УДК621.3.045

В.М. Віннік, В.І. Будзан, О.Є. Собченко
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра безпеки життєдіяльності

ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ЯВИЩ В НАМОТУВАЛЬНІЙ СИСТЕМІ З НЕКРУГЛИМИ БАРАБАНАМИ

Поданий опис динамічних явищ у намотувальній системі, що складається з двох барабанів з некруглим поперечним перерізом та гнучкого елемента. Одержані рівняння руху механічної системи та математично описана зміна довжини гнучкого елемента.

Presents the description of the dynamic phenomena of the winding system that consists of the two non-round cross section coils and the flexible element. The equations of the mechanical system motion are obtained and the flexible element length change is described.

Через неточність виготовлення, зношування при експлуатації, а також в результаті порушення режимів намотування або за конструктивними вимогами барабани намотувальної системи можуть бути некруговими циліндрами (еліпсні, ексцентрично посаджені кругові циліндри і т.д.).

Тут наводяться загальні міркування про математичне представлення динамічних явищ при намотуванні абсолютно гнучкого матеріалу (нитки) з некруглого випуклого барабана на також некруглий випуклий барабан (рис. 1).

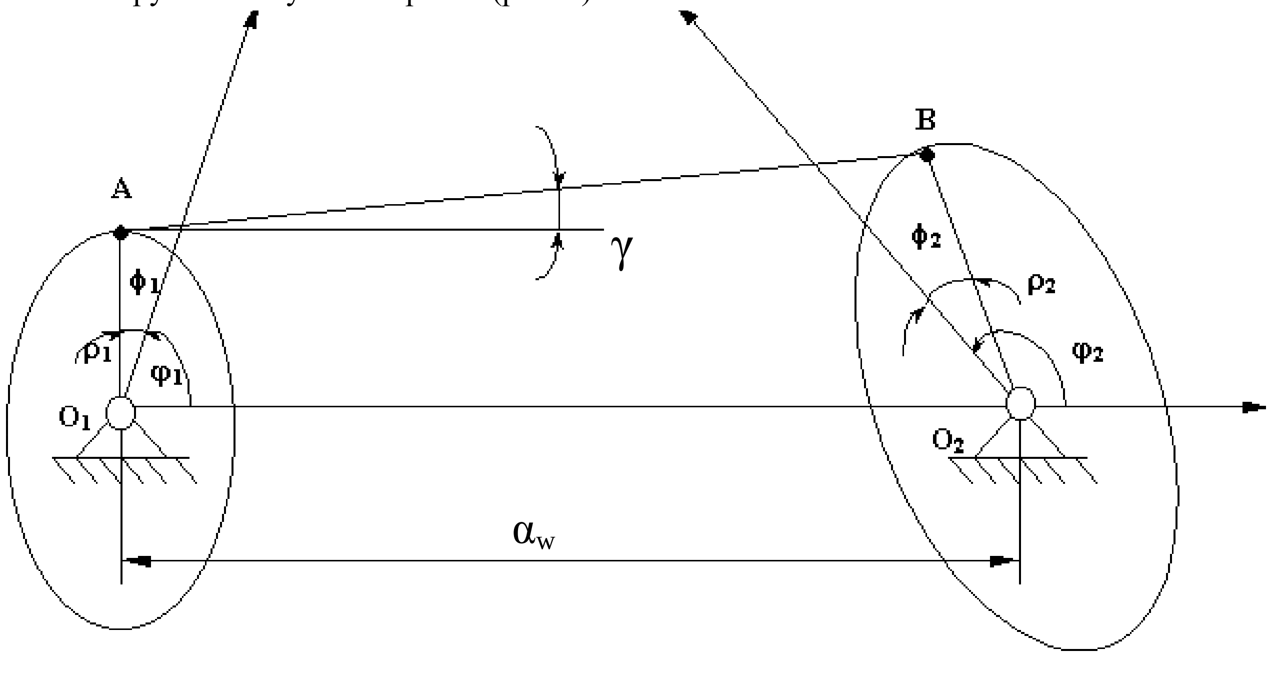

Рис. 1. Розрахункова схема намотуваної системи

Нехай радіус-вектор профілю поперечного перерізу ведучого барабана в полярних координатах $\rho_1(\psi_1)$, а веденого – $\rho_2(\psi_2)$. Тут ψ_1 та ψ_2 – профільні кути барабанів.

Якщо за кути повороту барабанів φ_1 та φ_2 прийняти кути поворотів полярних осей їх профілів, то довжина нитки між барабанами намотувальної системи має вигляд:

$$l = \left(\left(\rho_2 \sin(\varphi_2 + \phi_2) - \rho_1 \sin(\varphi_1 + \phi_1)\right)^2 + \left(\alpha_w + \rho_2 \cos(\varphi_2 + \phi_2) - \rho_1 \cos(\varphi_1 + \phi_1)\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} . \tag{1}$$

Тут α_w – відстань між осями барабанів; ϕ_1, ϕ_2 – кути між полярними осями та радіус-векторами, що з'єднують точки дотику нитки з осями обертання барабанів.

Кути ϕ_1, ϕ_2 встановлюються з геометричних співвідношень, одержаних з рівняння спільної дотичної до обох профілів барабанів (очевидні, але громіздкі перетворення не наводяться):

$$\begin{aligned} &\rho_1^2 - \rho_{1\phi}\rho_2 \sin(\varphi_1 + \phi_1 - (\varphi_2 + \phi_2)) - \rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 + \phi_1 - (\varphi_2 + \phi_2)) = \\ &= \alpha_w \left(\rho_{1\phi} \sin(\varphi_1 + \phi_1) + \rho_1 \cos(\varphi_1 + \phi_1)\right) . \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\rho_2^2 + \rho_{2\phi}\rho_1 \sin(\varphi_1 + \phi_1 - (\varphi_2 + \phi_2)) - \rho_1\rho_2 \cos(\varphi_1 + \phi_1 - (\varphi_2 + \phi_2)) = \\ &= \alpha_w \left(\rho_{1\phi} \sin(\varphi_2 + \phi_2) + \rho_1 \cos(\varphi_2 + \phi_2)\right) . \end{aligned} \tag{3}$$

Тут ρ_1, ρ_2 – значення радіус-векторів профілів барабнів при кутах ϕ_1 та ϕ_2; $\rho_{1\phi} = \dfrac{\partial \rho_1(\psi_1)}{\partial \psi_1}$ при $\psi_1 = \phi_1$; $\rho_{2\phi} = \dfrac{\partial \rho_2(\psi_2)}{\partial \psi_2}$ при $\psi_2 = \phi_2$.

Отже, для знаходження φ_1 та φ_2 як функції ϕ_1, ϕ_2 одержані трансцендентні залежності (2) і (3), які можна для спрощення доповнити залежністю:

$$tg\gamma = \frac{\rho_{1\phi_1} \dfrac{d\phi_1}{\varphi_1} \sin(\varphi_1 + \phi_1) + \rho_1 \left(\dfrac{d\phi_1}{d\varphi_1} + 1\right) \cos(\varphi_1 + \phi_1)}{\rho_{1\phi_1} \dfrac{d\phi_1}{\varphi_1} \cos(\varphi_1 + \phi_1) - \rho_1 \left(\dfrac{d\phi_1}{d\varphi_1} + 1\right) \sin(\varphi_1 + \phi_1)} =$$

$$= \frac{\rho_{2\phi_2} \dfrac{d\phi_2}{d\varphi_2} \sin(\varphi_2 + \phi_2) + \rho_2 \left(\dfrac{d\phi_2}{d\varphi_2} + 1\right) \cos(\varphi_2 + \phi_2)}{\rho_{2\phi_2} \dfrac{d\phi_2}{d\varphi_2} \cos(\varphi_2 + \phi_2) - \rho_2 \left(\dfrac{d\phi_2}{d\varphi_2} + 1\right) \sin(\varphi_2 + \phi_2)} ,$$

яка є вираженням тангенса кута нахилу нитки до осі абсцис.

Рівняння руху барабанів запишуться (при нехтуванні зміною моментів інерції внаслідок намотування та змотування нитки) у формі:

$$T_1 - \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} J_1 = F\rho_1 \sin(\varphi_1 + \phi_1 - \gamma) . \tag{4}$$

$$F\rho_2 \sin(\varphi_2 + \phi_2 - \gamma) = T_2 - \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} J_2 . \tag{5}$$

Тут F – сила натягу гнучкого елемента; t – час; T_1 – рушійний момент, прикладений до ведучого барабана; T_2 – момент опору (підгальмовування), прикладений до веденого барабана; J_1, J_2 – моменти інерції ведучого та веденого барабанів.

Система рівнянь повинна бути доповнена рівнянням зміни довжини намотуваного матеріалу в диференційній формі:

$$dl = d\left(\frac{Fl}{c}\right) + d(\varphi_2 + \phi_2)\rho_2\left(1 + \frac{1}{2\rho_2^2}\left(\frac{\partial\rho_2}{\partial\phi_2}\right)^2\left(1 - \frac{\partial\phi_2}{\partial\varphi_2}\right)^2\right) - \\ - d(\varphi_1 + \phi_1)\rho_1\left(1 + \frac{1}{2\rho_1^2}\left(\frac{\partial\rho_1}{\partial\phi_1}\right)^2\left(1 - \frac{\partial\phi_1}{\partial\varphi_1}\right)^2\right). \tag{6}$$

Тут c – жорсткість поперечного перерізу намотуваного матеріалу при розтягу.

Значення поточної довжини нитки l виражається формулою (1).

Отже, система рівнянь (1)–(6) описує динамічні явища в намотувальній системі. Очевидно, що розв'язувативати її можна тільки при конкретних виразах ρ_1, ρ_2 та початкових умовах.

Наприклад, якщо барабан круглий радіусом r, але його центр в початковому положенні зміщений від осі обертання на ексцентриситет z, то значення радіус-вектора буде:

$$\rho = z\cos\psi + \sqrt{r^2 + z^2\sin\psi}\,. \tag{7}$$

Якщо барабан еліптичний з півосями a і b та його центр зміщено від осі обертання на величину z (при збіганні більшої осі a з напрямом міжосевої лінії барабанів).

$$\rho_j^2\left(a_j^2\sin^2\phi_j + b_j^2\cos^2\phi_j\right) - 2b_j^2\rho_j z_j\cos\phi_j + b_j^2 z_j^2 = a^2b^2\,. \tag{8}$$

Виразивши радіуси ρ_1, ρ_2, можна конкретизувати систему виразів для намотувальних систем з найбільш типовими некруглими барабанами.