

З. А. Стоцько, Д. П. Ребот, Б. І. Сокіл, В. Г. Топільницький  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра проектування та експлуатації машин,

## ВПЛИВ ЗМІНИ АМПЛІТУДО-ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИПКОГО СЕРЕДОВИЩА НА ПРОЦЕС ВІБРАЦІЙНОЇ СЕПАРАЦІЇ

© Стоцько З. А., Ребот Д. П., Сокіл Б. І., Топільницький В. Г., 2015

**Побудовано математичну модель руху сипкого середовища вздовж сита вібраційного сепаратора, за умови, що швидкість руху частинок вздовж сита є сталою, а їхні фізико-механічні характеристики змінні. Досліджено вплив кінематичного збурення та швидкості руху сипкого середовища вздовж сита вібраційного сепаратора на інтенсивність вібраційної сепарації.**

**Ключові слова:** вібросепаратор, динаміка, коливання, сипке середовище, математична модель.

**The mathematical model of loose environment's motion along a sieve of the vibrating separator is built in the article. In this case the rate of loose environment is constant, and physical – mechanical properties are variable. The influence of kinematic perturbation and speed of loose environment along a sieve of vibrating separator on the separation process intensity is investigated.**

**Key words:** Vibratory separator, dynamics, oscillations, granular medium, mathematical model.

**Актуальність дослідження.** Сьогодні вібросепаратори широко застосовують у різних галузях промисловості та сільському господарстві. Це зумовлено передусім конструктивною простотою вібраційних сепараторів, а також, здебільшого, вищою ніж у звичайних машинах, технологічною ефективністю. До їх позитивних ознак належать: істотна перевага у прохідній властивості, просіювання на сітках з широким діапазоном розміру лунок, ефект самоочищення сітки під час роботи з матеріалами, тривалий термін служби сита та простота його заміни.

Загалом вібраційні сепаратори з принципової динамічної будови та конструктивної схеми переважно подібні до вібраційних живильників та конвеєрів. Основна їх відмінність полягає в конструкції робочого органа, оскільки у вібраційних сепараторах застосовують корпуси з ситами, колосниками, ситами, струнні тощо. Відмінністю вібраційних сепараторів є також те, що їх робочий орган переважно встановлюється похило. У промисловості застосовують вібраційні сепаратори з дебалансними та самобалансними вібраторами та мотор-вібраторами. Останні мають найширше застосування, особливо в установках малих та середніх типорозмірів, за рахунок їх надзвичайної і конструктивної простоти та можливості використання уніфікованого віброприводу. Розрізняють такі типи вібраційних сепараторів, як інерційні, електромагнітні, резонансні (з ексцентриковим приводом).

Інерційні сепаратори, що випускаються, ділять на дві групи: похилі та горизонтальні. У похилих сепараторах приводом використовують вібратори типу дебалансу, що надають корпусу коловий рух, в горизонтальних – вібратори типу самобалансу, що створюють напрямлену збурювальну силу та забезпечують прямолінійний рух корпусу.

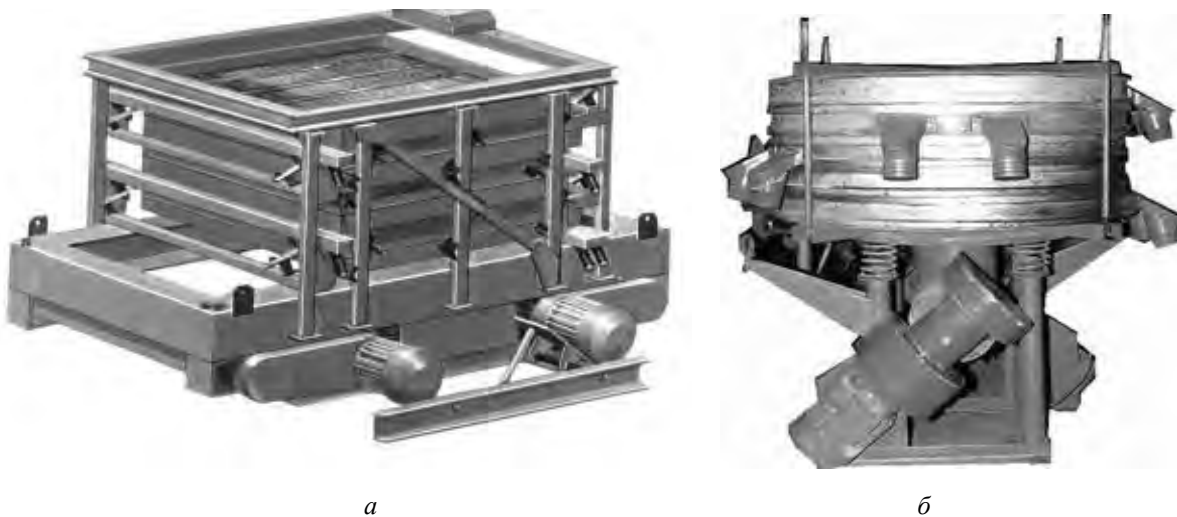
У деяких випадках сепаратори приводять у рух двома або більше мотор-вібраторами, які прикладають одночасно накладені одна на одну вібрації з різними вимушеними частотами та амплітудами до сита та, відповідно, до просіюваного середовища. Ці методи забезпечують збільшення розрихлення матеріалу і, відповідно, ефективності сепарації та використовуються в сепараторах, що мають не менше ніж два мотор-вібратори для приводу корпусу сепаратора, причому один або більше вібраторів забезпечують низькочастотне коливання з відносно великою

амплітудою, у той час як один або більше інших вібраторів забезпечують вібрацію з меншою амплітудою на більшій частоті.

Однією з найважливіших вимог, що стосуються вібросепараторів, є мінімальна необхідність в обслуговуванні, одночасно з високими технічними показниками. Цій вимозі відповідають вібросепаратори, в яких як привід використовують мотор-вібратор. Цей привід відкидає необхідність в яких-небудь проміжних передавальних елементах від двигуна до вібратора, таких, як ремені, муфти, ланцюги тощо. Внаслідок цього зменшуються габарити машини та значно спрощується обслуговування.

Електровібраційні сепаратори використовуються для сепарації переважно сипкої продукції, а також обезводнення та обезпилення. Випускають двох типів: похилі та горизонтальні. В електровібраційних сепараторах першого типу коливання звичайно спрямовані перпендикулярно до площини сита, переміщається матеріал по ситі внаслідок нахилу сита під дією сили тяжіння. У віброустановках цього типу коливання можуть передаватися і всьому корпусу сепаратора, і окремій частині сита. У електровібраційних сепараторах з горизонтальним коливанням корпусу переміщення сипкого середовища здійснюється під дією коливань, що напрямлені під кутом до напрямку транспортування. Вібратор у цьому випадку встановлюється під кутом до сита.

Резонансні вібраційні сепаратори у конструктивному відношенні складніші від інерційних та електромагнітних. Проте вони характеризуються низкою експлуатаційних переваг – високою якістю сепарації, низькою енергоємністю, експлуатаційною надійністю, відсутністю динамічних навантажень на фундамент, що забезпечує їм широку сферу застосування.



*Рис. 1. Загальний вигляд вібраційних сепараторів:  
а – вібросепаратор з горизонтальним зворотно-поступальним рухом сит;  
б – вібросепаратор з вертикальним рухом сит*

Продуктивність та інтенсивність роботи вібросепараторів залежить від впливу широкого спектра зовнішніх та внутрішніх чинників на цей процес. Внаслідок цього відбувається складна взаємодія між контейнером вібросепаратора та шаром матеріалу, що сепарується, зміна динамічних характеристик останнього. Ця взаємодія потребує тривалого та складного вивчення і не є повністю дослідженою. Отже, вдосконалення вібраційних сепараторів реалізується шляхом створення сприятливих умов для використання живого перерізу сит, поліпшення якості та продуктивності обробки при застосуванні вібраційних методів, покращення умов експлуатації та обслуговування машини, зокрема її виконавчих органів, дослідження руху сипкого середовища на робочих поверхнях. Тому однією з важливих задач є необхідність глибшого розгляду динамічного процесу в сипкому середовищі під час вібросепарації.

**Формулювання мети дослідження.** Рух сипкого середовища на віброуючій поверхні описаний в [2, 3]. У цих працях рух сипкого середовища розглядають як рух частинки на поверхні та приймають непружним. При цьому силою тертя при зіткненнях частинок з поверхнею нехтується. І. І. Блехман досліджував рухи частинок різної форми по віброуючій поверхні, що виконує гармонійні коливання, поступальні коливання, негармонійні прямолінійні коливання. Виведені диференціальні рівняння руху частинки застосовуються для опису руху сипкого середовища на робочій поверхні вібраційних сепараторів, конвеєрів та живильників. Також сипке середовище розглядалось як система двох частинок, що пов'язані між собою та робочою поверхнею силою сухого тертя. У [5, 6] сипке середовище на віброуючій поверхні моделюється як нашарування плоских пружно пластичних балок, товщина яких значно менша за ширину та довжину. У цій статті пропонується продовжити попередні дослідження з метою визначення зміни значень амплітуди та частоти коливання сипкого середовища за умови, що його власна частота коливань наближається до частоти коливань сита вібросепаратора.

**Постановка задачі дослідження.** Методи сепарації твердих сипких середовищ полягають у використанні вібраційних сепараторів, в яких по ситах матеріал рухається так, що менші частинки проходять крізь їх отвори, у той час як великі частинки рухаються вздовж сита. При вібраційній сепарації сипке середовище на ситі виконує складний просторовий зворотно-поступальний рух, який практично неможливо дослідити шляхом описання диференціальних рівнянь, оскільки останні будуть доволі громіздкі та важкі для дослідження. Тому для спрощення задачі пропонується розділити рух сипкого середовища на горизонтальну та вертикальну складові. Горизонтальний рух сипкого середовища був досліджений в [1, 2], тому в цьому випадку розглянемо вертикальний рух сипкого середовища на ситі вібраційного сепаратора.

Під час сепарації сипке середовище здійснює поперечні коливання та одночасно рухається вздовж сита. Швидкість руху сипкого середовища вздовж сита регулюється за рахунок зміни кута нахилу сита до горизонту. При різних об'ємах сипкого середовища на ситі швидкість його руху є різною. Так у порівняно тонких шарах сипкого середовища швидкість є найбільшою і зменшується залежно від зростання товщини шару завантаження не залежно від силових імпульсів, що діють між частинками. Загалом що тонший шар, то більша швидкість сепарації, проте таке явище характерне лише до певної межі, після якої інтенсивність процесу сепарації спадає. Під час сепарації сипке середовище розрихлюється та ділиться за фракціями. Моделюючи сипке середовище як нашарування плоских пружно пластичних балок, припустимо, що йому властивий певний “умовний модуль пружності”. Якщо матеріал сипкого середовища задовольняє закон пружності, а “умовний модуль пружності” у ньому є змінною величиною, у зв'язку з тим, що дрібніші частинки відсіюються, то:

$$\sigma = E(x) \cdot \varepsilon, \quad (1)$$

де  $\sigma$  – нормальне напруження у шарі завантаження;  $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$  – відносна деформація шару завантаження;  $u = u(t)$  – поперечне переміщення довільного перерізу моделі середовища за деякий момент часу  $t$ .  $E(x)$  – модуль пружності середовища.

Лінійний закон Фогта в цьому випадку використаний для описання руху сипкого середовища, як деякого суцільного матеріалу, що описуються лінійними диференціальними рівняннями. Проте необхідність опису нелінійних пружних властивостей спонукає подати цей закон у нелінійній формі.

Опишемо закон зміни “умовного” модуля пружності для сипкого середовища :

$$E(x) = \frac{k}{k+1} e^{\gamma \cdot x}, \quad (2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт, що характеризує пружні властивості сипкого середовища;

Враховуючи, що швидкість руху шару сипкого середовища вздовж сита є сталою, фізико-механічні характеристики змінні та сипке середовище здійснює тільки вільні коливання, то диференціальне рівняння його руху матиме такий вигляд:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^3} + \frac{E(x)I}{\rho} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = - \left[ V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial u}{\partial x \partial t} + \gamma^2 \sigma \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \frac{E(x)I}{\rho} + 2\gamma \sigma \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \frac{E(x)I}{\rho} \right], \quad (3)$$

де  $V$  – швидкість руху сипкого середовища вздовж сита вібророздільника;  $\rho$  – густина сипкого середовища;  $\frac{\partial u}{\partial t}$  – відносна деформація умовно виділеного шару сипкого середовища вздовж осі  $x$ ;  $\frac{\partial u}{\partial x}$  – швидкість шару сипкого середовища;  $I$  – момент інерції сипкого середовища.

При цьому перше наближення рівняння (3) за умови контакту сипкого середовища із ситом вібраційного роздільника, можна подати у вигляді:

$$u = a(t) \sin\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \cdot \cos\psi(t), \quad (4)$$

де  $a$  – амплітуда коливань сипкого середовища;  $\psi = \omega t + \varphi$  – фаза коливань сипкого середовища;  $l$  – довжина сита вібраційного роздільника;  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $\omega$  – власна частота коливань сипкого середовища:

$$\omega = \frac{k\pi}{l} \alpha, \quad (5)$$

де  $\alpha = \frac{ES}{\rho}$  – параметр, що враховує основні фізико-механічні характеристики сипкого середовища.

Особливістю динамічних процесів нелінійних систем із зосередженими масами та розподіленими параметрами є те, що в резонансному випадку частота зовнішнього збурення наближується до частоти власних коливань, тобто  $\mu \approx m\omega + n\mu$ . Вважатимемо, що у разі проходження через резонанс частота зовнішнього збурення:

$$\mu = (\omega + 2) - 0,4t. \quad (6)$$

Для визначення закону зміни амплітуди та частоти коливань шару сипкого середовища з рівняння (4) отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^l \int_0^{2\pi} \left( \gamma^2 \delta \frac{E(x)I}{\rho} \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 + a \sin^2\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \sin\psi \cos\psi - \delta \frac{E(x)I}{\rho} \left(\frac{k\pi}{l}\right)^4 \times \right. \\ \left. \sin\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \sin\psi \cos\psi - 2\gamma \delta \left(\frac{k\pi}{l}\right)^3 \cos\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \sin\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \sin\psi \cos\psi \right) dx d\psi; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \omega - \mu + \frac{1}{2\pi a \omega} \int_0^l \int_0^{2\pi} \left( V^2 \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 a \sin\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \cos^2\psi + \gamma^2 \delta \frac{E(x)I}{\rho} \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 a \sin^2\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \times \right. \\ \left. \cos^2\psi - \delta \frac{E(x)I}{\rho} \left(\frac{k\pi}{l}\right)^4 \sin^2\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \cos^2\psi - 2\gamma \delta \left(\frac{k\pi}{l}\right)^3 \times \right. \\ \left. \times \cos\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \sin\left(\frac{k\pi}{l}x\right) \cos^2\psi \right) dx d\psi$$

Вважаючи, що під час проходження резонансу, частота зовнішнього збурення наближається до частоти власних коливань сипкого середовища. Тоді розв'язки рівняння (5) матимуть такий вигляд:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\delta}{8\pi\omega} \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 \frac{I}{\rho} l \left( a l \gamma^2 - 2\gamma \left( \frac{k\pi}{l} \right) \right); \quad (8)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \omega - \mu + \frac{l}{a\omega} \left( a l V^2 \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 + \left( \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 \left( \gamma^2 \delta - \delta l \left( \frac{k\pi}{l} \right)^2 - 2\gamma \delta \left( \frac{k\pi}{l} \right) \right) \right) \right)$$

На основі отриманих диференціальних рівнянь (5), (6) та (8) побудуємо графічні залежності впливу швидкості руху сипкого середовища вздовж сита вібраційного сепаратора на амплітуду та частоту кодівань сипкого середовища.

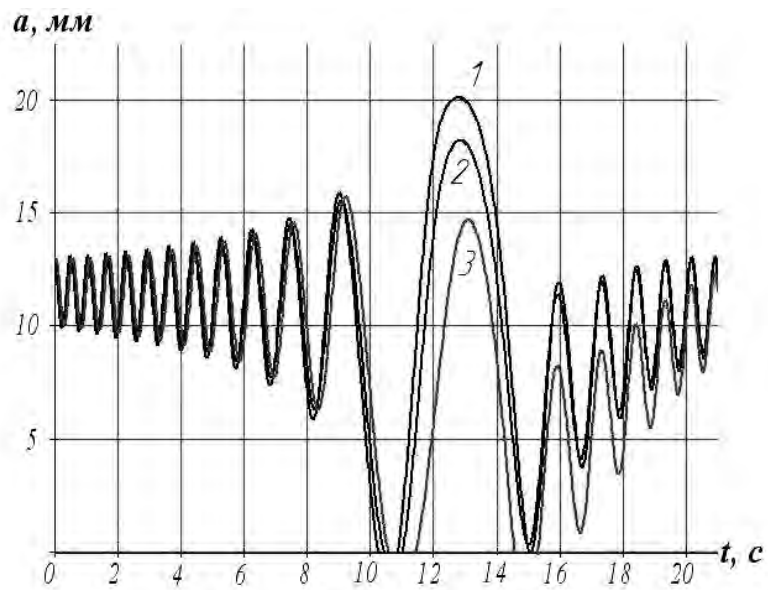


Рис. 2. Графік залежності амплітуди коливань сипкого середовища від швидкості руху сипкого середовища вздовж сита:

1 –  $V = 1,5$  м/с; 2 –  $V = 1,2$  м/с; 3 –  $V = 1$  м/с

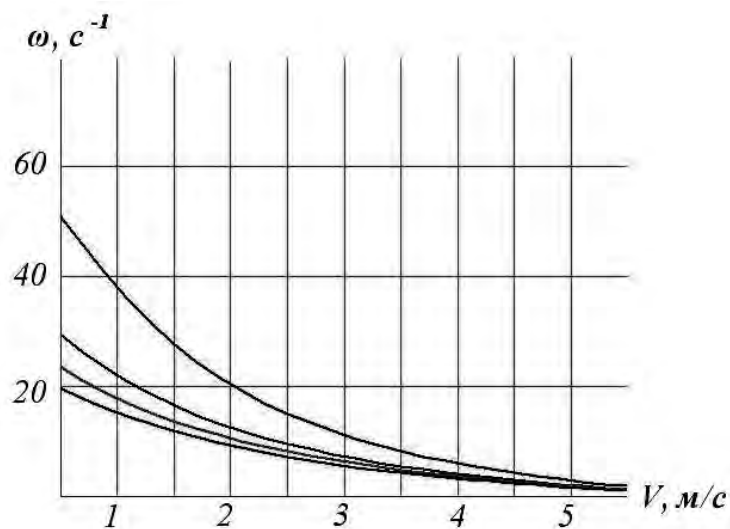


Рис. 3. Графік залежності зміни частоти коливань від швидкості руху сипкого середовища вздовж сита

**Висновки.** Наведені на рис. 2 та 3 графічні залежності показують, що незалежно від початкового значення частота власних коливань сипкого середовища спадає із зростанням його швидкості руху вздовж сита вібросепаратора, а його резонансна амплітуда зростає. Резонансне значення амплітуди коливань сипкого середовища у разі зростання швидкості руху вздовж сита спочатку зростає, а потім спадає. Як відомо, резонанс у сипкому середовищі сприяє ефективнішому його розділенню, тому найпродуктивнішим буде процес сепарації незалежно від пружних властивостей сипкого середовища за умови, що швидкості руху сипкого середовища вздовж сита будуть мати малі значення та не перевищувати 1,2–1,5 м/с. Збільшення швидкості руху сипкого середовища вздовж сита вібраційного сепаратора призводить до зниження частоти коливання і відповідно зменшує продуктивність процесу сепарації.

1. Блехман И. И. *Вибрационное перемещение* / И. И. Блехман, Г. Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с. 2. Гениев Г. А. *Вопросы динамики сыпучей среды* / Г. А. Гениев // ЦНИИ строит. констр. им. В. А. Кучеренко. – М.: Госстройиздат, 1958. – Вып. 2. – 122 с. 3. Гончаревич И. Ф. *Вибрационные грохоты и конвейеры* / И. Ф. Гончаревич, В. Д. Земсков, В. И. Корешков. – М.: Госгортехиздат, 1960. – 380 с. 4. Ребот Д. П. *Формування динамічних параметрів та підвищення ефективності вібросепараторів сипких середовищ: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.09.* / Національний ун-т “Львівська політехніка”. – Львів, 2001. – 36 с. 5. Ребот Д. П. *Динаміка сипкого середовища при вібросепарації* / Д. П. Ребот // ПНТУ Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – 2009. – Вып. 3(25). – С. 188–192. 6. Боголюбов Н. Н., *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний* / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.