

приводів із заданими характеристиками. Одержані результати є особливо корисними для автоматизованого проектування електроприводів постійного струму.

1. Эткин В.А. Термодинамика неравновесных процессов переноса и преобразования энергии. – Саратов, 1991. 2. Вестерхоф Х., ван Дам К. Термодинамика и регуляция превращений свободной энергии в биосистемах: Пер. с англ. – М., 1992. 5. Щур І. Застосування принципів нерівноважної термодинаміки для аналізу енергетичної ефективності електроприводів // Проблеми економії енергії: Зб. матеріалів III Міжнар. наук.-практ. конф. – Львів, 2001. – 140 с.

УДК 621.314

М.А.Яцун

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ЕМА

ПРОСТОРОВІ ГАРМОНІКИ МРС КЛІТКИ РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ЗА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТУ В ОДНОМУ СТРИЖНІ

© Яцун М.А., 2002

Визначені комплексні величини просторових гармонік магніторушійної сили додаткових струмів від дефекту в стрижні короткозамкненої клітки обмотки ротора асинхронного двигуна.

Complex value space harmonic of the magnetomotive force at the addit current from the defekt in the bar squirrel-cage rotor winding induction motor has been determined.

При незначному порушенні симетрії короткозамкненої клітки ротора можна прийняти, що напруга живлення і струм неробочого ходу залишаються незмінними. Стан магнітної системи будемо враховувати коефіцієнтом насичення. Аналіз проведимо за основними (першими) гармоніками всіх величин.

Струм неробочого ходу (i_0) створює обертову магніторушійну силу (МРС), величина якої на один полюс за першою гармонікою у точці повітряного проміжку з координатою x $F_0 = (0,45/p)mI_0w_1K_{o61}\sin(\omega t + \pi x/\tau)$, де відлік координати x (кута $\alpha = \pi x/\tau$) береться від осі фази А зі струмом $i_0 = I_0\sqrt{2}\sin\omega t$; p , m , w_1 – кількість відповідно пар полюсів, фаз і витків у фазі статора; K_{o61} і τ – відповідно обмотковий коефіцієнт і полюсний крок; $\omega = 2\pi f$ – колова частота; f – частота змінного струму.

МРС F_0 створює основне магнітне поле, яке обертається з частотою $n=60f/p$ і наводить у дефектному (першому) стрижні короткозамкненої обмотки ротора електрорушійну силу (ЕРС)

$$\begin{aligned}
 e_{01} &= B_{01}lv_B = \frac{2p\tau n_B}{60} l \frac{\mu_0 F_0}{K_H K_\delta \delta} = \frac{2p\tau n_B}{60} l \frac{\mu_0}{K_H K_\delta \delta} \frac{0,45}{p} m I_0 w_1 K_{o61} \times \\
 &\times \sin \left[\omega t + \frac{\pi}{\tau} \left(x_0 - \frac{2p\tau n_p}{60} t \right) \right] = 2fs\tau l \frac{0,45\mu_0}{pK_H K_\delta \delta} m I_0 w_1 K_{o61} \sin \left(s\omega t + \frac{\pi}{\tau} x_0 \right) = \\
 &= E_{01m} \sin \left(s\omega t + \frac{\pi}{\tau} x_0 \right), \tag{1}
 \end{aligned}$$

де $E_{01m} = 0,9\mu_0 m f s t l l_0 w_1 K_{\delta 01} / (p K_n K_{\delta} \delta)$; $x = x_0 - 2r p n_p t / 60$ – координата розташування дефектного стрижня; x_0 – початкова координата стрижня; n_p – частота обертання ротора; n_p і v_b – відносна частота і швидкість обертання ротора (відносно поля статора).

У комплексній формі

$$\dot{E}_{01} = \frac{E_{01m}}{\sqrt{2}} e^{j(\pi x_0 / \tau)} = E_{01} e^{j(\pi x_0 / \tau)}. \quad (2)$$

Еквівалентний комплексний опір фази короткозамкненої клітки ротора [1]: $\underline{Z}_E = \underline{Z}_c + \underline{Z}_k / [2 \sin^2(\Theta / 2)] = Z_E e^{j\varphi_E}$, де \underline{Z}_c і \underline{Z}_k – комплексний опір відповідно стрижня та елемента короткозамкненого кільця між двома сусідніми стрижнями; $\Theta = 2\pi r / n$; n – кількість стрижнів у обмотці ротора.

Тоді струм у стрижні за відсутності дефекту

$$\dot{I}_{c1c} = \dot{E}_{01} / \underline{Z}_E = \frac{E_{01m}}{\sqrt{2} Z_E} e^{j(\pi x_0 / \tau - \varphi_E)}. \quad (3)$$

Відомо [1, 2], що розподіл додаткового струму у короткозамкненій клітці ротора асинхронного мотора при збільшенні опору у першому стрижні на величину \underline{Z}_{d1} визначається при $k = 1$ виразом

$$\begin{aligned} \dot{I}_{c1} &= - \frac{2 \dot{I}_{c1c} \underline{Z}_{d1} \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]}{\underline{Z}_0 \{ \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_k) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]} = \\ &= D_1 E_{01} e^{j(\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E + \varphi_{D1})} / Z_E; \end{aligned} \quad (4)$$

при $k = 2, 3, \dots, m, \dots, n$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ck} &= \frac{4 \underline{Z}_{d1} \operatorname{sh}(\gamma_1 / 2) \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1 / 2] \operatorname{ch}[(n/2 - k + 1)\gamma_1]}{\underline{Z}_0 \{ \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_k) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]} \dot{I}_{c1c} = \\ &= D_k \dot{I}_{c1c} = D_k e^{j\varphi_{Dk}} E_{01} e^{j(\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E)} / Z_E = D_k E_{01} e^{j(\omega t + \pi x_0 / \tau - \varphi_E + \varphi_{Dk})} / Z_E, \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} \underline{D}_k &= D_k e^{j\varphi_{Dk}} = \frac{4 \underline{Z}_{d1} \operatorname{sh}(\gamma_1 / 2) \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1 / 2] \operatorname{ch}[(n/2 - k + 1)\gamma_1]}{\underline{Z}_0 \{ \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1] + 1 \} + (2\underline{Z}_c + 2\underline{Z}_{d1} + \underline{Z}_k) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1]}; \\ \underline{Z}_0 &= \sqrt{\underline{Z}_k (\underline{Z}_k + 2\underline{Z}_c)}; \quad \operatorname{th} \gamma_1 = \sqrt{\underline{Z}_k (\underline{Z}_k + 2\underline{Z}_c)} / (\underline{Z}_k + \underline{Z}_c). \end{aligned}$$

При обриві першого стрижня

$$\dot{I}_{cko} = \frac{\operatorname{sh}(\gamma_1 / 2) \operatorname{ch}[(n/2 - k + 1)\gamma_1]}{\operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1 / 2]} \dot{I}_{c1c}; \quad \dot{I}_{clo} = -\dot{I}_{c1c}; \quad (6)$$

$$\dot{I}_{cko}^* = I_{cko}^* \exp(\varphi_{iko}) = \frac{\dot{I}_{cko}}{\dot{I}_{c1c}} = \frac{\operatorname{sh}(\gamma_1 / 2) \operatorname{ch}[(n/2 - k + 1)\gamma_1]}{\operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1 / 2]}; \quad \dot{I}_{clo}^* = -1. \quad (7)$$

У табл. 1 наведені результати розрахунків за виразом (7) додаткових струмів у короткозамкненій клітці ротора при обриві одного (першого) стрижня і різних значення ковзання ($s = 0,02; 0,2; 1,0$) для випадку, коли $\underline{Z} = \underline{Z}_c / \underline{Z}_k = (50 + j250s) / (1 + j2s)$ і $n = 30$. Вони показують, що при віддаленні по колу в обидва боки від обірваного стрижня відносні модулі додаткових струмів у здорових стрижнях значно зменшуються і повертаються за фазою у напрямі випередження. Разом з тим при збільшенні навантаження відносні модулі додаткових струмів дещо зменшуються і переходять за фазою через максимум.

Таблиця 1

**Відносні модулі і фази додаткових струмів
у стрижнях клітки ротора при обриві першого стрижня**

| k | | s = 0,02 | | s = 0,2 | | s = 1,0 | |
|----|----|---------------|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| | | $I_{c k 0}^*$ | $\Phi_{i k 0}^o$ | $I_{c k 0}^*$ | $\Phi_{i k 0}^o$ | $I_{c k 0}^*$ | $\Phi_{i k 0}^o$ |
| 1 | | -1 | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 |
| 2 | 30 | 0,091 | -1,474 | 0,081 | -9,856 | 0,065 | -5,82 |
| 3 | 29 | 0,075 | -1,121 | 0,068 | -7,72 | 0,057 | -4,677 |
| 4 | 28 | 0,061 | -0,763 | 0,058 | -5,546 | 0,051 | -3,514 |
| 5 | 27 | 0,05 | -0,399 | 0,049 | -3,327 | 0,045 | -2,332 |
| 6 | 26 | 0,042 | -0,028 | 0,042 | -1,057 | 0,04 | -1,134 |
| 7 | 25 | 0,034 | 0,353 | 0,036 | 1,267 | 0,036 | 0,074 |
| 8 | 24 | 0,029 | 0,743 | 0,03 | 3,642 | 0,032 | 1,279 |
| 9 | 23 | 0,024 | 1,142 | 0,026 | 6,052 | 0,029 | 2,467 |
| 10 | 22 | 0,02 | 1,548 | 0,023 | 8,463 | 0,027 | 3,611 |
| 11 | 21 | 0,017 | 1,954 | 0,02 | 10,816 | 0,025 | 4,682 |
| 12 | 20 | 0,015 | 2,345 | 0,018 | 13,013 | 0,023 | 5,643 |
| 13 | 19 | 0,013 | 2,698 | 0,017 | 14,952 | 0,022 | 6,45 |
| 14 | 18 | 0,012 | 2,987 | 0,016 | 16,476 | 0,021 | 7,064 |
| 15 | 17 | 0,011 | 3,177 | 0,015 | 17,457 | 0,02 | 7,449 |
| 16 | | 0,011 | 3,244 | 0,015 | 17,796 | 0,02 | 7,58 |

Комплексна амплітуда i -ї просторової гармоніки обертової магніторушійної сили (МРС) від додаткових струмів у короткозамкненій клітці ротора асинхронного двигуна при обриві одного (першого) стрижня (рис.1) визначається виразом

$$\begin{aligned}
 \dot{F}_{дi} &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\alpha_1} \dot{I}_{c1} \sin(i\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_1}^{2\alpha_1} (\dot{I}_{c1}/2 + \dot{I}_{c2}) \sin(i\alpha) d\alpha + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{(m-1)\alpha_1}^{m\alpha_1} \left(\dot{I}_{c1}/2 + \sum_{k=2}^m \dot{I}_{ck} \right) \sin(i\alpha) d\alpha + \dots + \int_{(n-1)\alpha_1}^{n\alpha_1} \left(\dot{I}_{c1}/2 + \sum_{k=2}^n \dot{I}_{ck} \right) \sin(i\alpha) d\alpha \right\} = \\
 &= -\frac{\dot{I}_{c1}}{2\pi i} \left\{ \cos(i\alpha_1) - 1 - \frac{\sin^2(i\alpha_1/2) \left[2 \cos^2(i\alpha_1/2) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2] + \operatorname{sh}\gamma_1 \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1/2] \right]}{\operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2] \left[\sin^2(i\alpha_1/2) + \operatorname{sh}^2(\gamma_1/2) \right]} \right\} = \\
 &= -\frac{C_n \dot{I}_{c1c} \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2] \sin^2(i\alpha_1/2)}{2\pi i \operatorname{sh}(\gamma_1/2)} \left\{ 2 + \frac{2 \cos^2(i\alpha_1/2) \operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2] + \operatorname{sh}\gamma_1 \operatorname{ch}[(n-1)\gamma_1/2]}{\operatorname{sh}[(n-1)\gamma_1/2] \left[\sin^2(i\alpha_1/2) + \operatorname{sh}^2(\gamma_1/2) \right]} \right\}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

де $\alpha_1 = 2\pi/n$.

Комплексна амплітуда основної гармоніки МРС симетричної клітки ротора на один полюс [4]

$$\dot{F}_{ppm} = \dot{F}_{pm} e^{j(p\alpha - \pi/2)}, \quad \text{де } \dot{F}_{pm} = n \dot{I}_{c1c} / (\sqrt{2}\pi p), \quad \dot{I}_{c1c} = I_{c1c} e^{j(\pi x_0 / \tau - \varphi_E)}. \quad (9)$$

Тоді відносна комплексна амплітуда i -ї гармоніки МРС клітки ротора на один полюс від додаткових струмів при наявності дефекту в одному стрижні

$$\dot{F}_{\text{діо}}^* = \frac{\sqrt{2}\dot{F}_{\text{ді}}}{\dot{F}_{\text{рм}}} = -\frac{C_n p \text{sh}[(n-1)\gamma_1/2] \sin^2(i\alpha_1/2)}{\text{insh}(\gamma_1/2)} \left\{ 2 + \frac{2 \cos^2(i\alpha_1/2) \text{sh}[(n-1)\gamma_1/2] + \text{sh}\gamma_1 \text{ch}[(n-1)\gamma_1/2]}{\text{sh}[(n-1)\gamma_1/2] [\sin^2(i\alpha_1/2) + \text{sh}^2(\gamma_1/2)]} \right\}. \quad (10)$$

При обриві першого стрижня

$$\dot{F}_{\text{діо}}^* = F_{\text{д}}^* \exp(\varphi_{\text{д}}) = -\frac{p \sin^2(i\alpha_1/2)}{\text{in}} \left\{ 2 + \frac{2 \cos^2(i\alpha_1/2) \text{sh}[(n-1)\gamma_1/2] + \text{sh}\gamma_1 \text{ch}[(n-1)\gamma_1/2]}{\text{sh}[(n-1)\gamma_1/2] [\sin^2(i\alpha_1/2) + \text{sh}^2(\gamma_1/2)]} \right\}. \quad (11)$$

Таблиця 2

**Відносні амплітуди і фази просторових гармонік МРС
від додаткових струмів у короткозамкненій клітці ротора**

| i | s = 0,02 | | s = 0,2 | | s = 1,0 | |
|----|-----------------------|------------------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------|------------------------------|
| | $F_{\text{д}}^*$ | $\varphi_{\text{д}}^{\circ}$ | $F_{\text{д}}^*$ | $\varphi_{\text{д}}^{\circ}$ | $F_{\text{д}}^*$ | $\varphi_{\text{д}}^{\circ}$ |
| 1 | 0,039 | 1,449 | 0,044 | 8,462 | 0,051 | 3,88 |
| 2 | 0,03 | 0,458 | 0,031 | 2,379 | 0,033 | 0,919 |
| 3 | 0,022 | 0,141 | 0,023 | 0,638 | 0,023 | 0,189 |
| 4 | 0,017 | 0,012 | 0,017 | -0,042 | 0,017 | -0,034 |
| 5 | 0,014 | -0,051 | 0,014 | -0,37 | 0,014 | -0,213 |
| 6 | 0,012 | -0,086 | 0,012 | -0,551 | 0,012 | -0,284 |
| 7 | 0,01 | -0,108 | 0,01 | -0,681 | 0,01 | -0,327 |
| 8 | $9,093 \cdot 10^{-3}$ | -0,121 | $9,001 \cdot 10^{-3}$ | -0,732 | $8,872 \cdot 10^{-3}$ | -0,355 |
| 9 | $8,105 \cdot 10^{-3}$ | -0,131 | $8,016 \cdot 10^{-3}$ | -0,779 | $7,896 \cdot 10^{-3}$ | -0,373 |
| 10 | $7,308 \cdot 10^{-3}$ | -0,137 | $7,224 \cdot 10^{-3}$ | -0,812 | $7,112 \cdot 10^{-3}$ | -0,386 |
| 11 | $6,653 \cdot 10^{-3}$ | -0,142 | $6,574 \cdot 10^{-3}$ | -0,835 | $6,469 \cdot 10^{-3}$ | -0,395 |
| 12 | $6,104 \cdot 10^{-3}$ | -0,145 | $6,03 \cdot 10^{-3}$ | -0,85 | $5,932 \cdot 10^{-3}$ | -0,401 |
| 13 | $5,638 \cdot 10^{-3}$ | -0,147 | $5,568 \cdot 10^{-3}$ | -0,861 | $5,477 \cdot 10^{-3}$ | -0,405 |
| 14 | $5,237 \cdot 10^{-3}$ | -0,148 | $5,172 \cdot 10^{-3}$ | -0,866 | $5,087 \cdot 10^{-3}$ | -0,407 |
| 15 | $4,888 \cdot 10^{-3}$ | -0,148 | $4,827 \cdot 10^{-3}$ | -0,868 | $4,748 \cdot 10^{-3}$ | -0,408 |
| 16 | $4,582 \cdot 10^{-3}$ | -0,148 | $4,525 \cdot 10^{-3}$ | -0,866 | $4,451 \cdot 10^{-3}$ | -0,407 |

У табл. 2 наведені результати розрахунків за виразом (11) відносних амплітуд і фаз просторових гармонік МРС ($i = 1 \dots 16$) від додаткових струмів у короткозамкненій клітці ротора при обриві одного (першого) стрижня, і різних значеннях ковзання ($s = 0,02; 0,2; 1,0$) для випадку, коли $\underline{Z} = \underline{Z}_C/\underline{Z}_K = (50+j250s)/(1+j2s)$ і $n = 30$. Вони показують, що зі збільшенням навантаження асинхронного двигуна відносні амплітуди просторових гармонік МРС дещо зростають і

переходять за фазою через максимум. Зі збільшенням порядкового номера гармоніки МРС монотонно зменшуються за амплітудою і повертаються за фазою у бік відставання.

1. Яцун М., Яцун А., Хліпальський Ю. Розподіл струму в короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів у ній // *Електромеханіка. Теорія і практика: Пр. наук.-техн. конф., присвяченої 100-річчю від дня народження видатного українського вченого-електромеханіка Тихона Губенка.* – Львів, 1996. – С. 203–206. 2. Яцун М., Яцун А. Розподіл і симетричні складові додаткових струмів у короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів в одному стрижні // *Теоретична електротехніка.* – 2000. – Вип. 55. – С. 124–128. 3. Яцун М., Яцун А. Додатковий електромагнетний момент асинхронного мотора від дефекту у стрижні короткозамкненої обмотки ротора // *4-th INTERNATIONAL MODELLING SCHOOL of AMSE-UAPL.* – Crimea, Alushta, Ukraine, 10-15 September 1999. 4. Яцун М.А. Просторові гармоніки МРС симетричної клітки ротора асинхронного двигуна // *Вісн. НУ “Львівська політехніка”.* – 2001. – № 435. – С. 186–189.