

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ЯВИЩА В ВИХРОСТРУМОВОМУ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ПІД ЧАС ЙОГО ВЗАЄМОДІЇ З ФЕРОМАГНІТНИМ ЗРАЗКОМ

© Смірнов Б.Г., Трушаков Д.В., 2006

Наведено спрощену математичну модель, що описує взаємодію П-подібного вихрострумowego перетворювача (ВСП) та контрольованого ферромагнітного зразка, а саме: одержано вираз для визначення магнітних потоків, розподілених по товщині металу контрольованого ферромагнітного зразка, що знаходиться під полюсами ВСП; знайдені вирази для визначення електрорушійної сили, що індукується цими магнітними потоками та еквівалентної електрорушійної сили; отримано вираз для визначення електричного опору частини досліджуваного зразка, що знаходиться під полюсами П-подібного ВСП щодо вихрових струмів.

In the work there has been presented a simplified mathematical model which can describe interrelation of eddy-current transformer (ECT) with U-type core and the tested ferromagnetic specimen: there has been received an equation for determining magnetic currents spread along the thickness metal of the tested ferromagnetic specimen located under the poles of ECT with U-type core; there has been found equations for determining electromotive force induced by all these magnetic currents and equivalent electromotive force; there has been received an equation for determining electric resistance R of the part of the tested specimen which located under the poles of ECT with U-type core in relation to eddy currents.

Постановка проблеми. В останні роки у дефектоскопії струмопровідних деталей та вузлів під час вирішення завдань технічної діагностики все частіше використовують електромагнітні методи неруйнівного контролю, зокрема, метод вихрових струмів. При цьому як перетворювач можна використовувати котушку індуктивності, що знаходиться на П-подібному магнітопроводі та живиться змінним струмом. Під час встановлення на металеву поверхню ця котушка збуджує в металі вихрові струми.

Якщо розглядати ці процеси з погляду хвильової теорії, то на підставі першого та другого законів Максвелла в комплексній формі, можна одержати рівняння для визначення глибини проникнення електромагнітної хвилі в масу металу [1]

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu \mu_0}}.$$

Під глибиною проникнення розуміють відстань від поверхні металу, на якій амплітуда електромагнітної хвилі зменшиться в "e" разів. Цю відстань приймають і за глибину проникнення вихрових струмів.

Аналіз останніх досліджень. Характер взаємодії реального вихрострумowego перетворювача з провідним середовищем визначити дуже важко. Це зумовлено складним математичним апаратом, що використовується для пояснення цієї взаємодії. Тому для створення інженерних методик використовують спрощення-припущення, методи еквівалентування тощо [2].

Задачі дослідження. У цій роботі зроблена спроба розглянути індукування вихрових струмів у металі за допомогою законів магнітних та електричних кіл. Метою досліджень є створення

спрощеної математичної моделі, яка описує явища взаємодії П-подібного вихрострумowego перетворювача та контрольованого феромагнітного зразка.

Електромагнітні явища, що виникають під час взаємодії вихрострумowego перетворювача з П-подібним магнітопроводом та контрольованим металевим зразком. Вихрострумований перетворювач (ВСП) з П-подібним магнітопроводом, розташованим над контрольованою феромагнітною поверхнею (рис. 1), належить до вихрострумowych перетворювачів накладного типу.

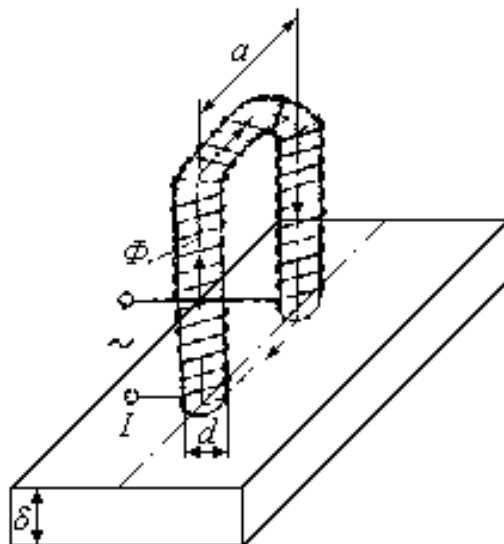


Рис. 1. Вихрострумований перетворювач з П-подібним магнітопроводом, розташованим над контрольованою феромагнітною поверхнею

Така конструкція ВСП порівняно зі звичайним стрижневим має найбільшу чутливість до анізотропних властивостей контрольованого зразка, наприклад, дефектами зварного шва типу “непровар” [3, 4]. На феритовому осерді розміщена обмотка, що під’єднана до джерела змінного струму I (діюче значення). Магнітний потік Φ в осерді замикається в осерді через феромагнітну металеву поверхню.

Як відомо з теоретичної електротехніки для розрахунку магнітних кіл використовують закони, що є аналогічними до законів електричних кіл (закон Ома, закони Кірхгофа); аналогом електричного струму I є магнітний потік Φ , електрорушійної сили (ЕРС) ε – магніторушійна сила (МРС) $I \cdot w$, електричного опору R_e – магнітний опір R_m . Тому можна побудувати модель магнітного кола, заміняючи його електричним.

Виконаємо побудову такої моделі для частини контрольованої деталі, що замикає П-подібний магнітопровід. Але спочатку розглянемо частину контрольованої поверхні феромагнітного металу, яка знаходиться під першим та другим полюсами П-подібного магнітопроводу. Після встановлення ВСП на контрольовану феромагнітну поверхню, його магнітопровід можна розглядати як замкнений. Це умовне ярмо, що замикає осердя перетворювача, має довжину, яка дорівнює відстані між полюсами магнітопроводу ВСП, ширина його дорівнює діаметру осердя перетворювача d ; а товщина – товщині контрольованого феромагнітного зразка δ , що є співмірною за величиною діаметра осердя перетворювача (рис. 1). Площа поперечного перерізу цього ярма (рис. 2, а) $S = d \cdot \delta$. Для зручності подальших розрахунків замінимо цей поперечний переріз еквівалентним круговим (рис. 2, б).

Їх еквівалентність визначається рівністю площ. Тобто $S = d \cdot \delta = \pi \cdot \rho^2$, або $\rho = \sqrt{d \delta / \pi}$, де ρ – радіус еквівалентного круга.

Зобразимо, що контрольований зразок, який знаходиться під полюсами П-подібного магнітопроводу, розбитий на декілька горизонтальних шарів металу, однаково малої товщини (рис. 3, а).

Кожен шар металу можна подати у вигляді двох магнітних опорів R_{m1} та R_{m2} , як показано на рис.3б для одного шару.

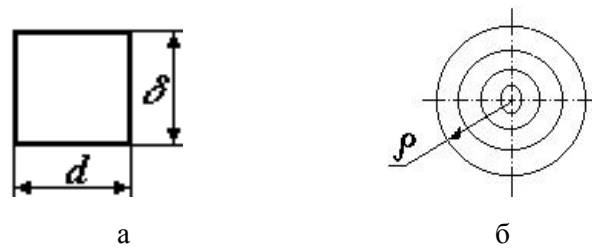


Рис. 2. Поперечний переріз умовного ярма, що утворює частина контрольованого зразка феромагнітного металу, яка знаходиться під полюсами магнітопроводу (а); заміна поперечного перерізу еквівалентним круговим (б)

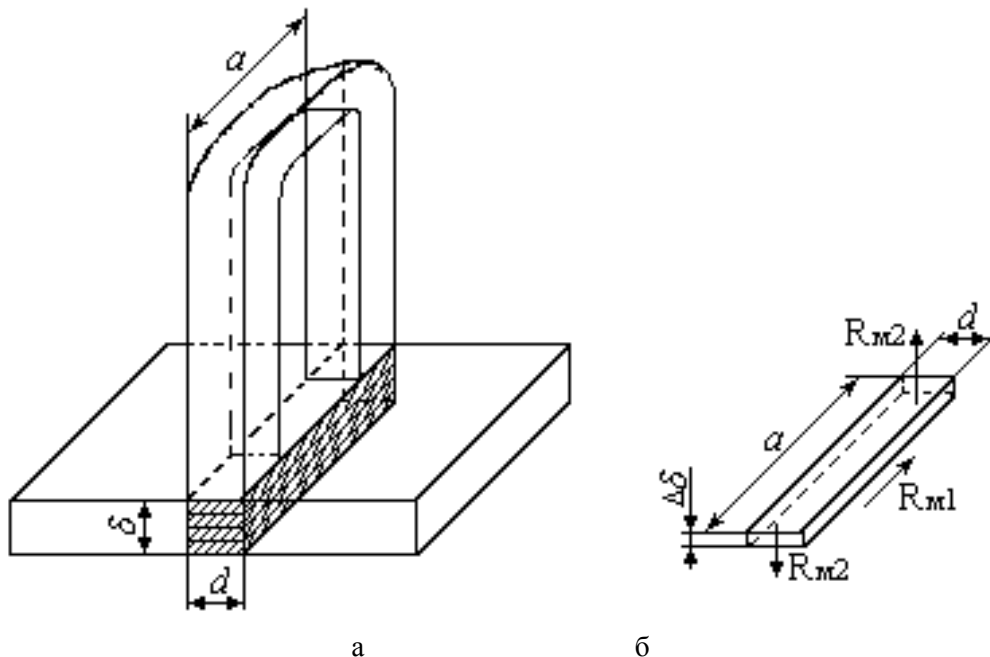


Рис. 3. Умовний вигляд контрольованого феромагнітного зразка, що знаходиться під полюсами П-подібного магнітопроводу, розбитого на декілька горизонтальних шарів металу (а) та його еквівалентування двома магнітними опорами R_{m1} та R_{m2} (б)

З теоретичної електротехніки відомо, що магнітний опір розраховують за формулою

$$R_m = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \frac{l}{S}$$

У нашому випадку магнітні опори R_{m1} та R_{m2} можна розрахувати за формулами

$$R_{i1} = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \frac{a}{d\Delta\delta};$$

$$R_{i2} = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \frac{\Delta\delta}{\pi\rho^2} = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \frac{\Delta\delta}{d\delta},$$

де μ – магнітна проникливість матеріалу контрольованої деталі; μ_0 – магнітна стала ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Тоді колову модель частини контрольованого зразка феромагнітного металу, яка знаходиться під полюсами магнітопроводу, можна побудувати за схемою рис. 4, враховуючи магнітні опори всіх шарів.

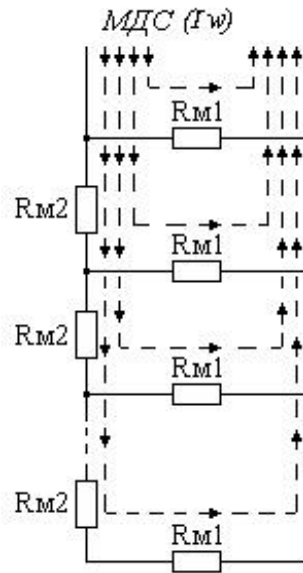


Рис. 4. Колова модель умовного ярма, що утворює частина контрольованого зразка феромагнітного металу, яка знаходиться під полюсами магнітопроводу

Магнітний опір нульового шару $R_m=R_{m1}$, другого – $R_m=R_{m1}+R_{m2}$, третього – $R_m=R_{m1}+2R_{m2}$, k -го – $R_m=R_{m1}+kR_{m2}$.

Припустимо, що товщина металу під ВСП $\delta = 10 \text{ мм} = 0.01 \text{ м}$. Ширина перетворювача $a = 35 \text{ мм} = 0.035 \text{ м}$, діаметр $d = 8 \text{ мм} = 0.008 \text{ м}$. Умовно розіб'ємо товщину металу δ на 10 шарів, тоді

$$\Delta\delta = \frac{0.01}{10} = 0.001 \text{ м};$$

$$R_{i1} = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \frac{a}{d\Delta\delta} = \frac{1}{2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{0.035}{0.008 \cdot 0.001} = 1.741 \cdot 10^6;$$

$$R_{i2} = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \frac{\Delta\delta}{\pi d^2} = \frac{1}{2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{0.001}{\pi \cdot 0.008^2} = 1.979 \cdot 10^3.$$

Закон Ома для магнітного кола має вигляд

$$\Phi = \frac{Iw}{R_m}.$$

Магнітний потік, що замикається по поверхневому шару (назвемо його нульовим)

$$\Phi_0 = \frac{Iw}{R_{m1}};$$

по першому

$$\Phi_1 = \frac{Iw}{R_{m1} + R_{m2}};$$

по другому

$$\Phi_2 = \frac{Iw}{R_{m1} + 2R_{m2}};$$

по дев'ятому (в нашому випадку – нижньому)

$$\Phi_9 = \frac{Iw}{R_{m1} + 9R_{m2}}.$$

На підставі $\Phi_0, \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_9$ ми зможемо зробити висновок про розповсюдження магнітного потоку по товщині металу. Отже, ми отримаємо такі вирази:

$$\Phi_0 = \frac{Iw}{R_{m1}} = \frac{Iw}{1.741 \cdot 10^6} = 5.744 \cdot 10^{-7} Iw;$$

$$\Phi_1 = \frac{Iw}{R_{m1} + 2R_{m2}} = \frac{Iw}{1.741 \cdot 10^6 + 1.979 \cdot 10^3} = 5.737 \cdot 10^{-7} Iw;$$

$$\Phi_2 = \frac{Iw}{R_{m1} + 2R_{m2}} = \frac{Iw}{1.741 \cdot 10^6 + 2 \cdot 1.979 \cdot 10^3} = 5.731 \cdot 10^{-7} Iw;$$

.....

$$\Phi_9 = \frac{Iw}{R_{m1} + 9R_{m2}} = \frac{Iw}{1.741 \cdot 10^6 + 9 \cdot 1.979 \cdot 10^3} = 5.686 \cdot 10^{-7} Iw.$$

Отже, магнітний потік, що замикається по “*k*”-му шару, визначається за виразом

$$\Phi_k = \frac{Iw}{R_{m1} + kR_{m2}}.$$

Еквівалентна ЕРС, що індукється в умовному ярмі. З теоретичної електротехніки відомо, що для декількох електрорушійних сил (ЕРС), увімкнених паралельно (рис. 5), еквівалентна ЕРС визначається

$$\varepsilon_e = \frac{\sum_{i=1}^k \varepsilon_k g_k}{\sum_{i=1}^k g_k}. \quad (1)$$

Якщо еквівалентне кругове ядро розбити на *n* довільних пустотілих циліндрів і виділити “*k*”-й циліндр (рис. 6), то ЕРС, що в ньому індукється, визначається згідно з законом електромагнітної індукції

$$\varepsilon = -w \frac{d\Phi}{dt}.$$

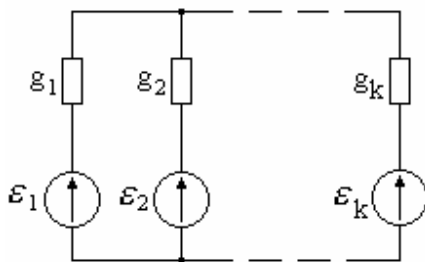


Рис. 5. Еквівалентна схема декількох ЕРС ε з електричними провідностями g

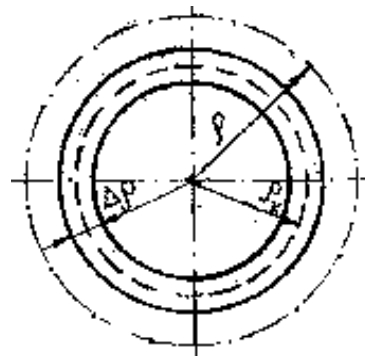


Рис. 6. Довільні пустотілі циліндри умовного еквівалентного кругового ядра в контрольованому зразку металу

У нашому випадку кількість витків $w=1$, оскільки цим витком є “*k*”-й пустотілий циліндр; Φ – магнітний потік, що замикається через площу поперечного перерізу цього циліндра, який дорівнює

$$S_k = 2\pi\rho_k \Delta\rho.$$

Тобто $\Phi=\Phi_k$. Магнітний потік Φ_k – змінний потік, оскільки ВСП живиться змінним струмом. Отже,

$$\Phi_k = \Phi_{mk} \sin \omega t.$$

Ми прийняли, що магнітне поле умовного ядра однорідне. Це означає, що магнітна індукція в кожній точці поперечного перерізу S_k однакова, як і по всьому перерізу ядра, та дорівнює її амплітудному значенню B_{mk} :

$$\Phi_{mk} = B_m S_k = B_m 2\pi\rho_k \Delta\rho .$$

Для визначення “ k ”-ї ЕРС (ε_k) необхідно взяти похідну по часу від “ k ”-го магнітного потоку

$$\varepsilon_k = -\frac{d\Phi_{mk} \sin \omega t}{dt} = -\Phi_{mk} \omega \cos \omega t ,$$

або

$$\varepsilon_k = -B_m \omega 2\pi\rho_k \Delta\rho \cos \omega t .$$

Подібних ЕРС є n . Кожна з цих ЕРС навантажена провідністю g_k , яка дорівнює

$$g_k = \sigma \frac{a\Delta\rho}{2\pi\rho_k} , \quad (2)$$

де σ – провідність матеріалу дослідного зразка.

При достатньо великому n все масивне ядро та всі процеси, що відбуваються в ньому, можна зобразити у вигляді схеми рис. 7.

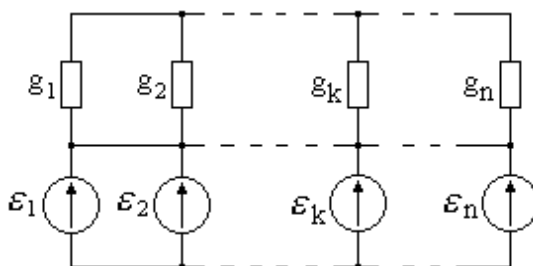


Рис. 7. Еквівалентна електрична схема масивного ядра

Еквівалентна ЕРС схеми-моделі (рис. 7) відповідно до рівняння (1) має вигляд

$$\varepsilon_e = \frac{\sum_{k=1}^n \varepsilon_k g_e}{\sum_{k=1}^n g_e} ,$$

або

$$\varepsilon_e = \frac{-g_e 2\pi B_m \omega \cos \omega t \sum_{k=1}^n \rho_k \Delta\rho}{\sum_{k=1}^n g_e} .$$

Спрямуємо n до нескінченності ($n \rightarrow \infty$), отже, $\Delta\rho$ прямує до нуля ($\Delta\rho \rightarrow 0$); візьмемо для цих умов границі від чисельника та знаменника:

$$\varepsilon_e = \frac{-g_e 2\pi B_m \omega \cos \omega t \lim_{\substack{\Delta\rho \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{k=1}^n \rho_k \Delta\rho}{\lim_{\substack{\Delta\rho \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{k=1}^n g_e} .$$

За означенням цієї границі є визначений інтеграл, взятий у межах розгляненого процесу. У нашому випадку це межі зміни ρ_k від нуля до ρ ($0 \leq \rho_k \leq \rho$). Отже, отримаємо

$$\varepsilon_e = \frac{-g_e 2\pi B_m \omega \cos \omega t \int_0^{\rho} \rho d\rho}{g_e \int_0^{\rho} d\rho} = \frac{-2\pi B_m \omega \cos \omega t \int_0^{\rho} \rho d\rho}{\int_0^{\rho} d\rho} .$$

Прийняті провідності скорочуються і тим самим їхня величина не впливає на еквівалентну ЕРС ε_e . Важливим є те, що вони однакові у всіх гілках ЕРС. Візьмемо такі інтеграли:

$$\int_0^{\rho} \rho d\rho = \frac{\rho^2}{2}; \quad \int_0^{\rho} d\rho = \rho.$$

Отже,

$$\varepsilon_e = \frac{-2\pi B_m \omega \cos \omega t \frac{\rho^2}{2}}{\rho} = \frac{-B_m \omega \pi \rho^2 \cos \omega t}{\rho}. \quad (3)$$

У виразі (3) в чисельнику маємо ЕРС, що індукується в умовному ярмі по зовнішньому контуру, оскільки $\pi \rho^2$ – це площа поперечного перерізу всього умовного ярма, а добуток $B_m \pi \rho^2$ – це амплітуда всього магнітного потоку, який замикається по магнітопроводу, що створений з двох складових частин: магнітопроводу ВСП та умовного ярма, яке утворює метал контрольованого феромагнітного зразка, що знаходиться під полюсами П-подібного ВСП. Позначимо цю ЕРС, яка індукується повним магнітним потоком ε . Тоді еквівалентна ЕРС

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon}{\rho}.$$

Враховуючи, що

$$\varepsilon = -B_m \omega \pi \rho^2 \cos \omega t = B_m \omega \pi \rho^2 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = E_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

еквівалентна ЕРС:

$$\varepsilon_e = \frac{E_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})}{\rho}.$$

Активний опір маси дослідного металевго зразка щодо вихрових струмів. Як показано вище, еквівалентне амплітудне значення ЕРС всього умовного ярма (E_{2m}) дорівнює

$$E_{2m} = B_m \omega \pi \rho.$$

Крім того, було визначено амплітудне значення ЕРС, яка індукується в “ k ”-му пустотілому циліндрі

$$E_{mk} = B_m \omega 2\pi \rho_k \Delta \rho.$$

Опір цього циліндра (R_k):

$$R_k = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2\pi \rho_k}{a \Delta \rho},$$

де σ – питома електрична провідність металу досліджуваного зразка.

Тоді амплітудне значення струму в цьому циліндрі

$$I_{mk} = \frac{E_{mk}}{R_k} = \frac{B_m \omega 2\pi \rho_k \Delta \rho}{\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2\pi \rho_k}{a \Delta \rho}} = B_m \omega \sigma a \Delta \rho^2.$$

Струми протікають в паралельних циліндрах (рис. 8). Тобто, загальний струм дорівнює сумі струмів

$$I_m = \sum_{k=1}^n B_m \omega \sigma a \Delta \rho^2.$$

Якщо спрямувати $n \rightarrow \infty$, то $\Delta \rho \rightarrow d\rho$, тоді суму можна замінити подвійним інтегралом

$$I_m = \int_0^{\rho} d\rho \int_0^{\rho} B_m \omega \sigma a d\rho = B_m \omega \sigma a \rho^2.$$

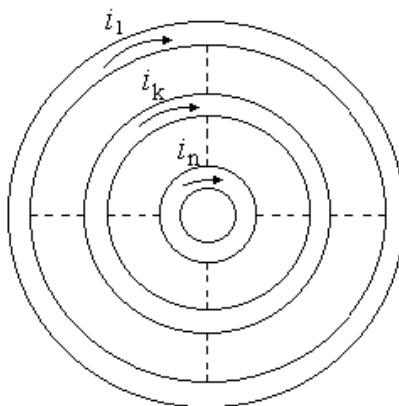


Рис. 8. Протікання струмів в паралельних циліндрах умовного ярма

Відповідно до закону Ома маємо

$$R = \frac{E_{em}}{I_m},$$

де R – опір (електричний) умовного ярма (частини досліджуваного зразка, що знаходиться під полюсами П-подібного ВСП) щодо вихрових струмів.

$$R = \frac{B_m \omega \pi \rho}{B_m \omega \sigma a \rho^2} = \frac{\pi}{\sigma a \rho}.$$

Висновки. За проведеними теоретичними дослідженнями були отримані такі результати: 1) одержані вирази для визначення магнітних потоків, розповсюджених по товщині металу контрольного феромагнітного зразка, що знаходиться під полюсами вихрострумів перетворювача з П-подібним магнітопроводом; 2) знайдені вирази для визначення електрорушійної сили, що індукується всіма магнітними потоками та еквівалентної електрорушійної сили; 3) здобуто вираз для визначення електричного опору частини досліджуваного зразка, що знаходиться під полюсами П-подібного вихрострумів перетворювача щодо вихрових струмів. Отримані вирази можна використати у вихрострумівій дефектоскопії під час визначення ефективної глибини проникнення вихрових струмів у метал та під час побудови математичної моделі взаємодії П-подібного ВСП та контрольного на наявність дефектів типу “тріщина” феромагнітного зразка.

1. Дорофеев А.Л., Лихачев Л.И., Никитин А.И. Теория и промышленное применение метода вихревых токов. – М.: Машиностроение, 1969. 2. Серебренников С., Смирнов Б., Трушаков Д.В., Математичне моделювання взаємодії електромагнітного поля прямокутної котушки з вертикально-шаровим провідним середовищем // Теоретична електротехніка: Зб. наук. пр. Львівського національного університету ім. Івана Франка. – 2000. – Вип. 55. – С. 85–89. 3. Серебренников С.В., Трушаков Д.В., Версаль В.А. Сравнительный анализ вихретоковых датчиков с магнитопроводом // Датчики и преобразователи информации систем измерения, контроля и управления: Материалы науч.-техн. конф. с участием зарубежных специалистов (Датчик-2001). – М.: МГИЭМ, 2001. – С. 309–310. 4. Серебренников С.В., Трушаков Д.В. Дослідження вихрострумів перетворювачів з П-подібним та стержневим осерддям // Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів: Зб. наук. пр. Фіз.-мех. ін-ту ім. Г.В. Карпенка НАН України. – Львів, 2005. – Вип. 10. – С. 126–130.