

ДК 621.315

В. М. Фітьо

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра фотоніки**ВПЛИВ ТОВЩИНИ ФАЗОВОЇ ГОЛОГРАМИ НА ЇЇ ПАРАМЕТРИ**

© Фітьо В.М., 2003

V. M. Fityo

**INFLUENCE OF PHASE HOLOGRAM THICKNESS ON  
THE HOLOGRAM PARAMETERS**

© Fityo V.M., 2003

На підставі рівнянь зв'язаних хвиль, що описують дифракцію світла на періодичних непоглинаючих структурах (фазових голограмах), знайдено умови, за яких її можна вважати тонкою. Голограма буде тонкою, поки дифракційна ефективність мінус першого порядку дифракції зростає із збільшенням товщини голограми при достатньо малій модуляції показника заломлення. Отримано умови, при яких голограму можливо описати двоххвильовим наближенням. Ці умови ґрунтуються на залежності дифракційної ефективності в мінус перший порядок дифракції від товщини голограми і від змінної складової показника заломлення при виконанні умов Бреґга між недифрагованим пучком і дифрагованим пучком у перший порядок. Чисельними розрахунками показано, що для проміжних голограм по товщині при нормальному падінні пучка на голограму можна отримати дифракційну ефективність, близьку до 50 % для першого і мінус першого порядків дифракції.

The conditions at which a structure can be considered as a thin one were obtained by coupled wave equations which describe light diffraction on periodical non-absorbing structures (phase holograms). Hologram will be thin as long as diffraction efficiency of the negative first order of diffraction increases with hologram thickness increase at sufficiently small modulation of refraction index. Conditions at which hologram can be described by double-wave approximation are obtained. These conditions are based on dependence of diffraction efficiency in the negative first order of diffraction on hologram thickness and on variable component of refraction index at satisfaction of Bragg law between the non-diffracted beam and the beam diffracted into the first order. Numerical calculation show that diffraction efficiency of 50 % for the first and minus first orders of diffraction can be obtained for medium thickness holograms when the beam comes normally to the hologram.

**Вступ.** Поширення електромагнітних хвиль у періодичному середовищі вивчається близько сто років. Перші наукові праці присвячені дифракції рентгенівських променів на кристалах [1]. Останнім часом продовжуються інтенсивні дослідження по цій проблемі, які в основному стосуються фазових голограм з точки зору розробки голографічного пристрою пам'яті [2, 3] на фотополімерних матеріалах [4] і до розробки пристроїв з періодичними структурами на основі фотонних кристалів [5, 6]. Фотонні кристали характеризуються значним коефіцієнтом модуляції діелектричної сталості [7, 8]. Фазові голограми, отримані на

фотополімерних композиціях, характеризуються значною товщиною придифракційної ефективності близько 100 % [2] з коефіцієнтом модуляції показника заломлення менше ніж 0.02 [4]; тобто для таких голограм можна використати параболічне наближення [9]. Для фазових голограм встановлено критерії, при яких її можна вважати товстою [10, 11], наприклад, за допомогою так званого параметра Klein-Cook  $Q$  [11] або параметра  $N$  [9], які між собою зв'язані простим виразом [12]. Якщо  $Q > 10$  ( $N > 1$ ), то голограма вважається товстою. Коли ж  $Q \ll 10$  ( $N \ll 1$ ), то голограму вважають тонкою. Як бачимо критерій, чи голограма тонка, досить не визначений. Для оцінки можливості застосування двохвильового наближення для фазових голограм використовують параметр  $\rho$  [10, 13]. У літературі присутній деякий різнобій в оцінці граничного значення цього параметра, при якому ще можна використати двохвильове наближення. Так в [10] стверджується, якщо  $\rho > 10$ , то можна скористатись двохвильовим наближенням, у той же час в [13] вимагається, щоб  $\rho$  було суттєво більше 10. Тому метою роботи є встановлення критерію, при якому голограму можна вважати тонкою, умов застосування двохвильового наближення для розрахунку фазових голограм, а також вивчення впливу товщини голограми на її характеристики.

**Рівняння зв'язаних хвиль та встановлення критеріїв застосування двохвильового наближення; тонка голограма.** Для встановлення критеріїв скористаємось рівняннями зв'язаних хвиль ТЕ-поляризації, що описують дифракцію світла на періодичних структурах в параболічному наближенні [14, 15]. Додатково задамо, що плоска хвиля падає так на голограму, що вектор напруженості магнітного поля лежить в одній площині з вектором оберненої ґратки [14], тобто вектор напруженості електричного поля оптичної хвилі перпендикулярний до спільної площини падіння та дифракції. Критерій, за яких умов можна користатись двохвильовим наближенням для розрахунку голограм, можна отримати при чотирехвильовому наближенні. Отже, рівняння, які ми використаємо для знаходження критеріїв у випадку прямої ґратки ( $K_z = 0$ ), мають такий вигляд [15]:

$$\begin{aligned} \frac{dA_{-1}}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_{-1})\cos(\theta_0)}} A_0 \exp(-j\Delta_{-1,0}z) &= 0, \\ \frac{dA_0}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos\theta_0\cos\theta_{-1}}} A_{-1} \exp(j\Delta_{0,-1}z) + ja \frac{1}{\sqrt{\cos\theta_0\cos\theta_1}} A_1 \exp(-j\Delta_{0,1}z) &= 0, \\ \frac{dA_1}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos\theta_1\cos\theta_0}} A_0 \exp(j\Delta_{1,0}z) + ja \frac{1}{\sqrt{\cos\theta_1\cos\theta_2}} A_2 \exp(-j\Delta_{1,2}z) &= 0, \\ \frac{dA_2}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos\theta_2\cos\theta_1}} A_1 \exp(j\Delta_{2,1}z) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $A_i(z)$  – повільно-змінні амплітуди плоских хвиль, на які розкладається електричне поле всередині ґратки,  $a = \frac{\pi n_1}{\lambda}$ ,  $n_1$  – амплітуда змінної складової показника заломлення періодичного середовища,  $\theta_i$  – кут, під яким поширюється дифрагована хвиля в періодичному середовищі,

$$\Delta_{i,i+1} = -k_{i,z} + k_{i+1,z}, \quad \Delta_{i,i-1} = k_{i,z} - k_{i-1,z}, \quad (2)$$

де  $\Delta_{i,i\pm 1}$  – різниця проекцій хвильових векторів на вісь  $z$  сусідніх дифрагованих хвиль,

$$k_{i,z} = |\mathbf{k}_i| \cos \theta_i = k \cos \theta_i = \frac{2\pi n_0}{\lambda} \cos \theta_i - \text{проекція хвильового вектора на вісь } z, \quad n_0 - \text{постійна}$$

складова показника заломлення періодичного середовища.

Напруженість електричного поля в періодичному середовищі виражають так [14, 15]:

$$E(x, z) = \sum_i A_i(z) \frac{\exp[-j(k_{i,x}x + k_{i,z}z)]}{\sqrt{\cos \theta_i}}, \quad (3)$$

де  $k_{i,x} = k \sin \theta_i$  – проекція хвильового вектора дифрагованої плоскої хвилі на вісь  $x$ .

Зв'язок між проекціями хвильових векторів на вісь  $x$  визначається такою формулою [15]:

$$K_x + k_{i,x} = k_{i-1,x} \quad (4)$$

У нашому випадку для прямої ґратки  $K_x = K = |\mathbf{K}|$ . Використовуючи вираз (4) та враховуючи, що  $\theta_0$  визначається кутом падіння плоскої хвилі на періодичну структуру, можна розрахувати всі  $\theta_i$ ,  $k_{i,x}$ ,  $k_{i,z} = \sqrt{k^2 - k_{i,x}^2}$ , і таким способом визначити всі константи системи рівнянь (1). На рис. 1 показано схематично періодичне середовище і хвильові вектори дифрагованих хвиль при чотирихвильовому наближенні. Період ґратки визначається умовами запису за таким співвідношенням:

$$\Lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}, \quad (5)$$

де  $\varphi$  – половина кута між пучками при запису голограми на фоточутливому середовищі.

Проаналізуємо систему рівнянь (1) при виконанні умов Бреґга для дифракції в перший порядок, тобто  $\theta_0 = -\theta_1 = \theta_B$  з такими початковими умовами:  $A_0(0) = 1$ ,  $A_{i \neq 0}(0) = 0$ . При виконанні умов Бреґга зразу впливає з виразів (2,4), що  $\Delta_{1,0} = \Delta_{0,1} = 0$ , а  $\Delta_{-1,0}$  після простих перетворень буде мати вигляд

$$\Delta_{-1,0} = \frac{8 \sin^2 \theta_B}{\sqrt{1 - 9 \sin^2 \theta_B} + \sqrt{1 - \sin^2 \theta_B}} k \quad (6)$$

При дуже малому значенні  $n_1$ , коли на товщині голограми  $d$  зміною амплітуди  $A_0(z)$  можна знехтувати, перше рівняння системи (1) можна записати так:

$$\frac{dA_{-1}}{dz} \approx -ja \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_{-1})\cos(\theta_0)}} \exp(-j\Delta_{-1,0}z) \quad (7)$$

Отже, розв'язавши це диференціальне рівняння, амплітуду  $A_{-1}(d)$  наближено можна зобразити так:

$$A_{-1}(d) \approx \frac{a}{\Delta_{-1,0} \sqrt{\cos(\theta_{-1})\cos(\theta_0)}} [\exp(-j\Delta_{-1,0}d) - 1] \quad (8)$$

З формули (8) випливає, що максимальне значення  $|A_{-1}(d)|$  будемо мати за умови  $\Delta_{-1,0}d = \pm\pi$ , тобто коли  $d = \left| \frac{\pi}{\Delta_{-1,0}} \right|$ . При подальшому збільшенні товщини голограми  $|A_{-1}(d)|$  буде зменшуватися до нуля, потім знову зростатиме, зменшуватиметься і так далі.

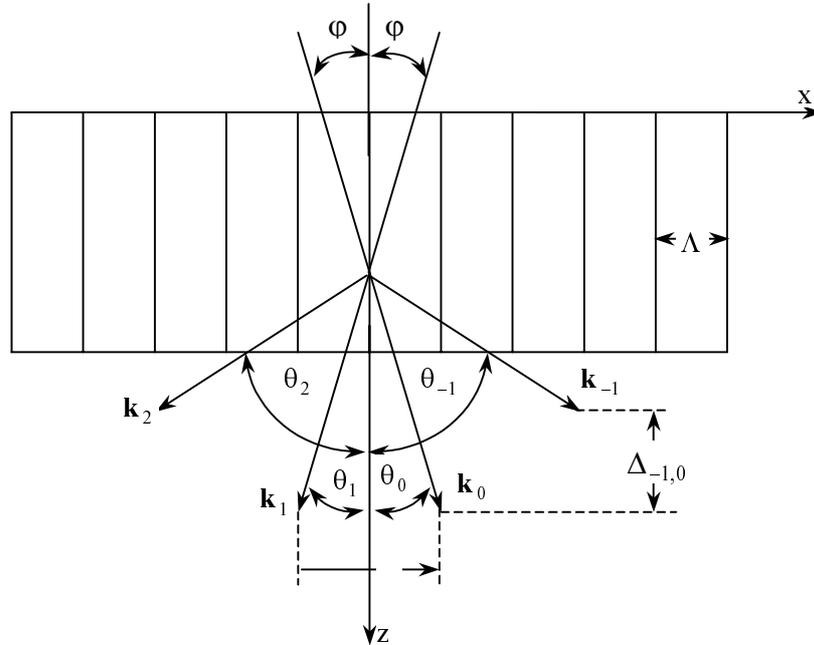


Рис. 1. Схематичне зображення періодичної структури та взаємне розміщення хвильових векторів дифрагованих хвиль при чотирьоххвильовому наближенні

При тих самих умовах, за рахунок того  $\Delta_{0,1} = 0$ ,  $|A_1(z)|$  буде постійно зростати. Звичайно ці твердження справедливі для малих значень  $n_1$ , коли змінною амплітудою хвилі  $A_0(z)$  можна нехтувати. Тому товщину голограми, яка визначається формулою

$$d_1 = \left| \frac{\pi}{\Delta_{-1,0}} \right| = \frac{\lambda \left( \sqrt{1 - 9 \sin^2 \theta_B} + \sqrt{1 - \sin^2 \theta_B} \right)}{16 \sin^2 \theta_B n_0}, \quad (9)$$

можна вважати першою характеристичною товщиною, і голограми, які мають товщину меншу, ніж характеристична, можна вважати тонкими. Якщо  $\sin \theta_B \ll 1$ , то формула (9) спрощується і приймає вигляд

$$d_1 \approx \frac{\Lambda^2 n_0}{2\lambda}. \quad (10)$$

При малих кутах  $\theta_B$  на основі критерію Клейна [11] голограма буде вважатися товстою при товщинах

$$d > \frac{2\Lambda^2 n_0}{\lambda}, \quad (11)$$

Мабуть, якщо товщина голограми задовольняє співвідношення

$$\frac{\Lambda^2 n_0}{2\lambda} < d < \frac{2\Lambda^2 n_0}{\lambda}, \quad (12)$$

то можна вважати, що вона має проміжну товщину.

Отже, на першій характеристичній товщині на основі формули (8) при малому значенні  $n_1$  дифракційна ефективність мінус першого порядку дорівнюватиме  $\eta_{-1} = |A_{-1}(d_1)|^2$ . Якщо прийняти, що двохвильове наближення допустиме, коли дифракційна ефективність мінус першого порядку на цій товщині повинна бути меншою, ніж 0.01, то відповідно повинна виконуватись така умова:

$$|A_{-1}(d)| \approx \left| \frac{2a}{\Delta_{-1,0} \sqrt{\cos(\theta_{-1}) \cos(\theta_B)}} \right| < 0.1. \quad (13)$$

Отже, із співвідношення (13) отримується відомий параметр  $\rho$  [10, 13], по величині якого можна судити про можливість застосування двохвильового наближення. Із (13) параметр  $\rho$  можна виразити так:

$$\rho = \frac{8 \sin^2 \theta_B n_0}{A n_1} \approx \frac{\lambda^2}{\Lambda^2 n_0 n_1}, \quad (14)$$

$$\text{де } A = \sqrt{\frac{\cos \theta_{-1}}{\cos \theta_B}} + \sqrt{\frac{\cos \theta_B}{\cos \theta_{-1}}} \approx 2.$$

З формули (14) випливає, що параметр  $\rho$ , який отриманий на основі нашого аналізу, збігається з параметром  $\rho$  на основі літературних джерел [10, 13]. З формули (13) можна також зробити висновок, що при виконанні умов Брегга, можна користуватись двохвильовим наближенням, якщо  $\rho > 10$ . При невеликому відхиленні від умов Брегга у разі зменшення  $\theta_0$ ,  $\Delta_{-1,0}$  за модулем буде зменшуватися, а  $\Delta_{1,0}$  перестане дорівнювати нулю і буде зростати за модулем. Для цього випадку по вищеописаній методиці можна знайти  $\rho$ , коли можливе двохвильове наближення. Але при невеликому відхиленні від умов Брегга  $\rho$  для двохвильового наближення повинно бути більше числа, яке визначається  $\theta_0$ , і це число повинно бути більше 10.

Цікавий випадок, коли  $\theta_0 = 0$ . Очевидно, що при цій умові не може існувати критерій для двохвильового наближення, оскільки для розрахунку по крайній мірі треба користуватись трихвильовим наближенням, оскільки ми будемо мати три плоскі хвилі з високими дифракційними ефективностями (нульовий, плюс перший і мінус перший порядки дифракції).

Система диференціальних рівнянь в параболічному наближенні при нормальному падінні плоскої хвилі на голограму ( $\theta_0 = 0$ ) буде такою:

$$\begin{aligned} \frac{dA_{-1}}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_{-1})}} A_0 \exp(-j\Delta_{-1,0}z) &= 0, \\ \frac{dA_0}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos \theta_{-1}}} A_{-1} \exp(j\Delta_{0,-1}z) + ja \frac{1}{\sqrt{\cos \theta_1}} A_1 \exp(-j\Delta_{0,1}z) &= 0, \\ \frac{dA_1}{dz} + ja \frac{1}{\sqrt{\cos \theta_1}} A_0 \exp(j\Delta_{1,0}z) &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

У цьому випадку справедливі такі співвідношення:

$$|\Delta_{1,0}| = |\Delta_{0,1}| = k - k \cos \theta_1 = k \frac{\sin^2 \theta_1}{1 + \cos \theta_1}. \quad (16)$$

Знову ж таки, розв'язуючи перше рівняння системи (15) за умови, що  $a$  дуже мала величина ( $A_0(z) \approx 1$ ), знайдемо товщину голограми, при якій дифракційна ефективність голограми в перший (мінус перший) порядок буде максимальною. Ця товщина, яку ми назвемо другою характеристичною товщиною, визначається з умови

$$d_2 = \frac{\pi}{|\Delta_{1,0}|}. \quad (17)$$

Використовуючи вираз (16), а також рівність  $\Lambda n_0 \sin \theta_1 = \lambda$ , доходимо після простих перетворень до остаточного виразу для  $d_2$ :

$$d_2 = \frac{\Lambda^2 n_0 \left(1 + \sqrt{1 - (\lambda / \Lambda n_0)^2}\right)}{2\lambda}. \quad (18a)$$

Якщо  $\cos \theta_1 \approx 1$ , то вираз (18a) приймає вигляд

$$d_2 \approx \frac{\Lambda^2 n_0}{\lambda}. \quad (18b)$$

За аналогією можна ввести третю характеристичну товщину, яка є граничною товщиною між товстою і проміжними голограмами. Ця третя характеристична товщина визначається з умови:  $\frac{d_3 \sin \theta_B}{\Lambda \cos \theta_B} = N = 1$ . Тобто ця товщина дорівнює

$$d_3 = \frac{\Lambda \cos \theta_B}{\sin \theta_B} = \frac{2\Lambda^2 n_0 \sqrt{1 - (\lambda / \Lambda n_0)^2}}{\lambda}. \quad (19a)$$

Якщо  $\cos \theta_B \approx 1$ , то вираз (19a) буде:

$$d_3 \approx \frac{2\Lambda^2 n_0}{\lambda}. \quad (19b)$$

У таблиці зведені деякі параметри, що характеризують голограми для різних кутів Брегга (для різних  $\Lambda$ ) при таких інших постійних параметрах:  $n_0 = 1.577$ ,  $\lambda = 0.4416$  мкм.

Таблиця

#### Залежність параметрів голограми від кута Брегга

$\theta_B$ , рад	$\pi/100$	$\pi/50$	$\pi/25$	$\pi/10$
$\Lambda$ , мкм	4.46	2.23	1.12	0.45
$d_1$ , мкм	35.39	8.79	2.14	0.24
$d_2$ , мкм	70.88	17.69	4.39	0.65
$d_3$ , мкм	141,84	35.44	8.84	1.39
$n_1$	0.00062	0.0025	0.01	0.054

В останньому рядку таблиці наведено максимальне значення  $n_1$ , при якому ще можна користуватись двохвильовим наближенням (отримано на основі виразу (14) при  $\rho = 10$ ).

### Аналіз фазових голограм методом зв'язаних хвиль малої та проміжної товщини.

Для аналізу фазових голограм використано рівняння зв'язаних хвиль з врахуванням других похідних, які отримані в роботі [15], з наближеними початковими умовами, що проте дозволить нам зрозуміти властивості тонких та проміжних голограм. Для прямих ґраток ( $K_z = 0$ ) система рівнянь і початкові умови мають відповідно вигляд:

$$\frac{d^2 B_i}{dz^2} + k_{i,z}^2 B_i + a_1 \sqrt{\frac{\cos(\theta_i)}{\cos(\theta_{i-1})}} B_{i-1} + a_1 \sqrt{\frac{\cos(\theta_i)}{\cos(\theta_{i+1})}} B_{i+1} = 0, \quad (18)$$

$$B_0(0) = 1, B_{i \neq 0}(0) = 0; \left. \frac{dB_0(z)}{dz} \right|_{z=0} = -jk \cos \theta_0, \left. \frac{dB_{i \neq 0}(z)}{dz} \right|_{z=0} = 0, \quad (19)$$

де  $B_i(z) = A_i(z) \exp(jk \cos \theta_i z)$ ,  $a_1 = k^2 \frac{n_1}{n_0}$ .

Систему рівнянь (18) з початковими умовами (19) розв'язували методом Рунге-Кутта четвертого порядку з врахуванням всіх порядків дифракції, для яких виконувалась умова  $|\sin \theta_i| < 1$ . При цьому  $n_0 = 1.577$ ,  $\lambda = 0.4416$  мкм. На рис. 2 показані залежності дифракційної ефективності від товщини голограми  $\eta_i = |B_i(d)|^2$  для деяких кутів Брегга і деяких значень  $n_1$ . Для рис. 2,а розрахунок проводився для  $n_1$ , які взято з таблиці.

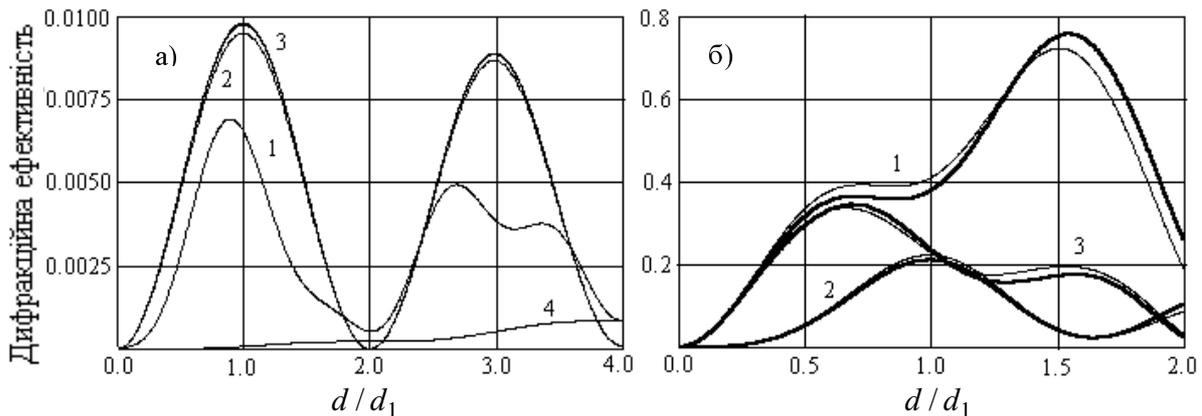


Рис. 2 Залежність дифракційної ефективності голограми від товщини:

а –  $\eta_1$  для: 1 –  $\theta_B = \pi/10$ , 2 –  $\theta_B = \pi/25$ , 3 –  $\theta_B = \pi/50$  and  $\theta_B = \pi/100$ ,  
4 –  $\eta_2$  для  $\theta_B = \pi/100$ ; б – 1 – перший порядок, 2 – другий порядок, 3 – мінус перший порядок  
дифракції, жирні лінії –  $\theta_B = \pi/25$ ,  $n_1 = 0.099$ , тонкі лінії –  $\theta_B = \pi/100$ ,  $n_1 = 0.00622$

На основі рис. 2,а можна зробити висновок, що при малих значеннях  $n_1$ , які взяті із таблиці, для  $d = d_1$  дифракційна ефективність мінус першого порядку менша, ніж 1 %, дифракційна ефективність другого порядку менша, ніж 0.1 %. Причому залежності для  $\theta_B = \pi/50$  і  $\theta_B = \pi/100$  практично збігаються. При збільшенні модуляції показника заломлення в 10 разів (рис. 2,б) при товщинах менших, ніж  $d_1$  дифракційна ефективність для всіх порядків менша 40 %, причому для першого і мінус першого порядків вона є приблизно однаковою. При товщинах, більших  $d_1$  дифракційна ефективність тільки першого порядку зростає, а інших падає. Тобто голограми з товщиною менших  $d_1$  дійсно можна вважати тонкими і для таких товщин не можна користуватись двохвильовим

наближенням, оскільки дифракційні ефективності першого і мінус першого порядку по величині співвимірні. Тобто, параметр  $\rho$  має зміст для товщин, більших, ніж  $d_1$ .

На рис. 3,а наведено залежності дифракційної ефективності від товщини при  $n_1 = 0.0124$ ,  $\theta_0 = \theta_B = \pi/100$ , а на рис. 3б -  $\theta_0 = 0$ . Інші параметри ті самі, що на рис. 3,а.

З рис. 3,а випливає, що при досить великому  $n_1$  на товщинах, близьких до характеристичної, можна досягнути значної дифракційної ефективності. Але це можна спостерігати лише для малих кутів  $\theta_B$ . Для великих кутів  $\theta_B$ , наприклад  $\theta_B = \pi/10$ , потрібно мати велике значення  $n_1$ , яке навряд чи можна реалізувати практично. Рис. 3,б тим цікавий, що при нормальному падінні можна отримати дифракційну ефективність першого порядку більшу 40 %. Але це явище повинно спостерігатись знову ж таки при значних показниках заломлення при товщинах, більших  $d_1$ , коли брегівський кут є малим. На рис. 4,а зображені залежності дифракційної ефективності при нормальному падінні на голограму для  $n_1$ , взятому із таблиці при відповідних кутах Бреґга, а на рис. 4,б – залежність дифракційної ефективності першого порядку при нормальному падінні для  $\theta_B = \pi/100$ .

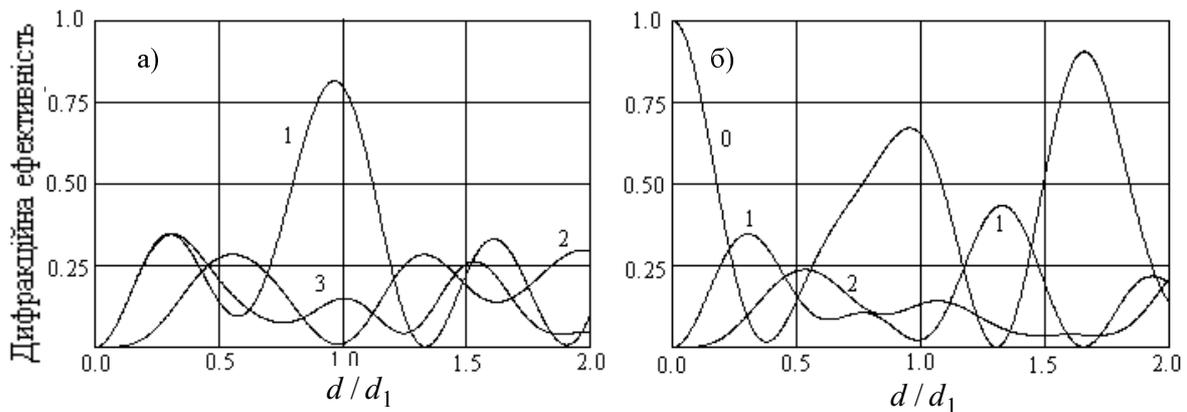


Рис. 3. Залежність дифракційної ефективності різних порядків від товщини голограми:  
0 – нульовий порядок дифракції, 1 – перший порядок дифракції,  
2 – другий порядок дифракції, 3 – мінус перший порядок дифракції

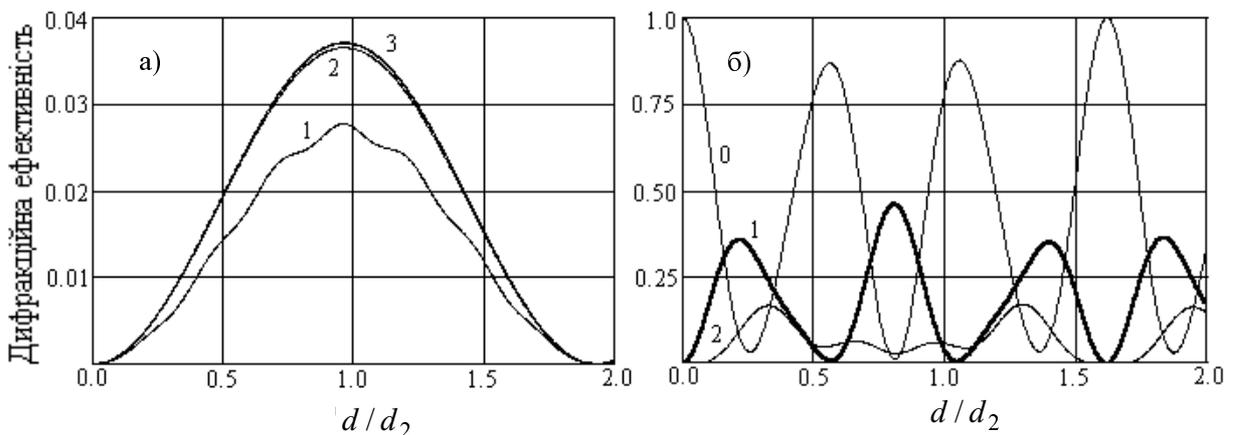


Рис. 4 Залежності дифракційної ефективності першого порядку при нормальному падінні:  
а – 1-  $\theta_B = \pi/10$ , 2-  $\theta_B = \pi/25$ , 3 -  $\theta_B = \pi/50$  and  $\theta_B = \pi/100$ ;  
б – 0 – нульовий порядок дифракції, 1 – перший порядок дифракції,  
2 – другий порядок дифракції,  $n_1 = 0.009$ .

З рис. 4,а дійсно випливає, що при малих значеннях  $n_1$  дифракційна ефективність при товщині голограми  $d = d_2$  у випадку нормального падіння досягає максимального значення. При цьому це максимальне значення може досягнути 46.4 % для оптимального значення  $n_1$ , яке при куті  $\theta_B = \pi/100$  дорівнює 0.009.

**Висновки.** Введено поняття першої характеристичної товщини  $d_1$  голограми, яка визначається з максимальної дифракційної ефективності мінус першого порядку дифракції, при виконанні умов Брегга і при малому значенні  $n_1$ . Якщо голограма має товщину, меншу ніж  $d_1$ , то її можна вважати тонкою. Другу характеристичну товщину  $d_2$  можна визначити з умови максимальної дифракційної ефективності першого порядку дифракції при нормальному падінні пучка на голограму у випадку також малого  $n_1$ . Ця товщина характерна для голограм проміжної товщини. У випадку голограм проміжної товщини для нормального падіння пучка на голограму можна отримати дифракційну ефективність більше 45 % при певних параметрах голограми. Знайдено математичну залежність параметра  $\rho$  від характеристик об'ємної голограми. Якщо  $\rho > 10$ , то можна користуватись двохвильовим наближенням для розрахунку дифракційної ефективності товстої голограми при виконанні умов Брегга.

1. Куммель Ч., *Введение в физику твердого тела.* – М., 1988.
2. Cheben P. // *Applied Physics Letters.* – 2001. – **78.** – P.1490 – 1492.
3. Cheben P. // *Nature.* – 2000. – **408.** – P.64 – 66.
4. Карпов Г.М., Обуховский В.В., Смирнова Т.Н., Сарбаев Т.А. // *Оптика и спектроскопия.* – 1997. – **82.** – С.145-152.
5. Boroditsky M., Coccoli R., Yablonovitch E. // *Proc. Photonics West.* – 1998. – **3283.** – P. 184 – 190.
6. Kosaka H., Kawashima T., Tomita A. and el. // *Physical Review B.* – 1998. – **58.** – P.10096-10099
7. Notomi M. // *Physical Review B.* – 2002. – **62.** – P.10696 – 10705.
8. Markos P., Soukoulis C. M. // *Physical Review B.* – 2002. – **65.** – P. 036622-1 – 036622-8.
9. Kohelnic H. // *Bell Syst. Tech. J.* – 1969. – **48.** – P. 2909-2947.
10. Mocharam R. T., Gaylord T.K., Magnusson R. // *Opt. Commun.* – 1980. – **32.** – P.14-18.
11. Klein W.R., Cook B.D. // *IEE Trans. Sonics Ultrason.* – 1967. – **SU-14.** – P. 123-134.
12. Fitio V.M., Bobitski Ya.V., Fitio T.V. // *Ukr. Phys. Journal.* – 2001. – **46.** – P.1032-1037.
13. Solymar L., Cooke D.J. *Volume Holography and Volume Gratings.* – Academic Press, London ney York, Toronto, 1981.
14. Yariv A., Yeh P. *Optical Waves in Crystals.* – A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, New York, 1984.
15. V.M. Fitio V.M. // *Proceedings of SPIE.* – 2000. – **4448.** – P. 34-42.