**Б. М. Дівеєв, С. І. Коник** Національний університет "Львівська політехніка", кафедра транспортних технологій

## РОЗРАХУНОК ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ШУМОПОГЛИНАЮЧИХ ШАРУВАТИХ ПЛАСТИН РІЗНОЇ СТРУКТУРИ

## © Дівеєв Б. М., Коник С. І., 2015

Запропоновано нову процедуру для отримання звукоїзолюючих параметрів плит типу "сандвіч" різної структури. Основна перевага цього методу полягає в тому, що він не базується на жорстких припущеннях щодо моделі плити. Для акустичних розрахунків розглядається еквівалентна до сандвіча балка Тимошенка. Ці дослідження застосовуються у аерокосмічній техніці, у машинобудуванні та у будівельній механіці.

Ключові слова: звукоізоляція, плити типу "сандвіч".

The present paper is an attempt at proposing a novel procedure to derive the sound isolation parameters for sandwich plates of different structure. The main advantage of the present method is that it does not rely on strong assumptions about the model of the plate. For acoustic calculations Timoshenko beam equivalent to sandwich is under discussion. This investigation may be applied in space technique, in machine design and in structural mechanic.

## Key words: sound isolation, sandwich plates.

Вступ. Останнім часом широкого застосування набули конструкції з шаруватих композитних матеріалів, які є одними з найуживаніших у сучасному машинобудуванні і, особливо, в транспорті, в авіакосмічній промисловості. Враховуючи їхню легку вагу і високу міцність, вони все більше набувають також застосування в цивільному будівництві, дорожньому транспорті і машинобудуванні. Щоб моделювати композитні шаруваті пластини, важливо мати ефективну загальну теорію, щоб точно оцінити ефекти поперечних зсувних напружень на роботу пластини.

Огляд попередніх досліджень. У [1, 2] наведені огляди різних способів розрахунку тришарових композитних пластин з наповнювачем. Один з можливих алгоритмів розглянутий в роботах [3–6]. У [7, 8] визначені основні акустичні параметри звукозахисних властивостей панелей. Модель балки Тимошенка наведена у [9]. У працях [10–18] розглянуто демпфуючі та звукозахисні властивості шаруватих пластин різної структури.

**Основні співвідношення.** Панель розглядалася як пластина Тимошенка і її параметри визначалися на основі порівняння частот сандвіча (при циліндричному згині пластини) та балки Тимошенка ідентичної товщини і погонної ваги [12,13]. Кінематичні гіпотези для балки Тимошенка мають вигляд:

$$U(x,z,t) = z \gamma(x,t), \quad W(x,z,t) = w(x,t) \quad (1)$$

Рівняння динамічної рівноваги згину балки Тимошенка мають вигляд

$$EI\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} - SG\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \gamma\right) - \rho I\frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} = 0, \quad SG\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) - \rho S\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -q, \quad (2)$$

де нормальне навантаження буде ([10])

$$q = 2(p_i - p_t). \tag{3}$$

Для усталених коливань

$$p_{i} = A_{i}e^{i\omega t}e^{ikx\sin\varphi - ikz\cos\varphi}, \quad p_{t} = A_{t}e^{i\omega t}e^{ikx\sin\varphi - ikz\cos\varphi},$$
$$\gamma = \gamma_{0}e^{i\omega t}e^{ikx\sin\varphi}, \quad w = w_{0}e^{i\omega t}e^{ikx\sin\varphi}, \quad q = q_{0}e^{i\omega t}e^{ikx\sin\varphi} \quad .$$
(4)

Беручи до уваги граничну умову для тиску [10]  $\frac{\partial p_t}{\partial z} = \rho_a \omega^2 w$ , отримуємо систему алгебраїчних рівнянь

$$(-EIk^{2} - SG - \rho I\omega^{2})\gamma_{0} - SGikw_{0} = 0, \quad SGik\gamma_{0} + (-SGk^{2} + \rho S\omega^{2})w_{0} = q_{0} \quad (5)$$
$$q_{0} = 2(A_{i} - A_{t}) - A_{t}ik\cos\phi = \rho_{a}\omega^{2}w_{0}$$

де  $k = \omega / C_v$ ,  $C_v$  — швидкість звуку. Розв'язуючи систему рівнянь, отримуємо

$$A_t = F(\boldsymbol{\omega})A_i \tag{6}$$

Коефіцієнт передачі потужності через перешкоду задається так:  $\tau = \begin{vmatrix} A_t \\ A_i \end{vmatrix}$ , а коефіцієнт

поглинання в децибелах –  $T_L = 10 \log |\tau^{-1}|$ . Звідки

$$T_L = 10 \log \left| \frac{1}{F(\omega)^2} \right|$$
(7)

**Числові приклади.** Розглянемо тришарову балку. Її параметри: довжина L = 0.6 м, товщина наповнювача H = 0.0254 м, товщини лицевих шарів h = 0.003 м; модулі наповнювача  $C_{xx} = C_{zz} = 180$  МПа, G = 35 МПа,  $C_{xz} = 40$  МПа, густина  $\rho = 240$  кг/м<sup>3</sup>); модулі жорстких лицевих шарів  $-C_{xx} = 43$  ГПа;  $C_{xz} = 6$  ГПа; G = 0.6 ГПа,  $\rho = 2000$  кг/м<sup>3</sup>).

Для трансляції тришарової балки до однорідної балки Тимошенка тієї ж товщини і погонної ваги використовуємо такий критерій [3–6]:

$$C = \min \sum_{E_T, G_T} \left| f_S^i - f_T^i(E_T, G_T) \right| \quad \textit{в діапазоні частот} \quad f_k - \frac{\Delta_k}{2} < f < f_k - \frac{\Delta_k}{2} \quad . \tag{8}$$

Тут *E<sub>T</sub>*, *G<sub>T</sub>* – модуль Юнга і модуль зсуву балки Тимошенка. Вони змінюються у деяких інтервалах. На рис. 1 наведений результат зведення сандвіча до балки Тимошенка (карта відхилення (8)).



Рис. 1. Результати трансляції сандвіча до балки Тимошенка, еквіваленті модулі Et,Gt балки: а – один шар покриття, б – два шари покриття, в – чотири шари покриття



Рис. 2. АЧХ сандвіча та АЧХ еквівалентної балки Тимошенка (а); відносне демпфування в сандвічі (один шар покриття) та апроксимація Больцмана (б)



Рис. 3. АЧХ сандвіча та АЧХ еквівалентної балки Тимошенка (а); відносне демпфування в сандвічі (два шари покриття) та апроксимація Больцмана (б)



Рис. 4. АЧХ сандвіча та АЧХ еквівалентної балки Тимошенка (а); відносне демпфування в сандвічі (чотири шари покриття) та апроксимація Больцмана (б)

На рис. 2–4 наведені амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) цих балок, АЧХ еквівалентних їм балок Тимошенка та відносне демпфування в сандвічі. Тут для відносного демпфування знайдені апроксимації Больцмана:

$$y = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp\left(\frac{x - x_0}{dx}\right)}$$
(5)

Визначені параметри еквівалентних балок Тимошенка використані для визначення поглинання звуку у сандвічі. На рис. 5 наведені значення коефіцієнта  $T_L$  для сандвічів з різною кількістю шарів покриття.



Рис. 5. Значення коефіцієнта  $T_L$ для сандвічів з різною кількістю шарів покриття

На рис. 6 наведені карти еквівалентних модулів для тришарової балки з м'якими зовнішніми шарами.



Рис. 6. Результати трансляції сандвіча до балки Тимошенка, еквіваленті модулі Et,Gt балки:  $a - f2 < f < f4; \ 6 - f4 < f < f6; \ 8 - f5 < f5 < f8$ 

На рис. 7 наведені АЧХ тришарової балки з м'якими зовнішніми шарами та еквівалентної їй балки Тимошенка.



Рис. 7. АЧХ для сандвіча з м'якими лицевими шарами та еквівалентної балки Тимошенка

Можна помітити, що в цьому випадку потрібно знаходити еквівалентну балку Тимошенка у кожному частотному діапазоні. На рис. 8 показано коефіцієнт звукових втрат для різних балок: балки з жорстким ядром, балки з матеріалу ядра та балки з матеріалу покриття.



Рис. 8. Коефіцієнт звукових втрат для різних балок: балки з жорстким ядром (1), балки з матеріалу ядра (2) та балки з матеріалу покриття (4)

Погонну вагу цих балок приймали постійною. Тобто, коли питома вага покриття у 10 разів більша, ніж у ядра, то товщину балки з матеріалу покриття задавали у 10 разів меншою.

Висновки. Розглянуті питання уточненого моделювання динаміки шаруватих структур. Уточнені моделі використано для визначення коефіцієнтів звукових втрат тришарових панелей. Для цього застосовано метод еквівалентної балки Тимошенка. Наведені коефіцієнти втрат для балок різної товщини і з різного матеріалу, а також для сандвіча з різною товщиною покриття. Коли для однорідних балок та балки з жорстким ядром коефіцієнти втрат співвимірні, то для сандвіча зі збільшеними товщинами покриття втрати значно зростають.

*1. Heng Hu, Salim Belouettar, Michel Potier-Ferry, El Mostafa Daya. Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites // Composite Structures. – 2008. – Vol. 84. –* 

P. 282–292. 2. Carrera E. Historical review of zig-zag theories for multilayered plates and shells // Appl. P. 287–308. 3. Diveyev B., Crocker M. J. Dynamic properties and Mech. Rev. – 2003. – Vol. 56. – damping prediction for laminated plates // Proc. Int. Conf. on Noise and Vibration Engineering (ISMA-2006), September 18-20, 2006 Katholieke Universiteit Leuven, Belgium. – 2006. – P. 1021–1028. 4. Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N. High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 1. Theoretical approach // Mechanics of Composite Materials. – Vol.44, No.1. – 2008. – P. 25–36. 5. Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N. High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 2. Theoretical-experimental approach // Mechanics of Composite Materials. -Vol.44, No.2. – 2008. – P. 139–144. 6. Divevev B., Butyter I., Shcherbyna N. Combined evolutionary nondeterministic methods for layered plates mechanical properties identification. // Proceeding of 16 International Congress on Sound and Vibration (ICSV-16), July 5–9, 2009, Krakow, Poland. – Paper 785. 7. Thamburaj P. and j. Sun Q. Optimization of anisotropic sandwich beams for higher sound transmission loss. Journal of Sound and Vibration, (2002) 254(1), 23-36. 8. Renji K. Sound transmission loss of unbounded panels in bending vibration considering transverse shear deformation, Journal of Sound and Vibration. 283 (2005) 478–486. 9. Timoshenko S. P. (1922) On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section. Philosophical Magazine 43: 125–131. 10. Бутитер І.Б., Дівеєв Б. М., Когут І. С., Смольський А. Г. Визначення механічних характеристик шаруватих елементів. Автоматизація виробничих процесі у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвідомчий науковотехнічний збірник – Львів, Вид-во "Льввська політехніка" 2011. – № 45. – С.21–27. 11. Дивеев Б., Бутитер И, Щербина Н. Влияние условий зашемления и анизотропии материала на частотный спектр слоистых балок // Механика композитных материалов. – Т. 47, №2. – 2011. – С. 217–234. 12. Дівеєв Б. М., Когут І. С., Бутитер І. Б., Черчик Г. Т. Ідентифікація модулів пружності шаруватих балок на основі уточнених моделей розрахунку та статичних експериментальних досліджень. Фізико-хімічна механіка матеріалів, Т.48, №3, 2012. – С.24–30. 13. Дивеев Б., Бутитер И., Когут И., Щербина Н. Идентификация модулей упругости слоистых балок на основе уточненных моделей расчета и комбинированных экспериментальных исследований // Механика композитных материалов. – Т. 48, №6. – 2012. – С. 1–14. 14. Дівеєв Б. М., Горбай О. З., Когут І. С. Розсіяння енергії у тришарових композитних балках при згині / Збірник наукових праць. Серія машинобудування, будівництво. – Полтава, вип. 2(32), Т.2, 2012, С.17–24. 15. Diveyev Bohdan, Horbay Orest, Pelekh Roman, Smolskyv Andrij. Acoustical and vibration performance of layered beams. 19th International Congress on Sound and Vibration 2012Vilnius, Lithuania, Vol. 2, P. 1491–1498 (Electronic edition). 16. Дівеєв Б. М., Коник І. В., Пелех Р. Я., Пелех Я. М. Розрахунок та оптимізація шумопоглинаючих шаруватих пластин з додатковими масами. Наукові нотатки // Міжвузівський збірник (за галузями знань "Машинобудування та металообробка", " Інженерна механіка", "Металургія та матеріалознавство", вип. 41, част. 3, (04-06.2013 р.). – Луцьк. – С. 81–88. 17. Дивеев Б. М., Пелех Я. М., Тарасюк У. И., Николишин М. М. Демпфирующие и звукоизоляционные свойства слоистых панелей // Вібрації в техніці і технологіях, 2014, №3(75). – С.71–76. 18. Дівеєв Б. М., Мартин В.Є. Визначення механічних характеристик матеріалу вібропоглинаючого покриття // Щорічний науково-виробничий журнал Проектування, виробниитво та експлуатація автотранспортних засобів та поїздів. – № 22. – 2014. – С. 53–59.