій, регулярно проводять повторні виміри на гідротехнічних мережах. При цьому, зазвичай використовують меншу кількість ГНСС-приймачів, аніж пунктів мережі. Відповідно сесії одночасних ГНСС-вимірів охоплюють частину пунктів мережі. Разом виміри охоплюють усі пункти мережі з достатньою кількістю надлишкових вимірів необхідних для їх контролю. Для таких схем вимірів вплив систематичних похибок є менший, але все ж він присутній для кожної сесії вимірів. Величини систематичних похибок у вимірних векторах залежать від довжин вимірюваних векторів, тривалості вимірів, показника GDOP і його змін у часі, відкритості горизонту під час вимірів там інших факторів.

У роботі [Тревого І., 2014] автори досліджували еталонний геодезичний базис методом ГНСС-спостережень. На основі отриманих результатів з опрацювань сесій спостережень у різні доби відзначили, що систематичні похибки для довжин ліній порядку 20 км становлять 2 мм.

Відомо, що одними з основних джерел систематичних похибок є тропосферна та іоносферна затримки проходження сигналу від супутника до приймача [Zhang H. P., 2011, Petrie E. J., 2011, Fritsche M., 2005]. Використання двочастотних ГНСС-приймачів дає змогу усувати похибки тільки першого порядку, тоді як залишкові похибки 2-го та вищих порядків можуть становити кілька сантиметрів. У роботі [Lau L., 2006] стверджують, що ці

похибки здебільшого залежать від кута відсічки супутників. Якщо зменшувати кут відсічки, то похибки тропосферної та іоносферної затримок зменшаться, але натомість помилка за багатошляховістю, навпаки, збільшиться.

Для зменшення похибки за багатошляховістю автори [Lau L., 2006] пропонують змінювати довжину відбитого сигналу на половину довжини хвилі. Такі маніпуляції з частотами фаз зменшать вплив цієї похибки. Характерною особливістю ще одного методу [Kadaş R., 2008] зменшення помилки за багатошляховістю є алгоритм додаткової пост-обробки вимірних мереж з використанням повного набору Шрайбергових різниць спостережень з діагональними ваговими матрицями.

Ще однією систематичною похибкою ГНСС-вимірів є похибка за зсув фазового центру антени. Знехтування нею може суттєво спотворити результати спостережень. У роботі [Mader G. L., 1999] автори стверджують, що помилки стосовно висоти можуть досягати до 10 см. Калібрування ГНСС-антен [Rothacher M., 2001] дає змогу частково виявити величину цієї похибки, але під час роботи вона може змінюватися. У роботі [Church C., 2011] автори пропонують систему рівнянь, які під час "пост-опрацювання" частково усувають цю похибку. Також на якість отриманих результатів спостережень впливають похибки за відбиття сигналу.

Не менш важливими систематичними похибками є похибки орбіт штучних супутників Землі. Ці похибки здебільшого залежать від вибору типу файлу, який містить інформацію про ефемериди супутників та дає можливість розрахувати їх розташування [Schmid R., 2007]. Найменші похибки містять так звані "Остаточні" ГНСС-файли орбіт супутників [Eckl M., 2001]. Їх надає Міжнародний ГНСС-сервіс, але слід зазначити, що у вільному доступі вони з'являються через декілька днів. При необхідності можна використовувати файли наближених орбіт супутників, але вони істотно погіршують точність отриманих результатів.

Окрім згаданих вище систематичних похибок, на точність ГНСС-вимірів впливають похибки атомних годинників [Weiss M., 2007]. Ці помилки частково усуваються під час диференційних вимірів [Maciej D., 2004] та урівноваження мережі, тому їхній остаточний вплив можна вважати випадковим.

Автори [Shaw M., 2000, Mosavi M., 2014] пропонують визначати координати пунктів, використовуючи комбінацію методу псевдо-відстаней та вимірювання несучих фаз, оскільки кожний з цих методів зокрема не вилучає достатньою мірою систематичні похибки, а тільки спотворює отримані GPS-виміри. Використовуючи комбінацію запропонованих методів, автори покращили результати спостережень на 45 %, однак цього також не достатньо для високоточних досліджень.

На основі аналізу наукових джерел можна стверджувати, що, незважаючи на ефективні методи усування систематичних похибок у ГНСС-вимірах, їхній вплив на остаточні результати вимірюваних величин суттєвий та підсилюється під час опрацювання одночасних вимірів та при обмеженні доступу до супутникових сигналів під час вимірювань. Класичний параметричний метод урівноваження здебільшого дає змогу усунути тільки випадкові похибки. Тому необхідно розробити такий метод урівноваження, який уможливив би усунення і систематичних похибок.

### Методика

З метою зменшення впливу систематичних похибок запропоновано диференціальний метод урівноваження ГНСС-мереж. Він дає можливість частково усунути систематичні похибки на етапі урівноваження мережі. Запропонований метод урівноваження є модифікацією класичного параметричного методу урівноваження. Для часткового вилучення систематичних похибок запропоновано замість рівнянь поправок усіх векторів складати рівняння поправок різниць цих векторів.

Для класичного параметричного методу рівняння поправок проєкцій вектора на координатні осі є такі:

$$\begin{aligned} \delta x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \delta x_j \frac{\partial f}{\partial x_j} + l_{x_{ij}} &= v_{x_{ij}} \\ \delta y_i \frac{\partial f}{\partial y_i} + \delta y_j \frac{\partial f}{\partial y_j} + l_{y_{ij}} &= v_{y_{ij}} \\ \delta z_i \frac{\partial f}{\partial z_i} + \delta z_j \frac{\partial f}{\partial z_j} + l_{z_{ij}} &= v_{z_{ij}} \end{aligned} \quad (1)$$

Застосовуючи класичний метод урівноваження, для трикутника, утвореного трьома одночасно вимірними векторами, складають дев'ять рівнянь (1). Для диференціального методу рівняння поправок будуть двох типів, а саме рівняння поправок вимірних векторів (1) і рівняння поправок різниць векторів. У цьому ж трикутнику два вектори утворюють рівняння їх різниць (2) і один вектор залишається у вигляді рівняння поправок (1).

$$\begin{aligned} \delta x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} - \delta x_m \frac{\partial f}{\partial x_m} + \left( l_{x_{ij}} - l_{x_{mj}} \right) &= v_{x_{im}} ; \\ \delta y_i \frac{\partial f}{\partial y_i} - \delta y_m \frac{\partial f}{\partial y_m} + \left( l_{y_{ij}} - l_{y_{mj}} \right) &= v_{y_{im}} ; \\ \delta z_i \frac{\partial f}{\partial z_i} - \delta z_m \frac{\partial f}{\partial z_m} + \left( l_{z_{ij}} - l_{z_{mj}} \right) &= v_{z_{im}} , \end{aligned} \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} l_{x_{ij}} &= \Delta x_{ij_{вим}} - \Delta x_{ij_{набл}} ; \\ l_{x_{mj}} &= \Delta x_{mj_{вим}} - \Delta x_{mj_{набл}} ; \\ l_{y_{ij}} &= \Delta y_{ij_{вим}} - \Delta y_{ij_{набл}} ; \\ l_{y_{mj}} &= \Delta y_{mj_{вим}} - \Delta y_{mj_{набл}} ; \\ l_{z_{ij}} &= \Delta z_{ij_{вим}} - \Delta z_{ij_{набл}} ; \\ l_{z_{mj}} &= \Delta z_{mj_{вим}} - \Delta z_{mj_{набл}} . \end{aligned} \quad (3)$$

$i, j, m$  – пункти трикутника, між якими виміряні вектори. Для трикутника можна записати два рівняння різниць (2), однак в обох рівняннях різниць буде присутній спільний вектор, що приведе до кореляції рівнянь різниць векторів.

Відповідно у диференціальному методі, на відміну від класичного параметричного методу, кількість рівнянь поправок для кожного трикутника буде на одне менше, що погіршує стійкість розв'язку та негативно впливає на оцінку точності врівноваженої мережі, але дає можливість вилучити систематичні похибки. Подальше урівноваження мережі диференціальним методом виконують за способом найменших квадратів.

### Результати

З метою дослідження ефективності диференційного методу проведемо урівноваження ГНСС-вимірів на трьох мережах перманентних станцій, зі спеціальною схемою вимірів. Вибрані перманентні станції розташовані на південному заході США (південна Каліфорнія) поблизу узбережжя Тихого океану. На кожному пункті мережі встановлені двочастотні ГНСС-приймачі. **Мережа I** складається з 6-ти перманентних станцій, а саме: BKMS, ELSC, GVRС, AZU1, SPMS, BLSA. **Мережа II** складається з 8-ми перманентних станцій: p254, p229, p230, p228, MONB, p226, MHCВ, p221. **Мережа III** складається з 10-ти станцій: p483, MVFD, p486, USGC, p480, MONP, p481, p066, POTR, DESC. Вхідними даними для обчислення векторів та урівноваження мереж були RINEX-файли результатів ГНСС-вимірів на цих станціях, які перебувають у вільному доступі на сайті Scripps Orbit and Permanent Array Center (SOPAC, Institute of Geophysics and Planetary Physics, USA) [<http://sopac.ucsd.edu/dataBrowser.shtml>], а також значення точних ефемерид [<http://rvdi.com/freebies/gpscalendar.html>].

Схема вимірів для кожної мережі утворювалась з комбінації усіх можливих трикутників, утворених трьома одночасно виміряними векторами. Відповідно для першої мережі на кожний можливий вектор опирається чотири трикутники виміряними векторами (рис 1, а). Вимі-

ри векторів кожного трикутника проводились в іншу добу. Періоди вимірів усіх трьох мереж були відповідно 20, 56 та 120 днів. Утворені схеми вимірів мали корельовані вектори тільки у межах кожного окремого трикутника. Для цих мереж при застосуванні класичного методу урівноваження між рівняннями поправок залишаються кореляційні зв'язки. Натомість рівняння поправок диференційного методу будуть позбавлені кореляції. Для встановлення переваг і недоліків та визначення точності координат пунктів, отриманих за результатами обох методів, необхідно володіти достовірними "істинними" координатами пунктів.

За істинні координати пунктів приймалися урівноважені координати, визначені на підставі опрацювання довготривалих рядів спостережень з центру SOPAC, редуковані на середню епоху вимірів.

Отримані дані опрацьовують незалежними методами і програмними пакетами. Для отримання найточніших координат станцій під час опрацювання даних максимально враховують поправки за можливі джерела похибок ГНСС-вимірів. Отримані результати зберігаються в архіві центру та є у вільному доступі.

На рис. 1, а, б та в наведено схематичне розташування пунктів зазначених вище мереж та у табл. 1 подано їхні параметри, такі як: мінімальна, середня та максимальна відстань між пунктами і кількість днів спостережень, що використовували для досліджень.

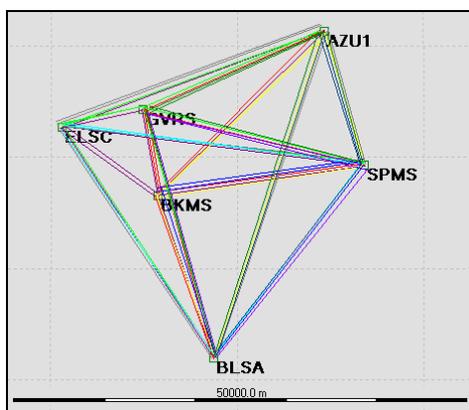


Рис. 1а. Схема мережі I  
Fig. 1a. Scheme of network I

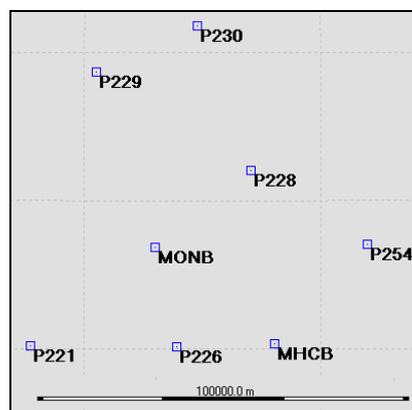


Рис. 1б. Схема мережі II  
Fig. 1b. Scheme of network II

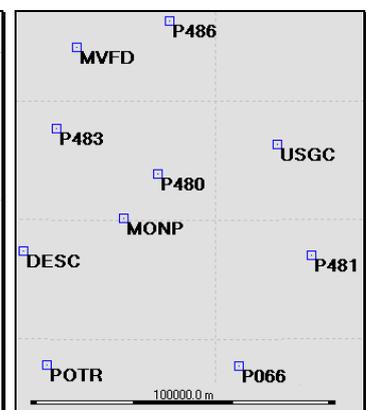


Рис. 1в. Схема мережі III  
Fig. 1c. Scheme of network III

Таблиця 1

**Параметри вихідних мереж**

Table 1

**Parameters of output networks**

№ мережі	Мінімальна відстань між станціями, км	Середня відстань між станціями, км	Максимальна відстань між станціями, км	Кількість днів спостережень
I	9,039	23,354	38,219	20
II	16,276	36,171	60,211	56
III	11,687	42,224	75,484	120

У табл. 2, 3 та 4 наведено календарні графіки вимірів для мереж I, II та III.

Таблиця 2

**Календарний графік вимірів для мережі I**

Table 2

**Calendar schedule of measurements for network I**

№ дня	Дата спостережень	Станції									
1	1.05.2014	BKMS, ELSC, GVRС	2	2.05.2014	BKMS, ELSC, AZU1	3	3.05.2014	BKMS, ELSC, SPMS	4	4.05.2014	BKMS, ELSC, BLSA
5	5.05.2014	BKMS, GVRС, AZU1	6	6.05.2014	BKMS, GVRС, SPMS	7	7.05.2014	BKMS, GVRС, BLSA	8	8.05.2014	BKMS, AZU1, SPMS
9	9.05.2014	BKMS, AZU1, BLSA	10	10.05.2014	BKMS, SPMS, BLSA	11	11.05.2014	ELSC, GVRС, AZU1	12	12.05.2014	ELSC, GVRС, SPMS
13	13.05.2014	ELSC, GVRС, BLSA	14	14.05.2014	ELSC, AZU1, SPMS	15	15.05.2014	ELSC, AZU1, BLSA	16	16.05.2014	ELSC, SPMS, BLSA
17	17.05.2014	GVRС, AZU1, SPMS	18	18.05.2014	GVRС, AZU1, BLSA	19	19.05.2014	GVRС, SPMS, BLSA	20	20.05.2014	AZU1, SPMS, BLSA

Таблиця 3

**Календарний графік вимірів для мережі II**

Table 3

**Calendar schedule of measurements for network II**

№ дня	Дата спостережень	Станції									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.06.2014	p254, p229, p230	2	2.06.2014	p254, p229, p228	3	3.06.2014	p254, p229, MONB	4	4.06.2014	p254, p229, p226
5	5.06.2014	p254, p229, МНСВ	6	6.06.2014	p254, p229, p221	7	7.06.2014	p254, p230, p228	8	8.06.2014	p254, p230, MONB
9	9.06.2014	p254, p230, p226	10	10.06.2014	p254, p230, МНСВ	11	11.06.2014	p254, p230, p221	12	12.06.2014	p254, p228, MONB
13	13.06.2014	p254, p228, p226	14	14.06.2014	p254, p228, МНСВ	15	15.06.2014	p254, p228, p221	16	16.06.2014	p254, MONB, p226

Продовження табл. 3

Continue of Table 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
17	17.06.2014	p254, MONB, MHCB	18	18.06.2014	p254, MONB, p221	19	19.06.2014	p254, p226, MHCB	20	20.06.2014	p254, p226, p221
21	21.06.2014	p254, MHCB, p221	22	22.06.2014	p229, p230, p228	23	23.06.2014	p229, p230, MONB	24	24.06.2014	p229, p230, p226
25	25.06.2014	p229, p230, MHCB	26	26.06.2014	p229, p230, p221	27	27.06.2014	p229, p228, MONB	28	28.06.2014	p229, p228, p226
29	29.06.2014	p229, p228, MHCB	30	30.06.2014	p229, p228, p221	31	1.07.2014	p229, MONB, p226	32	2.07.2014	p229, MONB, MHCB
33	31.07.2014	p229, MONB, p221	34	4.07.2014	p229, p226, MHCB	35	5.07.2014	p229, p226, p221	36	6.07.2014	p229, MHCB, p221
37	7.07.2014	p230, p228, MONB	38	8.07.2014	p230, p228, p226	39	9.07.2014	p230, p228, MHCB	40	10.07.2014	p230, p228, p221
41	11.07.2014	p230, MONB, p226	42	12.07.2014	p230, MONB, MHCB	43	13.07.2014	p230, MONB, p221	44	14.07.2014	p230, p226, MHCB
45	15.07.2014	p230, p226, p221	46	16.07.2014	p230, MHCB, p221	47	17.07.2014	p228, MONB, p226	48	18.07.2014	p228, MONB, MHCB
49	19.07.2014	p228, MONB, p221	50	20.07.2014	p228, p226, MHCB	51	21.07.2014	p228, p226, p221	52	22.07.2014	p228, MHCB, p221
53	23.07.2014	MONB, p226, MHCB	54	24.07.2014	MONB, p226, p221	55	25.07.2014	MONB, MHCB, p221	56	26.07.2014	p226, MHCB, p221

Таблиця 4

## Календарний графік вимірів для мережі III

Table 4

## Calendar schedule of measurements for network III

№ дня	Дата спостережень	Станції									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.03.2013	p483, MVFD, p486	2	2.03.2013	p483, MVFD, USGC	3	3.03.2013	p483, MVFD, p480	4	4.03.2013	p483, MVFD, MONP
5	5.03.2013	p483, MVFD, p481	6	6.03.2013	p483, MVFD, p066	7	7.03.2013	p483, MVFD, POTR	8	8.03.2013	p483, MVFD, DESC
9	9.03.2013	p483, p486, USGC	10	10.03.2013	p483, p486, p480	11	11.03.2013	p483, p486, MONP	12	12.03.2013	p483, p486, p481
13	13.03.2013	p483, p486, p066	14	14.03.2013	p483, p486, POTR	15	15.03.2013	p483, p486, DESC	16	16.03.2013	p483, USGC, p480
17	17.03.2013	p483, USGC, MONP	18	18.03.2013	p483, USGC, p481	19	19.03.2013	p483, USGC, p066	20	20.03.2013	p483, USGC, POTR

Продовження табл. 4

Continue of Table 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
21	21.03.2013	p483, USGC, DESC	22	22.03.2013	p483, p480, MONP	23	23.03.2013	p483, p480, p481	24	24.03.2013	p483, p480, p066
25	25.03.2013	p483, p480, POTR	26	26.03.2013	p483, p480, DESC	27	27.03.2013	p483, MONP, p481	28	28.03.2013	p483, MONP, p066
29	29.03.2013	p483, MONP, POTR	30	30.03.2013	p483, MONP, DESC	31	31.03.2013	p483, p481, p066	32	1.04.2013	p483, p481, POTR
33	2.04.2013	p483, p481, DESC	34	3.04.2013	p483, p066, POTR	35	4.04.2013	p483, p066, DESC	36	5.04.2013	p483, POTR, DESC
37	6.04.2013	MVFD, p486, USGC	38	7.04.2013	MVFD, p486, p480	39	8.04.2013	MVFD, p486, MONP	40	9.04.2013	MVFD, p486, p481
41	10.04.2013	MVFD, p486, p066	42	11.04.2013	MVFD, p486, POTR	43	12.04.2013	MVFD, p486, DESC	44	13.04.2013	MVFD, USGC, p480
45	14.04.2013	MVFD, USGC, MONP	46	15.04.2013	MVFD, USGC, p481	47	16.04.2013	MVFD, USGC, p066	48	17.04.2013	MVFD, USGC, POTR
49	18.04.2013	MVFD, USGC, DESC	50	19.04.2013	MVFD, p480, MONP	51	20.04.2013	MVFD, p480, p481	52	21.04.2013	MVFD, p480, p066
53	22.04.2013	MVFD, p480, POTR	54	23.04.2013	MVFD, p480, DESC	55	24.04.2013	MVFD, MONP, p481	56	25.04.2013	MVFD, MONP, p066
57	26.04.2013	MVFD, MONP, POTR	58	27.04.2013	MVFD, MONP, DESC	59	28.04.2013	MVFD, p481, p066	60	29.04.2013	MVFD, p481, POTR
61	30.04.2013	MVFD, p481, DESC	62	1.05.2013	MVFD, p066, POTR	63	2.05.2013	MVFD, p066, DESC	64	3.05.2013	MVFD, POTR, DESC
65	4.05.2013	p486, USGC, p480	66	5.05.2013	p486, USGC, MONP	67	6.05.2013	p486, USGC, p481	68	7.05.2013	p486, USGC, p066
69	8.05.2013	p486, USGC, POTR	70	9.05.2013	p486, USGC, DESC	71	10.05.2013	p486, p480, MONP	72	11.05.2013	p486, p480, p481
73	12.05.2013	p486, p480, p066	74	13.05.2013	p486, p480, POTR	75	14.05.2013	p486, p480, DESC	76	15.05.2013	p486, MONP, p481
77	16.05.2013	p486, MONP, p066	78	17.05.2013	p486, MONP, POTR	79	18.05.2013	p486, MONP, DESC	80	19.05.2013	p486, p481, p066
81	20.05.2013	p486, p481, POTR	82	21.05.2013	p486, p481, DESC	83	22.05.2013	p486, p066, POTR	84	23.05.2013	p486, p066, DESC
85	24.05.2013	p486, POTR, DESC	86	25.05.2013	USGC, p480, MONP	87	26.05.2013	USGC, p480, p481	88	27.05.2013	USGC, p480, p066
89	28.05.2013	USGC, p480, POTR	90	29.05.2013	USGC, p480, DESC	91	30.05.2013	USGC, MONP, p481	92	31.05.2013	USGC, MONP, p066
93	1.06.2013	USGC, MONP, POTR	94	2.06.2013	USGC, MONP, DESC	95	3.06.2013	USGC, p481, p066	96	4.06.2013	USGC, p481, POTR

Закінчення табл. 4

Continue of Table 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
97	5.06.2013	USGC, p481, DESC	98	6.06.2013	USGC, p066, POTR	99	7.06.2013	USGC, p066, DESC	100	8.06.2013	USGC, POTR, DESC
101	9.06.2013	p480, MONP, p481	102	10.06.2013	p480, MONP, p066	103	11.06.2013	p480, MONP, POTR	104	12.06.2013	p480, MONP, DESC
105	13.06.2013	p480, p481, p066	106	14.06.2013	p480, p481, POTR	107	15.06.2013	p480, p481, DESC	108	16.06.2013	p480, p066, POTR
109	17.06.2013	p480, p066, DESC	110	18.06.2013	p480, POTR, DESC	111	19.06.2013	MONP, p481, p066	112	20.06.2013	MONP, p481, POTR
113	21.06.2013	MONP, p481, DESC	114	22.06.2013	MONP, p066, POTR	115	23.06.2013	MONP, p066, DESC	116	24.06.2013	MONP, POTR, DESC
117	25.06.2013	p481, p066, POTR	118	26.06.2013	p481, p066, DESC	119	27.06.2013	p481, POTR, DESC	120	28.06.2013	p066, POTR, DESC

Обчислення векторів виконувалося в програмному пакеті LGO (Leica Geo Office) з урахуванням точних ефемерид та файлів зміщення фазових центрів антен. Для імітації складних умов доступу до супутникових сигналів та підсилення впливу систематичних похибок прийнято кут відсічки супутників  $20^\circ$  і тривалість спостережень обмежено 4-ма годинами. Для обчислення векторів обчислювались поправки за тропосферну затримку згідно з моделлю Хопфілда, та іоносферна затримка визначалась з двох частот  $L_1$  та  $L_2$ .

Після обчислення векторів склалися рівняння поправок для вимірних векторів для класичного методу урівноваження (1) та диференційного методу (1), (2). Загальне урівноваження для обох методів наведено у табл. 5.

Таблиця 5

## Кількість рівнянь поправок

Table 5

## Number of corrections equations

Мережа	Кількість рівнянь	
	Диференційний метод	Класичний метод
I	40	60
II	112	168
III	240	360

За утвореними матрицями рівнянь поправок виконувалося урівноваження мереж способом найменших квадратів з оцінкою точності визначених координат. За координати першого пункту мережі приймалися координати, визначені центром SOPAC, координати решти пунктів визначалися за результатами урівноваження. На основі визначених координат з урівноважених мереж визначено їх різниці із координатами відповідних пунктів визначених центром SOPAC. Ці різниці визначені для класичного параметричного та диференційного методів і трансформовані на площину Універсальної проекції Меркатора. Різниці, визначені відносно координат центру SOPAC, можна інтерпретувати як помилки визначення координат пунктів за результатами урівноваження. Тому далі ці різниці називасмо помилками визначених координат відповідним методом урівноваження. Результати визначення помилок координат пунктів  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  для мережі I двома методами урівноваження наведено в табл. 6. В передостанньому рядку таблиці подано суму, а в останньому рядку – середнє значення відповідних помилок. У колонках 8 і 9 наведено помилки кожного з пунктів у плані, а у колонках 10 і 11 – у просторі. З цієї таблиці видно, що сумарні помилки по осях  $x$  і  $h$  приблизно на 46 % та 39 % менші, ніж помилки, отримані класичним

методом, а по осі  $y$  вони практично збігаються. Помилки, отримані диференційним методом, у плані та просторі на 43 % і 35 % менші, ніж отримані класичним параметричним, що підтверджує доцільність використання запропонованого диференційного методу урівноваження.

Отримані результати зміни помилок визначених координат пунктів за результатами урівноваження двома методами зображені на рис. 2, а, б, в, г, д. З графіків рис. 2, г, д видно, що відхилення, отримані диференційним методом, значно менші, ніж ті, що отримано класичним параметричним.

У табл. 7 наведено апостеріорну оцінку точності визначених координат пунктів за результатами урівноваження диференційним та класичним параметричним методами. В останньому рядку приведені середні квадратичні похибки визначення координат пунктів. З табл. 7 видно, що середні квадратичні похибки визначення координат  $x$  та  $y$  класичним параметричним методом, за результатами урівноваження, є меншими за диференційні, що обумовлено більшою кількістю рівнянь вимірів. По осі  $h$  середньоквадратичні похибки диференційним методом є деякою мірою кращими за похибки класичним методом, що ймовірно, пов'язано з малою кількістю пунктів мережі. Необхідно зауважити, що отримані з урівноважень похибки для обох методів є значно мен-

шими, ніж реальні похибки, під час порівняння з координатами, визначеними центром SOPAC, що свідчить про присутність внутрішньої збіжності за оцінювання точності урівноважених мереж і наявності систематичних похибок, які не усуваються результатами урівноваження.

Представлені результати дають змогу припустити, що диференційний метод порівняно з класичним великою мірою допомагає усунути систематичні похибки вимірів, які з'являються у векторах при одночасних вимірах, та остаточні результати урівноваження є надійнішими, ніж результати отримані, класичним методом.

Результати опрацювання мережі II представлені у табл. 8, 9 і рис. 3, а, б, в, г, д. З рис. 3, а, б, в та табл. 8 видно, що для мережі II помилки визначених координат диференційним методом є значно менші, ніж помилки у координатах визначених класичним методом, окрім пункту 7 для осі  $y$  та пунктів 3 і 7 для осі  $h$ . Сумарні помилки мережі II є в 4 рази менші по осям  $x$  та  $y$  і в 1,5 разу по осі  $h$ . Порівнявши помилки визначених координат пунктів двома методами в плані і просторі (рис. 3, г, д), можна стверджувати, що диференційний метод урівноваження дає на 73 % кращий результат у плані і на 53 % в просторі, ніж класичний параметричний, окрім пункту 7.

Таблиця 6

**Помилки визначених координат пунктів мережі I диференційним і класичним параметричним методами**

Table 6

**Errors of network I points coordinate defined by differential and classical parametric methods**

№ пункт	$\delta x$ диф, мм	$\delta x$ клас, мм	$\delta y$ диф, мм	$\delta y$ клас, мм	$\delta h$ диф, мм	$\delta h$ клас, мм	$\delta_{план}$ диф, мм	$\delta_{план}$ клас, мм	$\delta_{прос}$ диф, мм	$\delta_{прос}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	-1,5	0,6	1,1	2,7	2,6	-10,1	1,9	2,8	3,2	10,5
3	6,5	11,6	-2,3	-1,6	0,2	-16,2	6,9	11,7	6,9	19,9
4	6,2	12,9	-1,9	-0,7	-1,0	-22,1	6,5	12,9	6,6	25,6
5	9,0	15,2	-6,2	-5,8	-50,5	-67,5	11,0	16,3	51,7	69,5
6	5,6	13,5	-3,3	-3,5	-41,7	-41,6	6,5	13,9	42,2	43,9
$ \Sigma $	28,8	53,8	14,9	14,2	96,0	157,5	32,7	57,6	110,5	169,4
серед	5,8	10,8	3,0	2,8	19,2	31,5	6,5	11,5	22,1	33,9

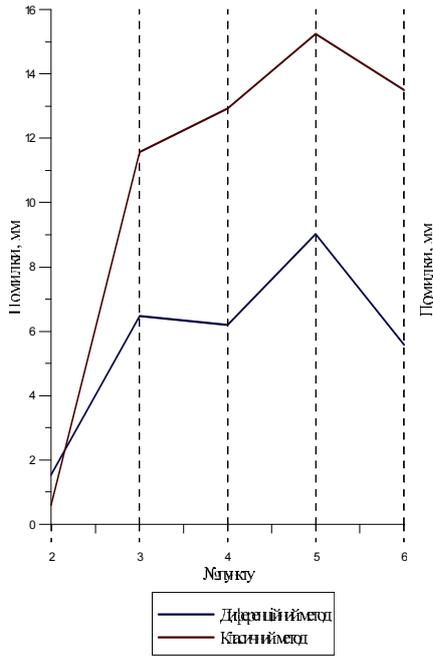


Рис. 2а  
Fig. 2a

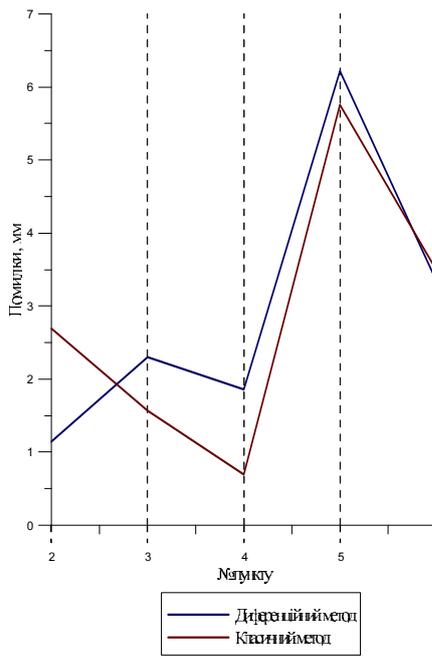


Рис. 2б  
Fig. 2b

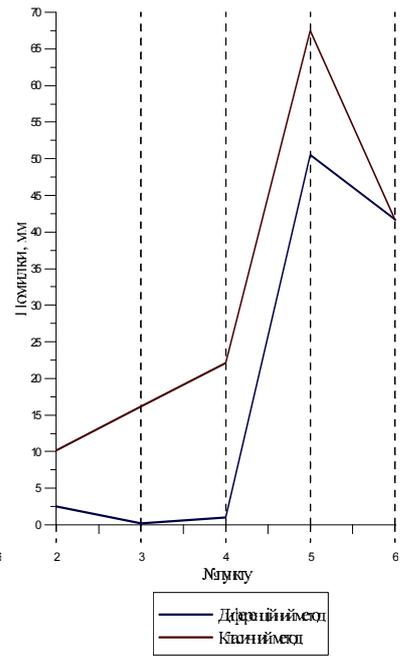


Рис. 2в  
Fig. 2c

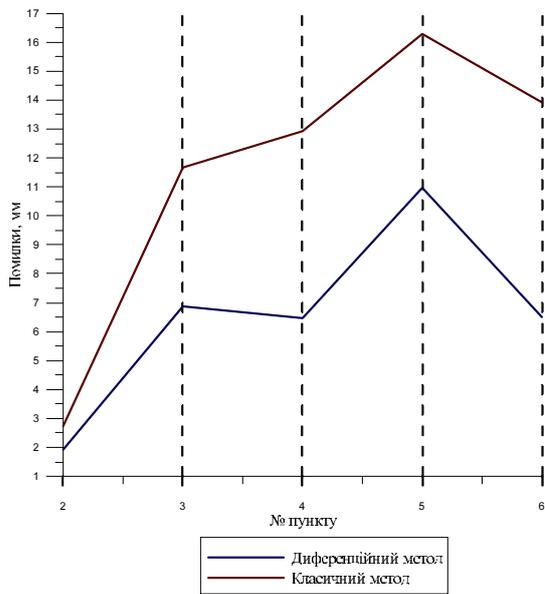


Рис. 2г  
Fig. 2d

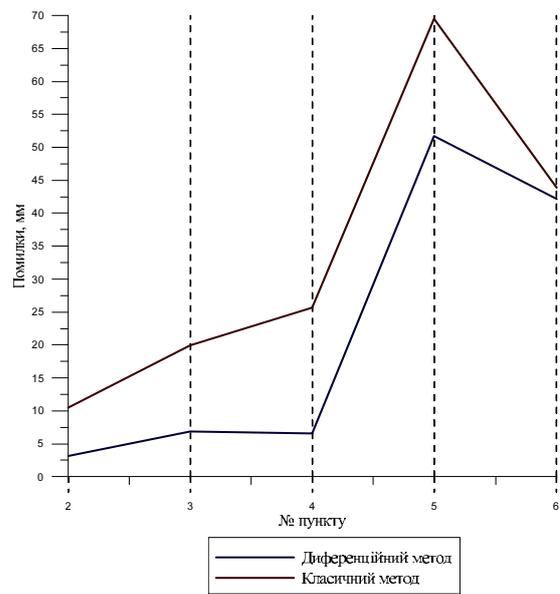


Рис. 2д  
Fig. 2e

Рис. 2. Зміна помилок визначення координат пунктів диференціальним та класичним параметричним методами (рис. 2а. Помилки  $\delta x$ ; рис. 2б. Помилки  $\delta y$ ; рис. 2в. Помилки  $\delta h$ ; рис. 2г. Помилки в плані; рис. 2д. Помилки в просторі)

Fig. 2. Changes errors of points coordinates defined by differential and classical parametric methods (fig. 2a. Errors  $\delta x$ ; fig. 2b. Errors  $\delta y$ ; fig. 2c. Errors  $\delta h$ ; fig. 2d. Errors in plan coordinates; fig. 2e. Errors in spatial coordinates)

Таблиця 7

**Середні квадратичні похибки визначених координат пунктів мережі I диференційним і класичним параметричним методами**

Table 7

**Average quadratic errors of network I points coordinates defined by differential and classical parametric methods**

№ пункту	$m_x$ диф, мм	$m_x$ клас, мм	$m_y$ диф, мм	$m_y$ клас, мм	$m_h$ диф, мм	$m_h$ клас, мм	$m_{план}$ диф, мм	$m_{план}$ клас, мм	$m_{прос}$ диф, мм	$m_{прос}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	4,9	3,7	2,7	2,0	15,7	19,6	5,6	4,2	16,6	20,0
3	5,0	3,8	3,0	2,4	15,5	20,7	5,9	4,5	16,6	21,1
4	5,5	3,8	3,4	2,1	14,9	20,5	6,5	4,4	16,2	21,0
5	6,5	4,0	3,7	2,3	17,3	20,7	7,4	4,6	18,8	21,2
6	13,0	3,7	4,4	2,4	28,2	21,3	13,7	4,5	31,3	21,7
серед	7,0	3,8	3,4	2,3	18,3	20,6	7,8	4,4	19,9	21,0

Таблиця 8

**Помилки визначених координат пунктів мережі II диференційним і класичним параметричним методами**

Table 8

**Errors of network II points coordinate defined by differential and classical parametric methods**

№ пункту	$\delta x$ диф, мм	$\delta x$ клас, мм	$\delta y$ диф, мм	$\delta y$ клас, мм	$\delta h$ диф, мм	$\delta h$ клас, мм	$\delta_{план}$ диф, мм	$\delta_{план}$ клас, мм	$\delta_{прос}$ диф, мм	$\delta_{прос}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	5,5	66,1	2,3	-30,2	-16,7	-66,1	5,9	72,7	17,7	98,3
3	-10,7	47,5	3,4	-22,5	20,8	-8,1	11,2	52,6	23,6	53,2
4	8,6	70,0	-3,4	-33,5	-8,9	-44,1	9,3	77,6	12,8	89,2
5	-5,0	57,2	-3,0	-33,6	-5,8	-31,5	5,9	66,3	8,2	73,4
6	-13,7	42,3	7,8	-25,3	-71,7	-96,4	15,8	49,3	73,4	108,3
7	-5,5	18,2	23,0	-6,4	76,1	23,6	23,6	19,3	79,7	30,5
8	35,5	59,0	-12,1	-39,5	2,3	-52,7	37,5	71,1	37,6	88,4
$ \Sigma $	84,6	360,4	54,9	191,0	202,2	322,5	109,2	408,9	253,1	541,4
серед	12,1	51,5	7,8	27,3	28,9	46,1	15,6	58,4	36,2	77,3

Порівнюючи середні помилки визначення координат пунктів та середніх середньоквадратичних похибок визначених координат пунктів мережі I диференційним та класичним параметричним методами, слід зазначити, що для диференційного методу вони фактично збігаються, а для класичного параметричного методу похибки в середньому на 40 % менші, ніж самі помилки.

У табл. 9 наведено апостеріорну оцінку точності визначених координат пунктів двома методами. Проаналізувавши табл. 9, можна стверджувати, що точність визначення координат класичним параметричним методом є вищою, ніж диференційним, що обумовлено, так само, як і для першої мережі, меншою кількістю рівнянь.

Порівнявши середні помилки визначення координат пунктів та середні середньоквадратичні похибки визначення координат пунктів мережі П диференційним та класичним параметричним

методами, слід зазначити, що для диференційного методу похибки менші за помилки на 20 %, а для класичного параметричного методу похибки в середньому менші на 70 %, ніж помилки.

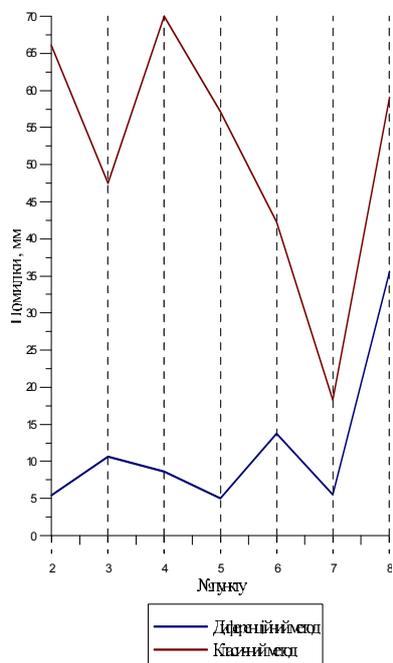


Рис. 3а  
Fig. 3a

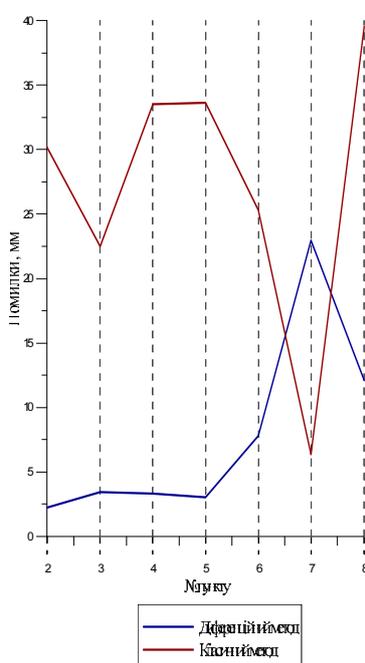


Рис. 3б  
Fig. 3b

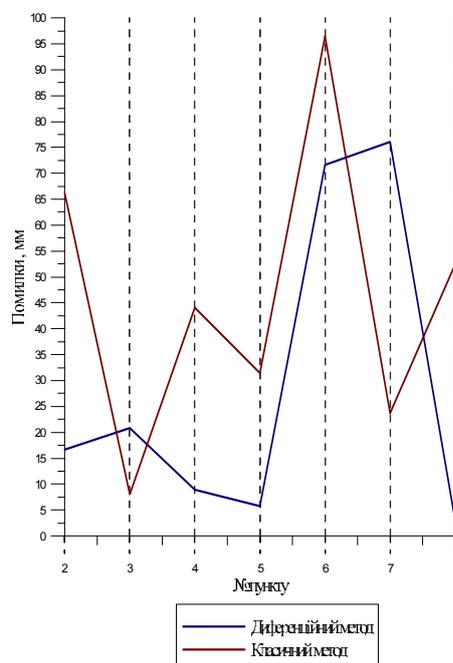


Рис. 3в  
Fig. 3c

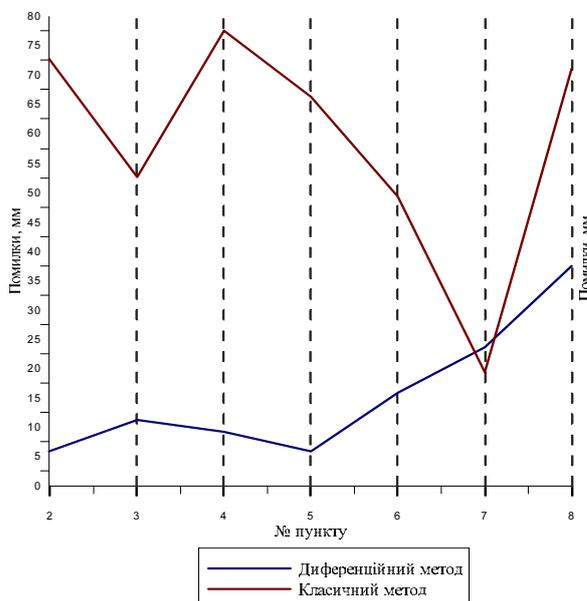


Рис. 3г  
Fig. 3d

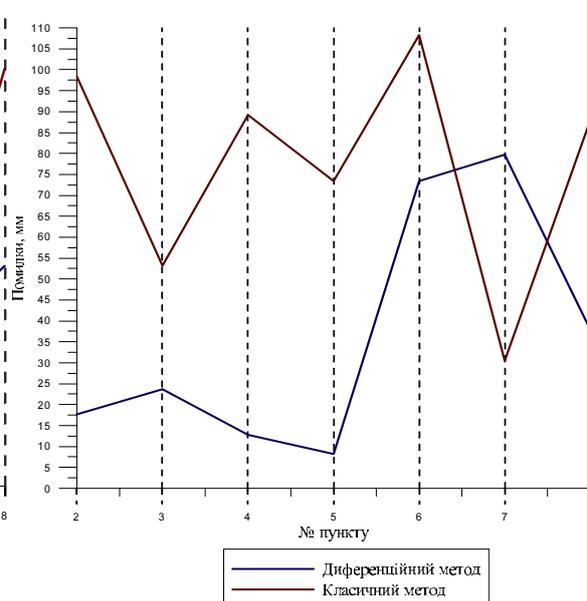


Рис. 3д  
Fig. 3e

Рис. 3. Зміна помилок визначення координат пунктів диференційним та класичним параметричним методами (рис. 3а. Помилки  $\delta x$ ; рис. 3б. Помилки  $\delta y$ ; рис. 3в. Помилки  $\delta h$ ; рис. 3г. Помилки в плані; рис. 3д. Помилки в просторі)

Fig. 3. Changes errors of points coordinates defined by differential and classical parametric methods (fig. 3a. Errors  $\delta x$ ; fig. 3b. Errors  $\delta y$ ; fig. 3c. Errors  $\delta h$ ; fig. 3d. Errors in plan coordinates; fig. 3e. Errors in spatial coordinates)

Таблиця 9

**Середні квадратичні похибки визначених координат пунктів мережі II диференційним і класичним параметричним методами**

Table 9

**Average quadratic errors of network II points coordinates defined by differential and classical parametric methods**

№ пункту	$m_x$ диф, мм	$m_x$ клас, мм	$m_y$ диф, мм	$m_y$ клас, мм	$m_h$ диф, мм	$m_h$ клас, мм	$m_{план}$ диф, мм	$m_{план}$ клас, мм	$m_{прос}$ диф, мм	$m_{прос}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	7,9	7,8	5,7	5,5	20,9	20,3	9,7	9,5	23,0	22,5
3	9,8	10,1	4,7	4,5	17,2	15,2	10,9	11,0	20,4	18,8
4	10,1	10,3	4,2	4,6	19,8	18,9	11,0	11,3	22,6	22,0
5	9,8	9,6	4,4	4,6	20,7	17,8	10,7	10,6	23,3	20,8
6	13,6	8,2	4,9	4,5	24,6	19,9	14,5	9,4	28,6	22,0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7	4,9	1,1	6,4	4,5	25,2	16,1	8,1	4,7	26,4	16,8
8	4,9	2,2	10,8	4,8	33,0	21,3	11,9	5,3	35,1	22,0
серед	8,7	7,0	5,9	4,7	23,0	18,5	11,0	8,8	25,6	20,7

Таблиця 10

**Помилки визначених координат пунктів мережі III диференційним і класичним параметричним методами**

Table 10

**Errors of network III points coordinate defined by differential and classical parametric methods**

№ пункту	$\delta x$ диф, мм	$\delta x$ клас, мм	$\delta y$ диф, мм	$\delta y$ клас, мм	$\delta h$ диф, мм	$\delta h$ клас, мм	$\delta_{план}$ диф, мм	$\delta_{план}$ клас, мм	$\delta_{прос}$ диф, мм	$\delta_{прос}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	-2,0	-6,7	2,0	-2,7	-12,6	-21,0	2,8	7,3	12,9	22,2
3	3,8	2,5	-1,4	-8,2	-17,4	-18,0	4,0	8,5	17,9	19,9
4	3,2	2,9	-4,0	-13,3	45,2	86,1	5,1	13,6	45,5	87,1
5	2,9	4,2	-2,4	-11,9	37,5	68,3	3,8	12,6	37,7	69,5
6	-5,7	-6,5	7,7	-0,4	22,1	44,7	9,6	6,6	24,1	45,2
7	-8,7	-11,9	9,7	3,2	-38,6	-17,5	13,0	12,3	40,7	21,4
8	7,3	2,7	-0,8	-6,5	-0,7	18,3	7,3	7,1	7,3	19,7
9	-8,2	-11,8	12,9	9,2	-19,4	-8,8	15,3	15,0	24,7	17,3
10	2,6	-0,9	16,2	4,9	-2,2	-3,6	16,4	5,0	16,6	6,2
$ \Sigma $	44,4	50,2	57,0	60,4	195,8	286,4	77,3	88,0	227,4	308,6
серед	4,9	5,6	6,3	6,7	21,8	31,8	8,6	9,8	25,3	34,3

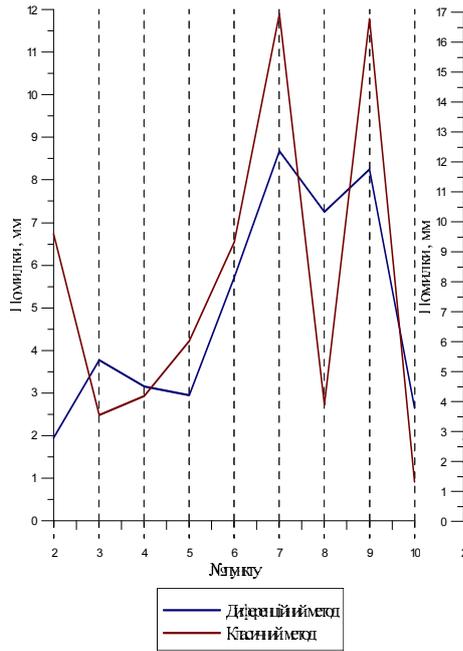


Рис. 4а  
Fig. 4a

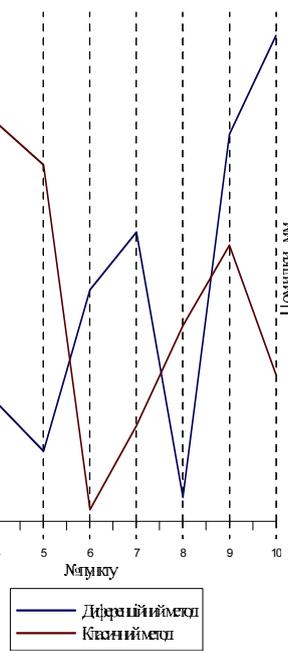


Рис. 4б  
Fig. 4b

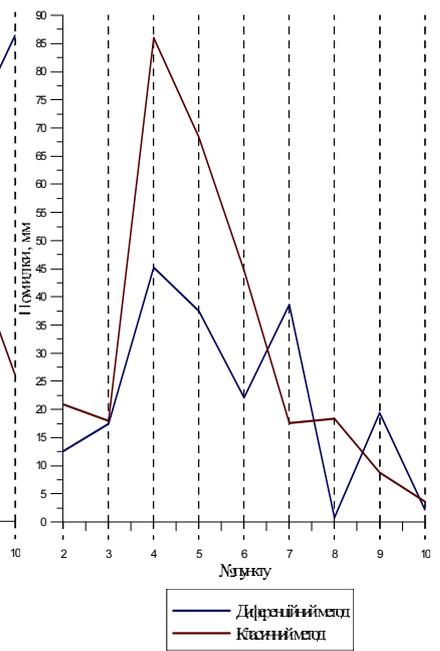


Рис. 4в  
Fig. 4c

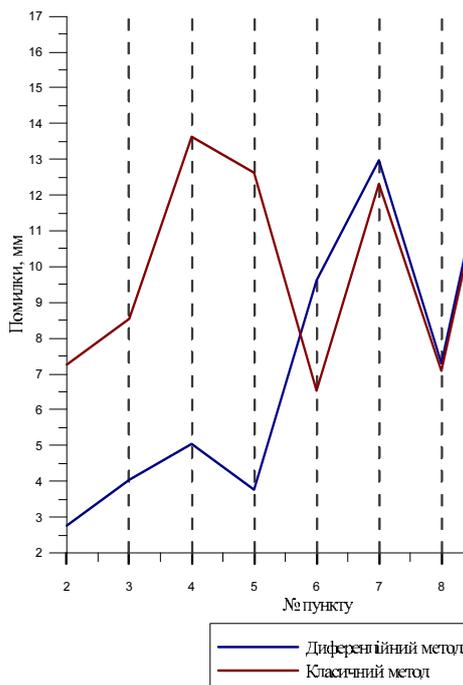


Рис. 4г  
Fig. 4d

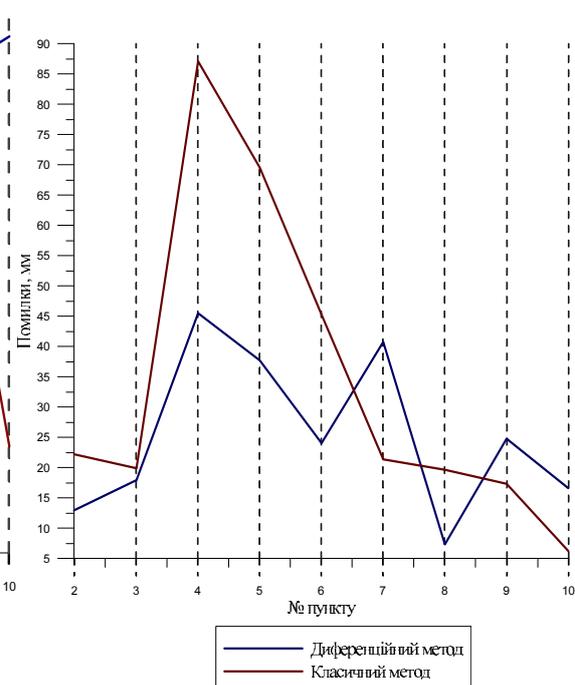


Рис. 4д  
Fig. 4e

Рис. 4. Зміна помилок визначення координат пунктів диференційним та класичним параметричним методами (рис. 4а. Помилки  $\delta x$ ; рис. 4б. Помилки  $\delta y$ ; рис. 4в. Помилки  $\delta h$ ; рис. 4г. Помилки в плані; рис. 4д. Помилки в просторі)

Fig. 4. Changes errors of points coordinates defined by differential and classical parametric methods (fig. 4a. Errors  $\delta x$ ; fig. 4b. Errors  $\delta y$ ; fig. 4c. Errors  $\delta h$ ; fig. 4d. Errors in plan coordinates; fig. 4e. Errors in spatial coordinates)

Аналогічна ситуація спостерігається за результатами урівноваження та похибками вимірів для мережі III (табл. 10). Помилки визначення координат диференційним методом дещо більшого менші за ті, що визначені класичним параметричним, що знову свідчить про присутність систематичних похибок мережі і часткове їх усунення диференційним методом. З рис. 4, а, б, в, видно, що помилки визначення координат класичним методом є менші по осі  $x$  для пунктів 3, 4, 8, 10, але для решти пунктів ефективність диференційного методу становить 30 %. По осі  $y$  помилки визначення координат пунктів класичним методом є менші для пунктів 6, 7, 9, 10, але для решти пунктів ефективність диференційного методу становить 25 % та по осі  $h$  для пунктів 7 і 9 кращим є класичний метод, а для решти пунктів ефективність диференційного методу становить 50 %. Помилки визначення координат у плані і просторі зображені на рис. 4, г, д. Слід зазначити, що помилки, отримані диференційним методом, є менші за помилки, визначені з урівноваження класичним параметричним методом та ефективність його становить 12 % у плані і 26 % у просторі.

Результати досліджень апостеріорної оцінки точності визначення координат двома методами

(для мережі III, табл. 11) показують, що точність визначення координат класичним методом є вищою, ніж запропонованим диференційним. Ці результати, як і для попередніх мереж, зумовлені тим, що кількість рівнянь поправок для класичного методу є більшою, ніж для диференційного.

За результатами опрацювання двома методами мережі III встановлено, що середньо-квадратичні похибки, визначені диференційним методом, у середньому менші за помилки на 20 %, а для класичного параметричного методу вони в середньому менші на 55 %. Це ще раз підтверджує присутність систематичних похибок у вимірах та ефективність урівноваження мереж диференційним методом.

Узагальнюючи результати опрацювання усіх трьох мереж, необхідно зазначити, що середньо-квадратичні похибки, визначені класичним методом, у середньому на 60 % менші, ніж визначені помилки цим же методом, а для диференційного методу вони менші в середньому на 20 %, що і підтверджує переваги диференційного методу з усунення систематичних похибок вимірів.

Таблиця 11

**Середні квадратичні похибки визначених координат пунктів мережі I диференційним і класичним параметричним методами**

Table 11

**Average quadratic errors of network III points coordinates defined by differential and classical parametric methods**

№ пункту	$m_x$ диф, мм	$m_x$ клас, мм	$m_y$ диф, мм	$m_y$ клас, мм	$m_h$ диф, мм	$m_h$ клас, мм	$m_{план}$ диф, мм	$m_{план}$ клас, мм	$m_{прост}$ диф, мм	$m_{прост}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3,0	2,3	2,5	2,3	23,2	18,2	3,9	3,3	23,5	18,5
3	3,6	2,8	2,9	2,6	19,3	14,8	4,6	3,9	19,8	15,3
4	3,8	2,9	3,1	2,8	23,9	18,0	4,9	4,1	24,4	18,4
5	3,6	2,4	3,2	2,9	24,0	17,8	4,8	3,8	24,4	18,2
6	3,7	2,3	3,4	2,8	20,8	15,4	5,0	3,6	21,3	15,8
7	3,6	2,0	3,6	2,8	25,3	19,3	5,1	3,5	25,8	19,6
8	3,2	1,1	4,2	3,2	24,4	15,2	5,2	3,4	24,9	15,6
9	3,7	1,8	4,8	3,1	26,6	14,4	6,1	3,5	27,3	14,9
10	4,1	1,8	6,6	2,3	38,7	14,6	7,8	2,9	39,4	14,9
серед	3,6	2,1	3,8	2,8	25,1	16,4	5,3	3,5	25,7	16,6

Таблиця 12

**Середні і максимальні помилки визначених координат диференційним та класичним параметричним методами**

Table 12

**Average and maximal coordinates errors defined by differential and classical parametric methods**

Мережа	$\delta x$ диф, мм	$\delta x$ клас, мм	$\delta y$ диф, мм	$\delta y$ клас, мм	$\delta h$ диф, мм	$\delta h$ клас, мм	$\delta_{план}$ диф, мм	$\delta_{план}$ клас, мм	$\delta_{прос}$ диф, мм	$\delta_{прос}$ клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Середні										
I	5,8	10,8	3,0	2,8	19,2	31,5	6,5	11,5	22,1	33,9
II	12,1	51,5	7,8	27,3	28,9	46,1	15,6	58,4	36,2	77,3
III	4,9	5,6	6,3	6,7	21,8	31,8	8,6	9,8	25,3	34,3
Максимальні										
I	9,0	15,2	6,2	5,8	50,5	67,5	11,0	16,3	51,7	69,5
II	35,5	70,0	23,0	39,5	76,1	96,4	37,5	77,6	79,7	108,3
III	8,7	11,9	16,2	13,3	45,2	86,1	16,4	15,0	45,5	87,1

В табл. 12 та графіках 5–6 наведено зведені результати визначення середніх та максимальних помилок з опрацювання мереж диференційним і класичним методами, а в табл. 13 максимальні і середні середньоквадратичні похибки за результатами урівноваження. Середні та максимальні помилки визначення координат пунктів загалом є на 10–50 % менші за результатами диференційного методу урівноваження порівняно з класичним. Треба зауважити, що диференційний метод не має суттєвих розбіжностей між визначеними похибками координат пунктів та середньоквадратичними похибками, визначеними за результатами урівноваження. Тільки для мережі II під час порівняння їх максимальних значень видно, що помилки координат переважають очікувану точність. Натомість, проводячи аналогічні порівняння для класичного методу урівноваження, простежується значне перевищення помилок визначення координат над очікуваною точністю з урівноваження мережі, ця тенденція характерна і середніх, і для максимальних значень параметрів точності. На основі цього можна стверджувати, що в ГНСС-мережах, виміри в яких проводять статичним методом в екстремальних умовах (частково обмежена видимість, відносно короткі інтервали спостережень)

виникають систематичні похибки під час опрацювання одночасно вимірних векторів.

На основі виконаних досліджень встановлено, що результати опрацювання вимірів ГНСС мереж з обмеженим доступом до супутникових сигналів, розробленим диференційним методом, дають змогу великою мірою вилучити з опрацювання систематичні похибки, які проявляються під час опрацювання ГНСС мереж класичним методом. Помилки визначення координат пунктів диференційним методом є практично співвимірні з середньоквадратичними похибками, отриманими з урівноваження мереж, натомість під час опрацювання мереж класичним методом помилки значно перевищують визначені параметри точності мереж. Для підтвердження ефективності опрацювання ГНСС мереж диференційним методом, були спеціально вибрані результати вимірів, виконані в екстремальних умовах (частково обмежена видимість супутників та занижена тривалість вимірів векторів), у майбутньому слід провести дослідження ефективності застосування представленого диференційного методу урівноваження на ГНСС мережах з вимірами векторів, виконаними згідно з настановами для статичних вимірів.

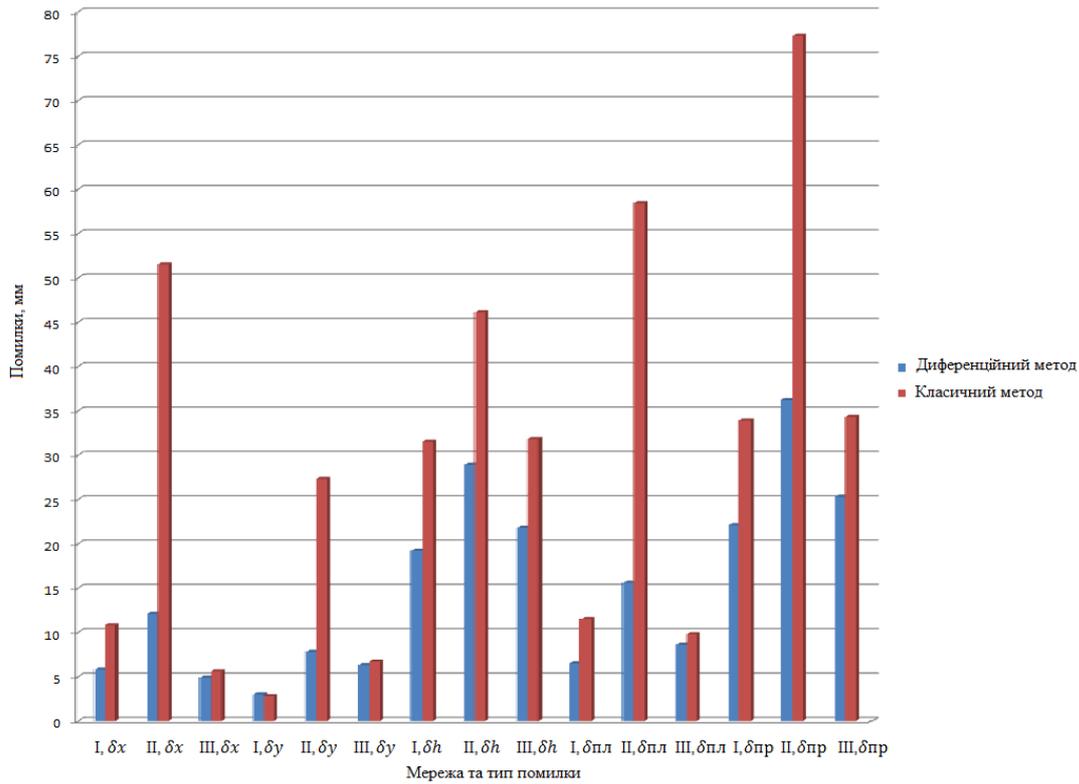


Рис. 5. Середні помилки координат, визначених диференційним та класичним параметричним методами за результатами опрацювання трьох мереж.

Fig. 5. Average coordinates errors defined by differential and classical parametric methods using the results of three networks

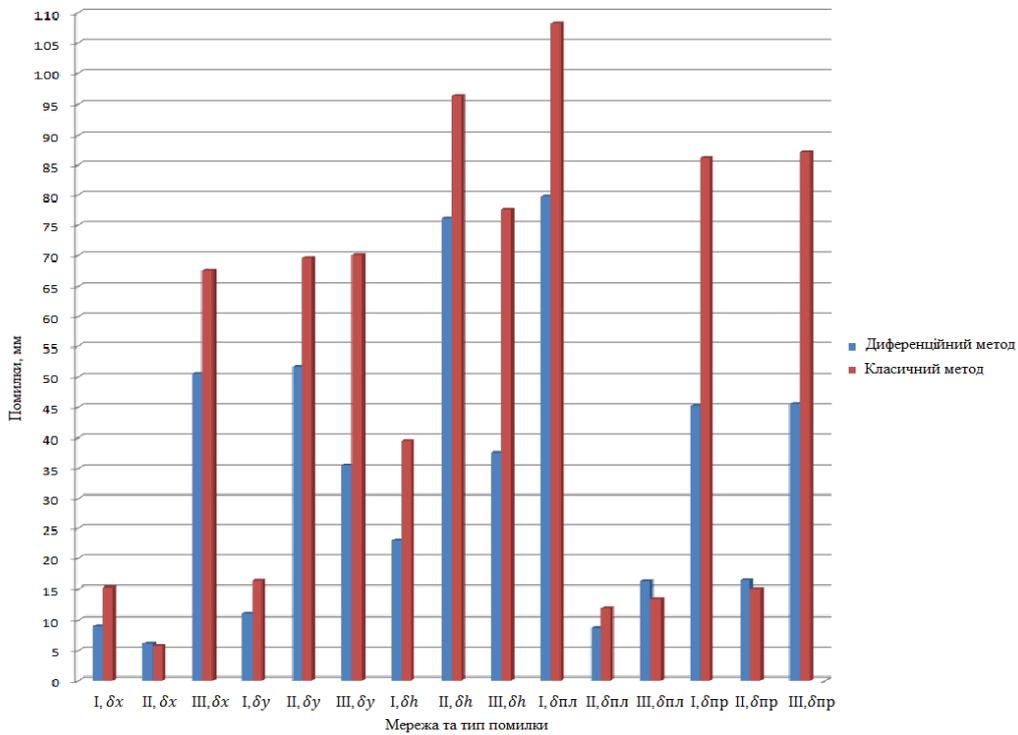


Рис. 6. Максимальні помилки координат, визначених диференційним та класичним параметричним методами за результатами опрацювання трьох мереж

Fig. 5. Maximal average coordinates errors defined by differential and classical parametric methods using the results of three networks

Таблиця 13

**Середні і максимальні середньоквадратичні похибки координат,  
визначених диференційним та класичним параметричним методами**

Table 13

**Average and maximal average quadratic errors of coordinates defined  
by differential and classical parametric methods**

Мережа	<i>m<sub>x</sub></i> диф, мм	<i>m<sub>x</sub></i> клас, мм	<i>m<sub>y</sub></i> диф, мм	<i>m<sub>y</sub></i> клас, мм	<i>m<sub>h</sub></i> диф, мм	<i>m<sub>h</sub></i> клас, мм	<i>m<sub>план</sub></i> диф, мм	<i>m<sub>план</sub></i> клас, мм	<i>m<sub>прос</sub></i> диф, мм	<i>m<sub>прос</sub></i> клас, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Середні										
I	7,0	3,8	3,4	2,3	18,3	20,6	7,8	4,4	19,9	21,0
II	8,7	7,0	5,9	4,7	23,0	18,5	11,0	8,8	25,6	20,7
III	3,6	2,1	3,8	2,8	25,1	16,4	5,3	3,5	25,7	16,8
Максимальні										
I	13,0	4,0	4,4	2,4	28,2	21,3	13,7	4,6	31,3	21,7
II	13,6	10,3	10,8	5,5	33,0	21,3	14,5	11,3	35,1	22,5
III	4,1	2,9	6,6	3,2	38,7	19,3	7,8	4,1	39,4	19,6

**Наукова новизна  
та практична значущість**

На основі проведених досліджень встановлено, що опрацювання мереж запропонованим методом дає змогу великою мірою вилучити систематичні похибки та отримати більш достовірні результати, ніж урівноваження класичним параметричним методом.

**Висновки**

1. Розроблено та теоретично обґрунтовано диференційний метод урівноваження.

2. Виконано урівноваження трьох ГНСС мереж з вимірними в екстремальних умовах векторами (частково обмежена видимість супутників та занижена тривалість вимірів векторів). За результатами урівноважених та еталонних значень координат пунктів встановлено, що застосування диференційного методу дає змогу великою мірою зменшити вплив систематичних похибок, які виникають під час урівноваження одночасно вимірних векторів.

3. Середні та максимальні похибки визначення координат пунктів загалом на 10–50 % менші за результатами диференційного методу урівноваження порівняно з класичним параметричним методом урівноваження, що і підтверджує переваги диференційного методу з усунення систематичних похибок вимірів.

4. Узагальнюючи результати опрацювання усіх трьох мереж, необхідно зазначити, що середньоквадратичні похибки координат пунктів, визначені класичним параметричним методом, у середньому на 60 % менші, ніж їх помилки, визначені цим же методом, а для диференційного методу вони менші у середньому на 20 %, що також підтверджує вищу достовірність результатів отриманих диференційним методом.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

- Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. – Том 2 / К. М. Антонович – М.: ФГУП “Картгеоцентр”, 2006. – С. 311.
- Евстафьев О. В. Наземная инфраструктура ГНСС для точного позиционирования / О. В. Евстафьев // Геопрофи. – 2008. – № 1. – С. 21–24.
- Тревого І. Метрологічна атестація еталонного базиса технологією GNSS / І. Тревого, І. Цюпак // Метрологія. – Харків, 2014. – С. 381–384.
- Church C. M. Novel Method to Measure Array Manifolds of GNSS Adaptive Antennas / C. M. Church, A. J. O'Brien and I. J. Gupta // Navigation, 2011. – Vol. 58, Issue 4. – P. 345–356.
- Eckl M. Accuracy of GPS-derived relative positions as a function of interstation distance and observing-session duration / M. Eckl, R. Snay, T. Soler, M. Cline, G. Mader // Journal of geodesy, 2001. – No. 75. – P. 633–640.
- Fritsche M. Impact of higher-order ionospheric terms on GPS estimates / M. Fritsche, R. Dietrich, C. Knöfel, A. Rülke, S. Vey, M. Rothacher, P. Steigenberger //

- Geophysical research letters, 2005. – Vol. 32, Issue 23. L23311, doi:10.1029/2005GL024342.
- Kadaj R. New algorithms of GPS post-processing for multiple baseline models and analogies to classical geodetic networks / R. Kadaj // *Geodesy and cartography*, 2008. – Vol. 57, No. 2. – P. 61–79.
- Lau L. A New Signal-to-Noise-Ratio Based Stochastic Model for GNSS High-Precision Carrier Phase Data Processing Algorithms in the Presence of Multipath Errors / L. Lau, P. Cross // *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, Fort Worth, TX, September 2006. – P. 276–285.
- Macii D. Accuracy comparison between techniques for the establishment of calibration intervals: application to atomic clocks / D. Macii, P. Tavella, E. Perone, P. Carbone, D. Petri // *Instrumentation and Measurement*, 2004. – Vol. 53, Issue 4. – P. 1167–1172.
- Mader G. L. GPS Antenna Calibration at the National Geodetic Survey / G. L. Mader // *GPS Solutions*, 1999. – Vol. 3, Issue 1. – P. 50–58.
- Mosavi M. Least squares techniques for GPS receivers positioning filter using pseudo-range and carrier phase measurements / M. Mosavi, S. Azarshahi, I. Emamgholipour, A. Abedi // *Iranian Journal of electrical and electronic engineering*, 2014. – Vol. 10, No. 1. – P. 18–26.
- Petrie E. J. A Review of Higher Order Ionospheric Refraction Effects on Dual Frequency GPS / E. J. Petrie, M. Hernández-Pajares, P. Spalla, Ph. Moore, M. A. King // *Surveys in Geophysics*, 2011. – Vol. 32, Issue 3. – P. 197–253.
- Rothacher M. Comparison of absolute and relative antenna phase center variations / M. Rothacher // *GPS Solutions*, 2001. – Vol. 4, Issue 4. – P. 55–60.
- Schmid R. Generation of a consistent absolute phase-center correction model for GPS receiver and satellite antennas / R. Schmid, P. Steigenberger, G. Gendt, M. Ge, M. Rothacher // *Journal of Geodesy*, 2007. – Vol. 81, Issue 12. – P. 781–798.
- Shaw M. Modernization of the Global Positioning System / M. Shaw, K. Sandhoo, D. Turner // *Journal of GPS World*, 2000. – Vol. 11, No. 9. – P. 36–44.
- Weiss M. GPS Signal Integrity Dependencies on Atomic Clocks / M. Weiss, P. Shome, R. Beard // *38th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting*, 2007. – P. 439–448.
- Zhang H. P. Global modeling 2nd-order ionospheric delay and its effects on GNSS precise positioning / H. P. Zhang, H. X. Lv, M. Li, Ch. Shi // *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2011. – Vol. 54, No. 6. – P. 1059–1067.
- Електронний ресурс: <http://rvdi.com/freebies/gpscalendar.html>
- Електронний ресурс: <http://sopac.ucsd.edu/data/Browser.shtml>

К. Р. ТРЕТЬЯК<sup>1</sup>, К. Б. СМОЛИЙ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандеры, 12, Львів, Украина, 79013

<sup>2</sup> Кафедра фотограмметрии и геоинформатики, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандеры, 12, Львів, Украина, 79013

#### УРАВНИВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ ГНСС СЕТЕЙ С ОГРАНИЧЕННЫМ ДОСТУПОМ К СПУТНИКОВОМУ СИГНАЛУ

**Цель.** На сегодняшний день широко используются различные методы автоматического мониторинга деформаций инженерных сооружений гидроэлектростанций (ГЭС). Одним из таких методов является метод ГНСС-измерений. Как и все геодезические методы исследования деформаций, метод ГНСС-измерения имеет ряд преимуществ и недостатков. Так как ГЭС в большинстве случаев расположены в условиях сложного рельефа, то это приводит к ограниченному прохождению сигналов к приемникам, что ухудшает полученные результаты. Кроме этого, в таких условиях одновременно измерены тремя и более приемниками векторы обременены систематическими погрешностями. Современные методы обработки результатов ГНСС-наблюдений позволяют устранить, в основном, только случайные погрешности, поэтому необходимо разработать метод уравнивания, который бы устранял систематическую составляющую погрешности измеренных векторов. **Методика.** Для уменьшения влияния систематических погрешностей на результаты наблюдений предложено дифференциальный метод уравнивания ГНСС сетей. Для частичного изъятия систематических погрешностей предлагается вместо уравнений поправок всех векторов составлять уравнения поправок разницы одновременно измеренных векторов. При этом образованные уравнения разницы должны иметь общие векторы. Для векторов, которые не вошли в уравнение разницы векторов, записываются классические уравнения поправок. Соответственно в дифференциальном методе могут присутствовать два

типа уравнений (уравнения поправок векторов и их разницы). **Результаты.** Исследование эффективности предложенной дифференциального метода по сравнению с классическим параметрическим методом проводились на трех ГНСС сетях образованных разным количеством пунктов и максимальной длиной векторов до 75 км. Векторы для этих сетей определялись с одновременных измерений трех ГНСС-приемников. Для имитации сложных условий доступа к спутниковым сигналам (угол отсечки спутников составлял  $20^{\circ}$  и продолжительность наблюдений ограничена 4-мя часами). Результаты уравнивания дифференциальным и классическим параметрическим методом сравнивались с эталонными значениями координат пунктов определенных центром SOPAC. Средние и максимальные погрешности определения координат пунктов в целом является на 10–50 % меньше по результатам дифференциального метода уравнивания по сравнению с классическим параметрическим методом уравнивания, что и подтверждает преимущества дифференциального метода по устранению систематических погрешностей измерений. По результатам обработки всех трех сетей установлено, что среднеквадратичные погрешности координат определены классическим параметрическим методом в среднем на 60 % меньше, чем определенные их ошибки этим же методом, а для дифференциального метода они меньше в среднем только на 20 %, что также подтверждает высокую достоверность результатов полученных дифференциальным методом. **Научная новизна и практическая значимость.** На основе проведенных исследований установлено, что обработка сетей предложенным методом позволяет в значительной степени исключить систематические погрешности и получить более достоверные результаты, чем уравнивания классическим параметрическим методом.

*Ключевые слова:* ГНСС-наблюдений классический параметрический метод уравнивания; дифференциальный метод уравнивания; погрешности ГНСС-измерений.

К. R. TRETYAK<sup>1</sup>, К. В. SMOLIY<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Higher Geodesy and Astronomy, Lviv Polytechnic National University, S. Bandera str., 12, Lviv, Ukraine, 79013

<sup>2</sup> Department of photogrammetry and geoinformatics, Lviv Polytechnic National University, S. Bandera str., 12, Lviv, Ukraine, 79013

#### DIFFERENTIAL METHOD'S ADJUSTMENT FOR GNSS NETWORKS WITH LIMITED ACCESS TO SATELLITE SIGNALS

**Purpose.** Today various methods of automatic deformation's monitoring of engineering buildings of hydroelectric power plants (HPPs) are widely used. Namely, the method of GNSS measurements. Like all geodetic methods to study deformations, the method of GNSS measurements has several advantages and disadvantages. Since hydro power plants in most cases are located in complex terrain, it leads to a limited passing signal to receivers, which worsens the results. In addition to these conditions, simultaneously measured by three or more receivers, vectors are burdened with systematic errors. Basically, modern methods of GNSS observations' results' processing allow us to resolve only random errors. It is therefore necessary to develop a method of balancing that would address the systematic component of the errors of the measured vectors. **Methodology.** Differential method's adjustment for GNSS networks is proposed to reduce the influence of systematic errors on the results of observations. Instead of the correction equations for all vectors making the correction equations for differences simultaneously measured vectors is proposed for partial exclusion of systematic errors. Formed differential equations should not have common vectors. For vectors that are not included in the differential equation of the vectors classical correction equations are recorded. Accordingly, in the differential method two types of equations (correction equations of vectors and their differences) can be included. **Results.** The study the performance's effectiveness of the proposed differential method in comparison with the classical parametric method was performed on three GNSS networks formed by a different number of points and the maximum length of the vectors up to 75 km. Vectors for these networks were determined from simultaneous measurements of the three GNSS receivers. To simulate the complex conditions of access to satellite signals (the cutoff angle of the satellites was  $20^{\circ}$  and the duration of observations was limited by 4 hours). The results of the adjustment by differential and classic parametric methods were compared with reference values of the coordinates of the points defined by the center SOPAC. Average and maximum errors for determining the points' coordinates in general are 10–50 % less according to the results of a differential method of adjustment compared to the classical parametric method of adjustment and confirms the advantages of the differential method to correct systematic errors of the measurements. Obtained results from three networks show that the RMS error of the coordinates defined by classical parametric method, on average, by 60 % smaller than that determined their mistakes

by the same method, and for differential method they are smaller only by 20 % average, which also confirms the high accuracy of the results obtained using a differential method. **Scientific novelty and practical significance.** On the basis of the conducted researches it is established that processing networks with the help proposed method can largely eliminate systematic errors and to obtain more reliable results than by using classic parametric method adjustment.

*Keywords:* GNSS observations; classical parametric method adjustment, differential method adjustment; GNSS measurements errors.

## REFERENCES

- Antonovych K. M. Yspol'zovanye sputnykovykh radyonavygacyonnykh system v geodezyi. [Using satellite navigation systems in geodesy.]. Tom. 2 / K. M. Antonovych – Moskva: FGUP “Kartgeocentr”, 2006, pp. 311.
- Evstaf'ev O. V. Nazemnaja ynfrastruktura GNSS dlja tochnogo pozycyonirovaniya [Terrestrial infrastructure for GNSS precise positioning] / O. V. Evstaf'ev // Geoprofy, 2008, no. 1, pp. 21–24.
- Trevogo I. Metrologichna atestacija etalonnogo bazysa tehnologijeju GNSS [Metrological certification of reference bases using GNSS technology] / I. Trevogo, I. Cjupak // Metrologija [Metrology]. Harkiv, 2014, pp. 381–384.
- Church C. M. Novel Method to Measure Array Manifolds of GNSS Adaptive Antennas / C. M. Church, A. J. O'Brien and I. J. Gupta // Navigation, 2011. – Vol. 58, Issue 4. – P. 345–356.
- Eckl M. Accuracy of GPS-derived relative positions as a function of interstation distance and observing-session duration / M. Eckl, R. Snay, T. Soler, M. Cline, G. Mader // Journal of geodesy, 2001. – No. 75. – P. 633–640.
- Fritsche M. Impact of higher-order ionospheric terms on GPS estimates / M. Fritsche, R. Dietrich, C. Knöfel, A. Rülke, S. Vey, M. Rothacher, P. Steigenberger // Geophysical research letters, 2005. – Vol. 32, Issue 23. L23311, doi:10.1029/2005GL024342.
- Kadaj R. New algorithms of GPS post-processing for multiple baseline models and analogies to classical geodetic networks / R. Kadaj // Geodesy and cartography, 2008. – Vol. 57, No. 2. – P. 61–79.
- Lau L. A New Signal-to-Noise-Ratio Based Stochastic Model for GNSS High-Precision Carrier Phase Data Processing Algorithms in the Presence of Multipath Errors / L. Lau, P. Cross // Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006), Fort Worth, TX, September 2006. – P. 276–285.
- Macii D. Accuracy comparison between techniques for the establishment of calibration intervals: application to atomic clocks / D. Macii, P. Tavella, E. Perone, P. Carbone, D. Petri // Instrumentation and Measurement, 2004. – Vol. 53, Issue 4. – P. 1167–1172.
- Mader G. L. GPS Antenna Calibration at the National Geodetic Survey / G. L. Mader // GPS Solutions, 1999. – Vol. 3, Issue 1. – P. 50–58.
- Mosavi M. Least squares techniques for GPS receivers positioning filter using pseudo-range and carrier phase measurements / M. Mosavi, S. Azarshahi, I. Emamgholipour, A. Abedi // Iranian Journal of electrical and electronic engineering, 2014. – Vol. 10, No. 1. – P. 18–26.
- Petrie E. J. A Review of Higher Order Ionospheric Refraction Effects on Dual Frequency GPS / E. J. Petrie, M. Hernández-Pajares, P. Spalla, Ph. Moore, M. A. King // Surveys in Geophysics, 2011. – Vol. 32, Issue 3. – P. 197–253.
- Rothacher M. Comparison of absolute and relative antenna phase center variations / M. Rothacher // GPS Solutions, 2001. – Vol. 4, Issue 4. – P. 55–60.
- Schmid R. Generation of a consistent absolute phase-center correction model for GPS receiver and satellite antennas / R. Schmid, P. Steigenberger, G. Gendt, M. Ge, M. Rothacher // Journal of Geodesy, 2007. – Vol. 81, Issue 12. – P. 781–798.
- Shaw M. Modernization of the Global Positioning System / M. Shaw, K. Sandhoo, D. Turner // Journal of GPS World, 2000. – Vol. 11, No. 9. – P. 36–44.
- Weiss M. GPS Signal Integrity Dependencies on Atomic Clocks / M. Weiss, P. Shome, R. Beard // 38th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, 2007. – P. 439–448.
- Zhang H. P. Global modeling 2nd-order ionospheric delay and its effects on GNSS precise positioning / H. P. Zhang, H. X. Lv, M. Li, Ch. Shi // Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 2011. – Vol. 54, No. 6. – P. 1059–1067.
- Digital source: <http://rvdi.com/freebies/gpscalendar.html>  
Digital source: <http://sopac.ucsd.edu/dataBrowser.shtml>

Надійшла 28.05.2015 р.