

## ОЦІНКА СПЕКТРАЛЬНОЇ ГУСТИНИ ПОТУЖНОСТІ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ПЕРІОДОГРАМИ УЕЛЧА ДЛЯ КОГНІТИВНОГО РАДІО

© Кирик М. І., Янишин В. Б., Колодій Р. С., 2015

Розглянуто методи сканування спектра для когнітивного радіо: оригінальний метод періодограми та метод періодограми Уелча як методи для виявлення енергії сигналу первинного користувача когнітивного радіо. Проведено докладний теоретичний аналіз кожного етапу роботи детектора енергії на базі періодограми Уелча. На основі цих даних створено імітаційну модель системи виявлення енергії для оцінки спектральної густини потужності під час роботи в каналі із сумішшю адитивного білого гауссівського шуму і QPSK маніпульованого сигналу. Проведено дослідження з різними вхідними параметрами: відношення сигнал-шум, кількістю елементів ШПФ та довжиною блоків для випадків з перекриттям і без перекриття сегментів.

**Ключові слова:** когнітивне радіо, сканування спектра, виявлення енергії, спектральна густина потужності, періодограма Уелча.

M. I. Kyryk, V. B. Yanyshyn, R.S. Kolodiy  
Lviv Polytechnic National University

## POWER SPECTRAL DENSITY EVALUATION BASED ON WELCH'S PERIODOGRAM FOR COGNITIVE RADIO

© Kyryk M. I., Yanyshyn V. B., Kolodiy R. S., 2015

In this paper considered spectrum sensing methods for cognitive radio that based on energy detection. The periodogram method is a DFT based method to estimate power spectral density (PSD). The name of the periodogram comes from the fact that it was first used in determining possible hidden periodicities in time series. The analysis of statistical properties of the periodogram shows its poor quality as an estimator of the PSD. The bias and variance are often used as measures to characterize the performance of an estimator. The two effects caused by the bias of the estimate are smearing and leakage. The main limitations of the periodogram method yield from the variance. The periodogram is an inconsistent spectral estimator which means that it continues to fluctuate around the true PSD with a nonzero variance. This effect cannot be eliminated even if the length of the processed sample N increases without a bound. The idea of the Welch's periodogram is to divide the data sequence into segments in order to reduce the large fluctuations of the periodogram. In the Welch's method these data segments are also allowed to overlap, which is a feature that distinguishes it from some other modified periodograms. The simulation model works according to the following scheme. The primary user sends quadrature phase shift keying (QPSK) symbols on a 1 MHz frequency channel with the carrier frequency of 4 MHz over a complex additive white Gaussian noise (AWGN) channel. Symbols are sent at the symbol rate of 500 ksymbols/s. First, the noise has been added to the RF input signal. Then received signal has been downconverted to baseband. The Welch's periodogram alerts when received signal energy exceeds the detection threshold. The simulations show that Welch's periodogram signal detection method operates well for narrowband signals. Simulations confirm that Welch's periodogram

enhances the performance of the periodogram method. The main limitations of the periodogram method yield from the variance. The periodogram is an inconsistent spectral estimator which means that it continues to fluctuate around the true PSD with a nonzero variance. This effect cannot be eliminated even if the length of the processed sample increases without a bound. Furthermore, the fact that the periodogram values are uncorrelated for large number of the processed samples makes the periodogram exhibit an erratic behavior.

**Key words:** cognitive radio, spectrum sensing, energy detection, power spectral density, Welch's periodogram.

### Вступ

Основною вимогою під час розроблення когнітивного радіо є висока чутливість та можливість отримати відомості про зміни в навколошньому радіосередовищі, що робить сканування спектра важливою вимогою для реалізації мереж на основі когнітивного радіо. Сканування спектра допомагає користувачам адаптуватися до навколошнього середовища, виявивши мертві зони спектра, не створюючи перешкод у первинній мережі. Цього можна досягти створенням можливості виявлення слабкі сигнали первинних користувачів у широкому діапазоні спектра, за допомогою широкосмугової чутливості в реальному часі. Як правило, методи сканування спектра потребують здатності виявляти первинного передавача. Виявлення передавача основане на виявленні слабкого сигналу від первинного передавача через локальний огляд користувачів когнітивного радіо. Зазвичай використовуються три схеми для виявлення передавача: виявлення за допомогою узгодженого фільтра, виявлення енергії та виявлення за допомогою функції [1].

- Виявлення за допомогою узгодженого фільтра: коли інформація про сигнал первинного користувача відома користувачеві когнітивного радіо, оптимальним детектором є узгоджений фільтром у стаціонарному гауссівському шумі. Однак узгоджений фільтр вимагає апріорного знання про характеристики сигналу первинного користувача.
- Виявлення енергії: якщо приймач не може зібрати достатньо інформації про сигнал первинного користувача, оптимальний детектор – детектор енергії. Проте ефективність детектора енергії чутлива до невизначеності потужності шуму. Крім того, детектор енергії часто генерує помилкову тривогу, спричинену ненавмисними сигналами, тому що він не може розрізняти тип сигналу.
- Виявлення за допомогою функції: загалом модульовані сигнали характеризуються вбудованою періодичністю або циклічною стаціонарністю. Цю функцію можна виявити аналізом спектральної функції кореляції. Основною перевагою функції виявлення є стійкість до невизначеності в потужності шуму. Однак такий метод передбачає складні обчислювання і потребує значно більшого проміжку часу для спостереження [2].

### Виявлення енергії

Якщо вторинний приймач не може зібрати достатньо інформації про сигнал первинного приймача, оптимальним детектором для такого випадку є метод виявлення енергії [3]. Це поширеніший метод для виявлення невідомих сигналів, оснований на вимірюванні енергії в прийнятому сигналі протягом певного часу спостереження [4]. Блок-схему детектора енергії показано на рис. 1.

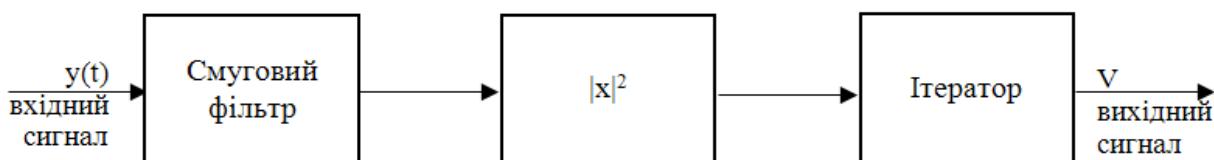


Рис. 1. Блок-схема виявлення енергії

Спочатку вхідний сигнал  $y(t)$  фільтрують за допомогою смугового фільтра з метою обмеження шуму і вибору потрібної смуги пропускання. Шум на виході фільтра має обмежену за смugoю спектральну густину. Далі в детекторі енергії є пристрій піднесення до квадрата, що завершується часовим інтегратором. Вихідний сигнал  $V$  від інтегратора розраховується як [4]:

$$V = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t |y(r)|^2 dr \quad (1)$$

На завершення цей вихідний сигнал  $V$  порівнюють з пороговим  $\eta$  для того, щоб вирішити, чи наявний сигнал первинного користувача, чи ні. Поріг  $\eta$  встановлюється відповідно до статистичних властивостей вихідного сигналу  $V$ , коли є тільки шум. Детектор енергії також часто згадується як квадратичний детектор [5]. Запропоновано два методи виявлення енергії, основані на дискретному перетворенні Фур'є – оригінальний метод періодограми та метод періодограми Уелча.

### **Метод виявлення енергії на основі періодограми**

Метод періодограми – це метод виявлення енергії на основі ДПФ для оцінки спектральної густини потужності. Назва методу періодограми походить з того, що він був вперше використаний для визначення можливих прихованих періодичностей у часових рядах. Спектральну оцінку періодограми можна виконати як [6]:

$$f_r(w) = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=1}^N y(t) e^{-iwt} \right|^2 \quad (2)$$

Аналіз статистичних властивостей періодограми показує низьку якість методу для оцінки спектральної густини потужності. Зсув і дисперсію спектральної густини потужності часто використовують як заходи для характеристики оцінки якості продуктивності. Ще два ефекти, спричинені зсувом, виникають під час оцінки, це розмиття і витікання спектральної густини потужності. Розмиття при оцінці спектра встановлює межу точності методу. Витікання, з іншого боку, передає потужність від смуг частот, які концентрують більшу частину потужності в сигналі, до смуг, які містять менше чи зовсім не містять потужності. Зважати на ефекти розмиття і витікання особливо важливо для спектрів з великими діапазонами амплітуди. Однак зсув не є головним обмеженням для спектральної оцінки, оскільки в таких випадках його можна усунути збільшенням довжини оброблення елемента  $N$  [6].

Основні обмеження методу періодограми виникають через дисперсію. Періодограма – це суперечливий метод для спектральної оцінки через те, що оцінка продовжує коливатися навколо істинного значення спектральної густини потужності для нульової дисперсії. Цього ефекту неможливо позбутись, навіть якщо довжина елементів обробки  $N$  збільшується до безмежної. Крім того, оскільки оцінка за методом періодограми не корелюється, за великих значень  $N$  періодограма проявлятиме нестійку поведінку.

### **Періодограма Уелча**

Метод періодограми Уелча є одним з декількох модифікованих методів на основі періодограми, які намагаються поліпшити його статистичні властивості. Метод періодограми Уелча, як і інші модифіковані методи періодограми, зменшує дисперсію оцінюваного спектра за рахунок збільшення зсуву, а отже, і за рахунок зменшення точності [6]. Ідея періодограми Уелча полягає в розділенні послідовності даних на сегменти для того, щоб зменшити високі коливання періодограми. У методі Уелча ці сегменти даних можуть перекриватися, що є особливістю цього методу, яка відрізняє його від деяких інших модифікованих періодограм (наприклад, методу Бартлетт або методу Блекман–Тьюки) [6].

Блок-схему детектора енергії з використанням періодограми Уелча показано на рис. 2. Спочатку послідовність входних даних проходить фільтрацію і аналогово-цифрове перетворення. Після цього послідовність даних розділяється на M сегментів. Далі проводиться усереднення кожного сегменту. Довжина кожного сегмента даних  $N_{DS}$ , що відповідає довжині елементів ШПФ, без використання вставлення нулів. Якщо використовується вставлення нулів і нулі вставлені в кінці сегмента для спектральної інтерполяції, довжина елементів ШПФ дорівнює довжині сегмента даних  $N_{DS}$ , доданої до кількості вставлених нулів. Сегменти можуть перекривати один на одного на K елементів. ШПФ виконується для кожного сегмента, і після цього елементи сегмента підносяться до квадрата. Усереднення проводиться по всіх сегментах. Нарешті, вихідні значення в потрібній смузі частот порівнюються з пороговим і приймається рішення про наявність сигналу чи його відсутність.

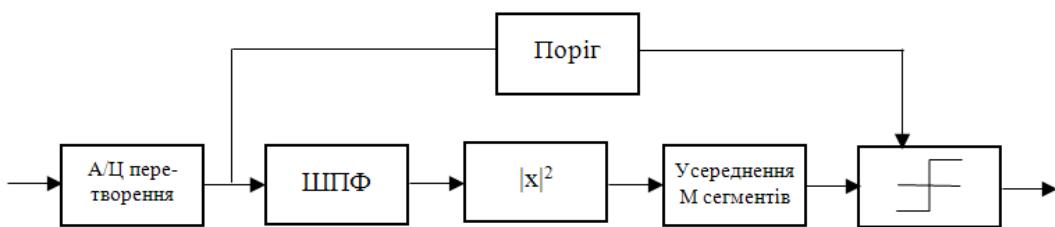


Рис. 2. Реалізація детектора енергії з використанням періодограми Уелча

Для того, щоб отримати майже максимальне зниження дисперсії з фіксованою довжиною вхідної послідовності, рекомендоване значення для  $K = N_{DS} / 2$  [7]. Якщо розмір елементів ШПФ збільшується, підвищується точність за частотою, яка допомагає виявити вузькосмуговий сигнал. Зсув у разі оцінки методом періодограми в Уелча, як і за оригінальним методом періодограми, можна зменшити, збільшивши довжину вхідної послідовності [6]. А порівняно з оригінальною періодограмою використання періодограми Уелча для оцінки зменшує дисперсію.

### Імітаційна модель

Для проведення теоретичної оцінки спектральної густини потужності, а також експериментів за допомогою математичного моделювання вибрана імітаційна модель, представлена на рис. 3. Модель працює за такою схемою: основний користувач посилає сигнал з квадратурною фазовою маніпуляцією (QPSK) символів на частотному каналі 1 МГц і з несучою частотою 4 МГц через канал з комплексним адитивним білим гауссівським шумом. Спочатку шум додається до вхідного ВЧ сигналу. Потім отриманий сигнал конвертується з пониженням частоти. Для виявлення наявності сигналу використовується метод періодограми Уелча. Періодограма Уелча попереджає, коли зібрана енергія сигналу перевищить поріг для виявлення сигналу. Кількість частотних відрізків, що містяться близько області нульової частоти, позначається L. Вхідний сигнал поділяється на сегменти в часовій області, і кількість сегментів позначається M.

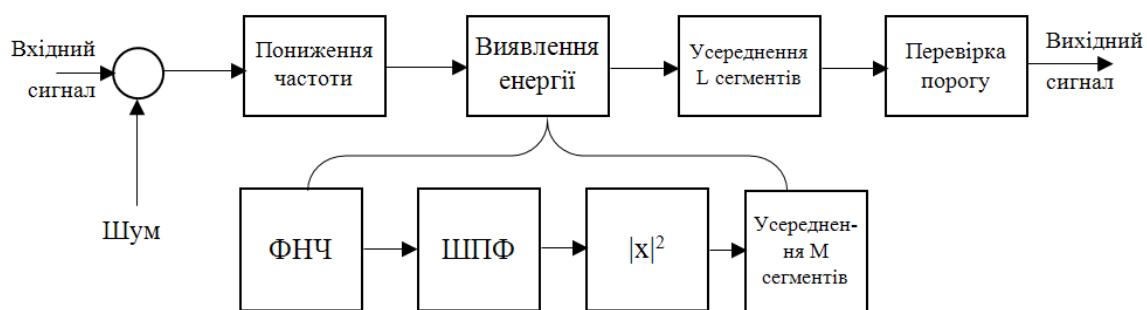


Рис. 3. Імітаційна модель

Потужність сигналу визначено для смуги пропускання  $B = 10$  МГц [8]:

$$P_s = g(0) = E(S_t S_t^*) = 10.$$

Якщо використовується те саме визначення, що і для потужності сигналу [8], потужність шуму становить  $P_N = 1$ . Отже, вимірюний сигнал-шум для смуги пропускання  $B = 10$  МГц дорівнюватиме С/Ш = 10 дБ. Відношення сигнал-шум вимірюється за ширину смуги одного символу, отже, може бути розраховане як [9]:

$$E / N_0 = (B / R_s) \cdot (S / N) = 200 \sim 23 \text{ дБ.} \quad (3)$$

Це значення відповідає середньому значенню спектральної густини потужності у смузі 1 МГц з центральною частотою 4 МГц. Проте точність значення можна підтвердити за допомогою співвідношення Парсеваля [9]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |x[n]|^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2 \quad \text{коли} \\ X[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp(-j2\pi(k/N)n), k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (4)$$

Вхідний сигнал з шумом конвертується з пониженням частоти, після чого сигнал надходить на детектор енергії періодограми Уелча. На першому етапі періодограми проводиться фільтрація нижніх частот сигналу. Для цього використовується еліптичний цифровий фільтр 8-го порядку з мінімальним загасанням в смузі затримки 20 дБ з частотою зрізу 1 МГц. Після фільтрації виконується швидке перетворення Фур'є і піднесення сигналу до квадрата. Кількість елементів швидкого перетворення Фур'є дорівнює 1024. Вхідна послідовність розділяється на всім сегментів і далі виконується усереднення над кожним з цих сегментів. Розділення на сегменти виконують за допомогою прямокутного вікна (рамки). Вікна можуть перекриватися. Вихідний сигнал з детектора енергії порівнюється з порогом, для визначення наявності сигналу. Порівняння здійснено для середнього значення кожного сегмента, отриманого за ширини каналу 1 МГц.

Теоретична спектральна густина потужності показана на рис. 4 для сигналу і для суміші сигналу з шумом. Змодельовану криву спектральної густини потужності отримано за допомогою періодограми Уелча. Тепер можна побачити, що пік спектра відповідає імпульсу енергії QPSK. Форма спектра являє собою  $\text{sinc}^2$ , і це результат використання прямокутного імпульсу.

На високих частотах можна помітити згладжування спектра під час порівняння теоретичної та змодельованої кривих – змодельована крива є вищою. Згладжування є результатом того, що модельований сигнал дискретний у часі, а спектр сигналу є періодичним, але під час аналізу сигнал є безперервним в часі, а його спектр неперіодичним. Згладжування спектрів неможливо усунути повністю за допомогою функції управління вікнами, отримавши результати згладжування від прямокутної форми символу в сигналі. Змінюючи форму, імпульс згладжування буде зменшуватися.

Змодельований спектр завжди містить шум через використання періодограми Уелча, поки сигнал є випадковим, і його випадковість є наслідком при оцінці спектра. Випадковість можна зменшити за рахунок збільшення кількості сегментів. Рівень шуму залежить від таких причин: 1) початкова точка ШПФ-вікна випадково порівнюється з символом початкової точкою; 2) послідовність символів у вікні ШПФ є випадковою. Різниця зменшується, коли кількість сегментів  $K$  збільшується. Перекриття сегмента зменшує дисперсію, але аналіз стає складнішим, оскільки частини шуму частково ідентичні у різних сегментах, у результаті чого виникає кореляція шуму в різних сегментах.

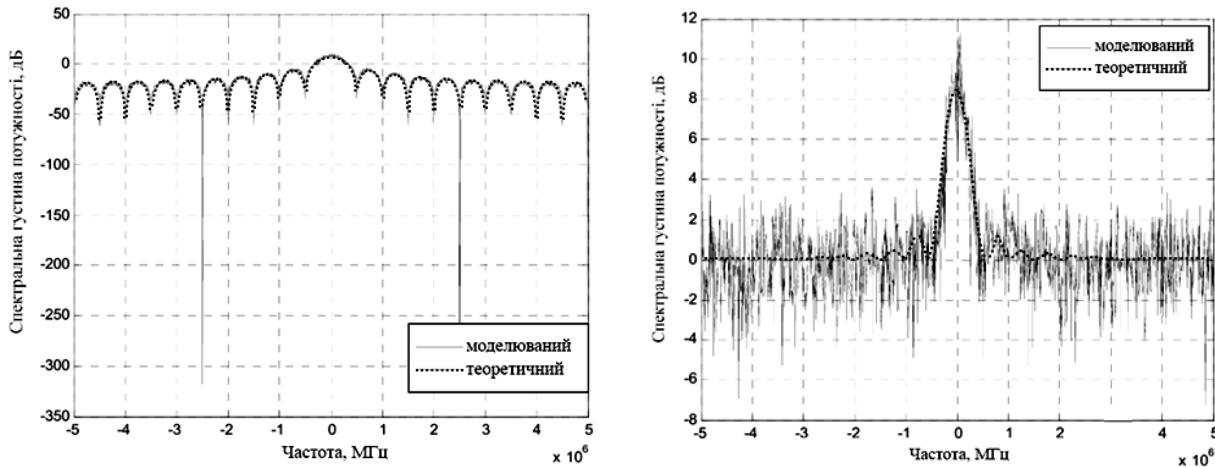


Рис. 4. Спектральна густина потужності для сигналу і сигналу + шум

### Результати моделювання

Використовуючи комп’ютерне моделювання випадкового процесу за допомогою методу Монте-Карло, проаналізовано періодограму Уелча в частотній області. Кожен сценарій моделювання повторюється  $10^5$  разів. Комплекс адитивного білого гауссівського шуму в каналі й QPSK маніпульовані сигнали використовуються під час моделювання. Для відношення С/Ш = E/N<sub>0</sub> взято значення -10, -5 і 2 дБ. Кількість елементів ШПФ N<sub>FFT</sub> 512 або 1024, що відповідає довжині сегмента і прямокутного вікна. Якщо не використовується перекриття, блок довжиною N<sub>b</sub> дорівнює 205 і 410 символів для ШПФ розміром 512 і 1024, відповідно. А у разі використання перекриття N<sub>b</sub> відповідно становить 116 або 231. Для аналізу та моделювання використовувалося T = 20. На рис. 5–7 подано теоретичні й змодельовані криві робочих характеристик приймача для періодограми Уелча. Теоретична крива робочої характеристики приймача обчислена за допомогою рівнянь [9]:

$$P_f = P\{Y > I \mid H_0\} = \frac{\Gamma\left(LM, \frac{I}{2S^2}\right)}{\Gamma(LM)} \quad (5)$$

$$P_d = P\{Y > I \mid H_1\} = Q_m\left(\sqrt{\frac{LMA^2T}{S^2}}, \sqrt{\frac{I}{S^2}}\right) \quad (6)$$

де H<sub>1</sub> і H<sub>0</sub> – гіпотези про наявність та відсутність сигналу відповідно; Г(х) – неповна і повна гамма-функції; σ – дисперсія шуму; λ – поріг вибору; Q<sub>m</sub>(x) – Q-функція Маркума; A – амплітуда сигналу.

На рис. 5, а зображені теоретичні та змодельовані криві робочих характеристик приймача для одного сегмента і восьми сегментів у разі виявлення одного QPSK-сигналу, відношення сигнал-шум дорівнює -10 дБ, N<sub>FFT</sub> = 1024. У цьому випадку кількість частотних відліків, зосереджених біля нульової частоти, L = 10. Порівнююмо два випадки. У першому випадку використовуємо тільки один сегмент, який відповідає періодограмі. У другому випадку використовуємо вісім сегментів, що не перекриваються. Видно, що продуктивність вища, якщо використано вісім сегментів, що не перекривають один одного. На рис. 5, а також показано виявлення сигналу QPSK, коли відношення С/Ш = -10 дБ і N<sub>FFT</sub> = 1024. У цьому випадку кількість частотних відліків, зосереджених біля нульової частоти, L = 1. Тепер можна побачити, що продуктивність гірша, ніж у випадку, коли L = 10. На рис. 5, б використовується N<sub>FFT</sub> = 512. Порівнюючи рис. 5, а, та б, можна помітити, що довжина ШПФ не впливає на продуктивність.

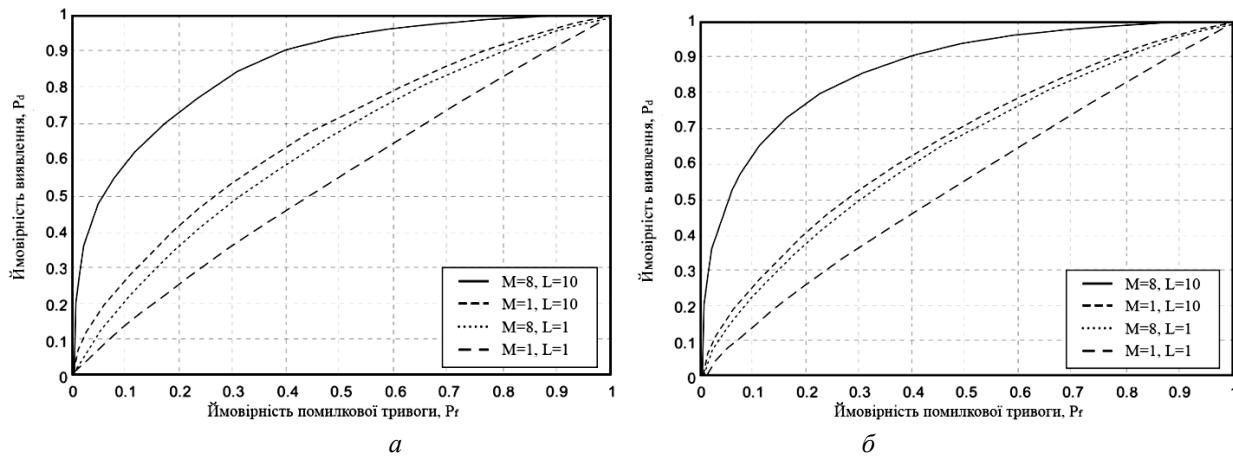


Рис. 5. Робоча характеристика приймача для  $C/I = -10 \text{ dB}$ : а –  $N_{FFT} = 1024$ ; б –  $N_{FFT} = 512$

На рис. 6, а представлений випадок перекриття для восьми сегментів і довжини пакета  $N_p = 231$  елементи. У випадку сегментів, що не перекриваються,  $N_p = 410$  елементів. Сегменти перекривають один на одного на половині елементів  $N_{FFT}$ . Можна помітити, що з використанням перекриття продуктивність майже така сама, як і без перекриття, але тепер довжина пакета може бути значно меншою.

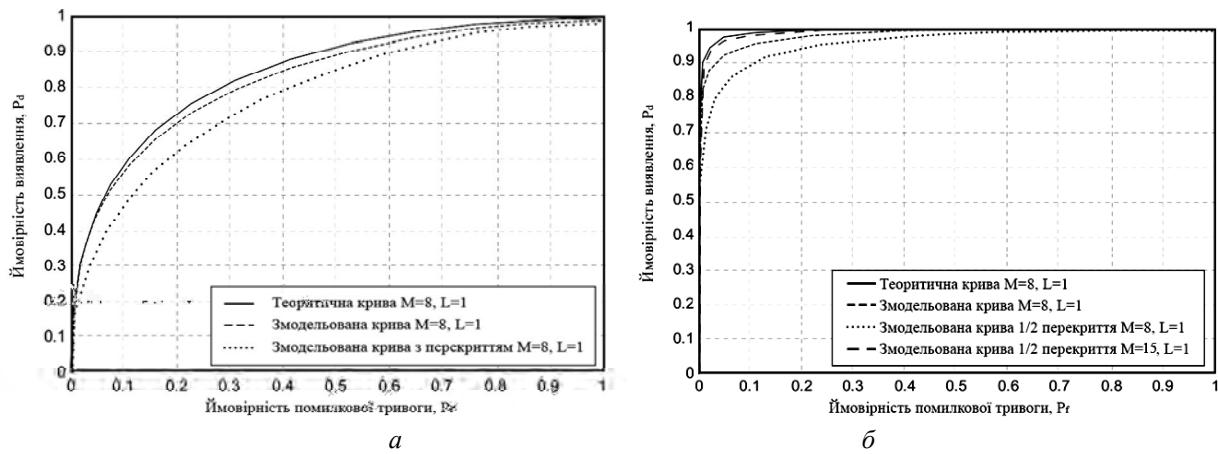


Рис.6. Робоча характеристика приймача з варіантами використання перекриття:  
а –  $N_{FFT} = 1024$ ,  $C/I = -5 \text{ dB}$ ; б –  $N_{FFT} = 1024$ ,  $C/I = 2 \text{ dB}$

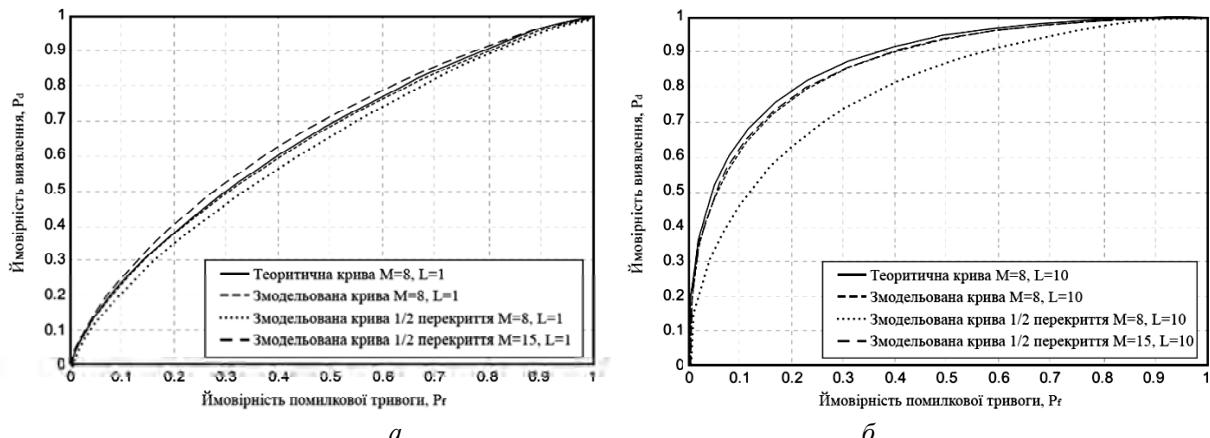


Рис. 7. Робоча характеристика приймача:  
а –  $N_{FFT} = 512$ ,  $C/I = -10 \text{ dB}$ ; б –  $N_{FFT} = 512$ ,  $C/I = 0 \text{ dB}$

На рис. 6, б зображені робочі характеристики приймача, коли  $N_{FFT} = 1024$ , С/Ш = 2 дБ,  $L = 1$ , і в разі перекриття  $M = 8$  або 15. Також моделюється випадок, коли  $M = 15$  і  $N_p = 205$ , тобто довжина пакета для випадку, коли не використовуємо перекриття. Порівнюючи випадок з перекриттям із 15 сегментів та випадок без перекриття з восьми сегментів, чітко бачимо поліпшення продуктивності в останньому випадку. Рис. 7, а, б відображає випадки перекриття і без перекриття, коли  $N_{FFT} = 512$ , С/Ш = -10 дБ,  $L = 1$  або 10, і в разі перекриття  $M = 8$  або 15. Якщо  $L = 1$ , можна бачити, що продуктивність гірша, ніж у випадку, коли  $L = 10$ . Крім того, розрахунки показують, чого можна досягти за невеликого приросту продуктивності за допомогою перекриття порівняно з випадком без перекриття. Однак навіть з усередненням і перекриттям ймовірність виявлення мала з низькою ймовірністю помилкової тривоги.

### Висновки

Розглядаючи методи сканування спектра за допомогою оригінального методу періодограми та періодограми Уелча як методів для виявлення енергії сигналу первинного користувача в когнітивних радіомережах, проведено попереднє загальне теоретичне й експериментальне дослідження методу виявлення енергії за допомогою періодограми Уелча. Основні обмеження точності виявлення оригінального методу періодограми виникають через дисперсію. Та використовуючи модифікований метод періодограми Уелча, можна зменшити дисперсію оцінюваного спектра за рахунок збільшення зсуву елементів періодограми. Створено імітаційну модель роботи каналу з адитивним гауссівським шумом для когнітивного радіо із детектором енергії на основі методу періодограми Уелча. Проведено експерименти для суміші адитивного білого гауссівського шуму і QPSK маніпульованого сигналу для відношення сигнал-шум -10, -5 і 2 дБ, з різною кількістю елементів ШПФ та довжиною блоків для випадків з перекриттям і без перекриття сегментів. Моделювання показало, що цей метод виявлення сигналу добре працює для вузькосмугових сигналів. Результати моделювання підтвердили, що періодограма Уелча підвищує продуктивність сканування спектра.

1. Akyildiz I. F., Lee W.-Y., Vuran M. C., Shantidev M. A Survey on Spectrum Management in Cognitive Radio Networks // IEEE Communications Magazine, vol. 46, April 2008.
2. Tevfik Y., Huseyin A. A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications // IEEE Communications Surveys & Tutorials, Volume 11, Issue 1, 2009.
3. Sahai A., Hoven N. and Tandra R. Some fundamental limits on cognitive radio // in Proceedings of Allerton Conference, September–October 2004.
4. Urkowitz H. Energy detection of unknown deterministic signals // Proceedings of IEEE, vol. 55, April 1967.
5. Lehtomäki J. Analysis of Energy Based Signal Detection, Ph. D. dissertation, University of Oulu, 2005.
6. Stoica P. and Moses R. L. Introduction to Spectral Analysis. – New Jersey, Prentice Hall, 1997.
7. Welch P. D. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms // IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, vol. au-23, pp. 70–73, June 1967.
8. Proakis J. G. and Manolakis D. G. Introduction to Signal Processing // Macmillan, 1988.
9. Huynh M., Mustonen M., Sarvanko H., Hekkala A. Cognitive radio: An intelligent wireless communication system // Research report NO VTT-R-02219-08, 2008.