

А.Р. Дзюбик, І.Б. Назар
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра зварювального виробництва, діагностики
та відновлення металоконструкцій

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В КОЛОВИХ ШВАХ

© Дзюбик А.Р., Назар І.Б., 2002

Викладено математична модель експериментально-розрахункового методу визначення залишкових напружень у стикових зварних з'єднаннях коловим швом. Запропоновано функцію для описання поля зварювальних пластичних деформацій.

The mathematical model of an experimental - settlement method of definition of residual voltage in welded joints is sent by a ring seam. It is offered function for definition of a field of plastic welding deformations.

Широке застосування в машинобудівній промисловості мають деталі з круговими швами. Під час їх зварювання виникають пластичні деформації, що зумовлюють залишкові напруження. Останні можуть суттєво впливати на технологічну та експлуатаційну міцність виробу.

В роботі пропонується математична модель методу визначення величини та характеру розподілу залишкових напружень у зварному з'єднанні коловим швом з врахуванням крайових умов. Вона базується на використанні рівнянь механіки деформівних тіл з власними напруженнями, а також інформації, отриманої за допомогою експериментальних методів.

Розглянемо випадок накладання зварного шва на круглу тонкостінну деталь, що обмежена радіусом R , наприклад, диск сільськогосподарської сівалки [1]. Під час експлуатації такі диски внаслідок інтенсивної дії абразивних складових робочого середовища швидко зношуються. Для їх відновлення до робочих розмірів переважно застосовують технологію, яка передбачає приварювання до підготовлено диска 1 набору сегментів 2, коловим зварним швом 3 (рис. 1).

Вважаючи, що напружений стан в коловому зварному шві відновлюваного диска є плоский, попередньо приймаємо умову осьової симетрії, і головними напрямками у випадку формування колового шва будуть радіальний та коловий. Відповідно тензор напружень буде мати дві, відмінні від нуля, компоненти σ_{rr} та $\sigma_{\theta\theta}$, а тензор деформацій – дві незалежні компоненти ϵ_{rr} та $\epsilon_{\theta\theta}$. Тоді, записавши умову рівноваги [2, 3], отримаємо:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rr}), \quad (1)$$

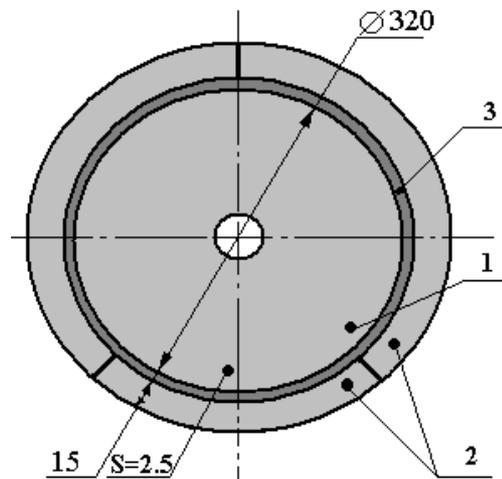


Рис. 1. Загальний вигляд та геометричні характеристики відновленого диска сільськогосподарської сівалки:
1 – центральна частина, 2 – сегмент,
3 – коловий зварний шов

та враховуючи геометричні співвідношення $\varepsilon_{rr} = \frac{\partial U}{\partial r}$; $\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U}{r}$; $\varepsilon_{r\theta} = \frac{\partial}{\partial r}(r\varepsilon_{\theta\theta})$; $U = U(r)$ – радіальне переміщення, згідно з методом умовних пластичних деформацій [3], отримаємо

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{1}{E}(\sigma_{rr} - \mu\sigma_{\theta\theta}) + \varepsilon_{rr}^0, \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{E}(\sigma_{\theta\theta} - \mu\sigma_{rr}) + \varepsilon_{\theta\theta}^0,\end{aligned}\quad (2)$$

де ε_{rr}^0 , $\varepsilon_{\theta\theta}^0$ – умовні пластичні деформації, які забезпечують узгодження розрахункових величин $\sigma_{rr}(r)$, $\sigma_{\theta\theta}(r)$, $U(r)$ з експериментальними даними; μ – коефіцієнт Пуассона.

Величини ε_{rr}^0 і $\varepsilon_{\theta\theta}^0$ після побудови відповідних розв’язків визначаються із умов узгодження між розрахунковими значеннями компонентів і відповідними величинами, знайденими на основі експериментальних даних із врахуванням (1) та (2) [2]:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial U}{\partial r} + \mu \cdot \frac{U}{r} - (\varepsilon_{rr}^0 + \mu \cdot \varepsilon_{\theta\theta}^0) \right], \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{U}{r} + \mu \cdot \frac{\partial U}{\partial r} - (\varepsilon_{\theta\theta}^0 + \mu \cdot \varepsilon_{rr}^0) \right].\end{aligned}\quad (3)$$

Підставивши отримані співвідношення (3) у рівняння (1), отримаємо розв’язок рівняння відносно переміщень $U(r)$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot U) \right] = \frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon_{rr}^0 + \mu \cdot \varepsilon_{\theta\theta}^0) + \frac{1-\mu}{r} \cdot (\varepsilon_{rr}^0 + \varepsilon_{\theta\theta}^0).\quad (4)$$

Розв’язок задачі для круглої пластини радіусом R , приймаючи умови: $r = 0$, $U = 0$, можна записати у вигляді

$$U(r) = \frac{1+\mu}{2r} \int_0^r [\varepsilon_{rr}^0(\xi) + \varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi)] \xi d\xi + \frac{r(1-\mu)}{2} \int_r^R \frac{\varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi) - \varepsilon_{rr}^0(\xi)}{\xi} d\xi + C_1 r,\quad (5)$$

де ξ – змінна інтегрування.

Підставивши (5) у рівняння (4) та виконавши деякі математичні перетворення, отримаємо вирази для розрахунку залишкових напружень у будь-якій точці даного кругового зварного з’єднання деталі:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}(\xi) &= \frac{E}{2} \left[\int_r^R \frac{\varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi) - \varepsilon_{rr}^0(\xi)}{\xi} d\xi - \frac{1}{r^2} \int_0^r [\varepsilon_{rr}^0(\xi) + \varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi)] \xi d\xi + A \right] \\ \sigma_{\theta\theta}(\xi) &= \frac{E}{2} \left[\int_r^R \frac{\varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi) - \varepsilon_{rr}^0(\xi)}{\xi} d\xi + \frac{1}{r^2} \int_0^r [\varepsilon_{rr}^0(\xi) + \varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi)] \xi d\xi - 2\varepsilon_{\theta\theta}^0(r) + A \right],\end{aligned}\quad (6)$$

де $\varepsilon_{\theta\theta}^0 = -\varepsilon_0^* \varphi(\xi)$, $\varepsilon_{rr}^0 = -k\varepsilon_0^* \varphi(\xi)$, $A = \frac{1}{R^2} \int_0^R [\varepsilon_{rr}^0(\xi) + \varepsilon_{\theta\theta}^0(\xi)] \xi d\xi$, k – коефіцієнт, що враховує технологічні параметри зварювання.

Компоненти поля пластичних деформацій можна зобразити для класу сталей, які не схильні до гартування у вигляді спеціальної функції (7). Вона для кожного виду зварювання визначається експериментально [2, 4], а загалом її можна записати у вигляді:

$$\varphi(\xi) = 1 + p_1\xi + p_2\xi^2 + p_3\xi^3 + p_4\xi^4. \quad (7)$$

Запропонована на основі узагальнення відомих експериментальних даних функція дає змогу описати характер кривої поля пластичних деформацій при формуванні шва зварного з'єднання. Для визначення невідомих параметрів $p_1 \dots p_4$ слід розв'язати систему чотирьох рівнянь, яка впливає з таких граничних умов:

$$\begin{aligned} \varphi(\xi) = 0, \quad \xi = r_1; \quad \varphi(\xi) = 0, \quad \xi = r_2; \\ \frac{d\varphi}{d\xi} = 0, \quad \xi = r_1; \quad \frac{d\varphi}{d\xi} = 0, \quad \xi = r_2, \end{aligned} \quad (8)$$

де r_1 і r_2 – початок і кінець зони пластичних деформацій.

Враховуючи, що поле пластичних деформацій, яке виникає під час зварювання, локалізоване в околі шва, то для даної функції слід записати такі умови існування:

$$\begin{aligned} \varphi(\xi) = 1 + p_1\xi + p_2\xi^2 + p_3\xi^3 + p_4\xi^4 \quad \text{при } r_1 \leq \xi \leq r_2; \\ \varphi(\xi) = 0 \quad \text{при } r_1 \geq \xi, r_2 \leq \xi \end{aligned}$$

отримуємо формули для розрахунку величини та характеру розподілу залишкових напружень в коловому шві.

Наступне розв'язання задачі проводимо по умовно розділених ділянках зварного з'єднання. Відповідно формули для напружень запишемо так:

- перша ділянка $0 \leq \xi \leq r_1$;

$$\sigma_{rr}(\xi) = -\frac{E\varepsilon_0^*}{2} \left[(1-k) \int_{r_1}^{r_2} \frac{\varphi(\xi)}{\xi} d\xi + A \right],$$

$$\sigma_{\theta\theta}(\xi) = \sigma_{rr},$$

- друга ділянка $r_1 \leq \xi \leq r_2$;

$$\sigma_{rr}(\xi) = -\frac{E\varepsilon_0^*}{2} \left[(1-k) \int_{\xi}^{r_2} \frac{\varphi(\xi)}{\xi} d\xi - \frac{1+k}{\xi^2} \int_{r_1}^{\xi} \varphi(\xi) \xi d\xi + A \right],$$

$$\sigma_{\theta\theta}(\xi) = -\frac{E\varepsilon_0^*}{2} \left[(1-k) \int_{\xi}^{r_2} \frac{\varphi(\xi)}{\xi} d\xi + \frac{1+k}{\xi^2} \int_{r_1}^{\xi} \varphi(\xi) \xi d\xi - 2\varphi(\xi) + A \right],$$

- третя ділянка $r_2 \leq \xi \leq R$

$$\sigma_{rr}(\xi) = -\frac{E\varepsilon_0^*}{2} A \left[-\frac{R^2}{r^2} + 1 \right],$$

$$\sigma_{\theta\theta}(\xi) = -\frac{E\varepsilon_0^*}{2} A \left[\frac{R^2}{r^2} + 1 \right].$$

Отже, отримано формули для визначення розподілу напружень у зварному стиковому з'єднанні з коловим швом, виконаного у сталях, які не схильні до гартування.

Для знаходження невідомих параметрів поля залишкових пластичних деформацій $(\epsilon_0^*, r_1, r_2, k)$ використовується експериментальна інформація про поле напружень і будується спеціальний функціонал, мінімізація якого забезпечує мінімальне відхилення теоретично обчислених від експериментальних характеристик полів напружень [4]. Після знаходження параметрів поля, напруження можна обчислити у довільній точці елемента конструкції.

Із застосуванням розробленого математичного апарату проводилося дослідження напруженого стану відновлених дисків сільськогосподарських сівалок. Експериментальна інформація отримувалася методами ТЕРС [5] і магнітопружної тензометрії [6]. Отримані результати показали добру узгоджуваність, а відхилення експериментальних і експериментально-розрахункових даних не перевищувало 15% [7].

Розроблений математичний апарат та доступні експериментальні дані дають змогу враховувати реальний стан експлуатації деталі (зміну поля напружень внаслідок техногенного чи природного впливу) та отримати величину напружень у будь-якій точці зварного з'єднання коловим швом.

1. Патент №38536А, Україна, МПК 7 А01В7/00, А01В15/16. Спосіб відновлення спрацьованих дисків сільськогосподарської сівалки. Назар І.Б. (Україна). Заявлено 20.07.2000р., Опубліковано Бюл. №4, 2001. 2. Сварные строительные конструкции. Т.1 / В.М. Барышев, В.И. Галинич, В.С. Гиренко и др. / Под ред. Л.М. Лобанова. – К.: Наукова думка, 1993. – 416 с. 3. Подстригач Я. С., Пляцко Г.В., Осадчук В.А. К определению остаточных сварочных напряжений в цилиндрических оболочках // Автоматическая сварка. – 1971. – № 3. – С. 50 – 58. 4. Осадчук В., Большаков М., Палаш В. Неруйнівний метод визначення залишкових напружень у зварних оболонках // Машинознавство.— 1997.- №1. – С. 5 – 9. 5. Патент 30516 А Україна, МПК G 01 L1/20, H 01L 35/28, 35/30, 35/32. Спосіб визначення напружень в поверхневому шарі металевого виробу і пристрій для його реалізації: Пат. 30516 А Україна, МПК G 01L 1/20, H 01L 35/28, 35/30, 35/32/ Палаш В.М., Юськів В.М., Дзюбик А.Р. (Україна); Заявлено 19.05.98; Опубліковано 15.11.2000, Бюлетень № 6 – II. – 3 с. 6. Фомичев С.К., Минаков С.Н., Данильчик А.В., Татарников В.Г., Яременко М.А. Измеритель механических напряжений серии MESTR – 41x // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 1998. – № 1. – С. 58 – 60. 7. Палаш В., Назар І. Метод відновлення спрацьованих дисків сільськогосподарських сівалок // Тези доповідей V Міжнародного симпозиуму українських інженерів-механіків у Львові. – Львів: Кінпатрі ЛТД. – 2001. – С. 113.