

УДК 621.372

В.М. Заяць

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра ПЗ

АЛГОРИТМ ПОШУКУ ХАОТИЧНИХ РЕЖИМІВ В КОЛИВАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ТА ЙОГО РЕАЛІЗАЦІЯ

© Заяць В.М., 2002

Запропоновано алгоритм пошуку хаотичних режимів у коливальній системі другого порядку. Результати комп'ютерного моделювання підтвердили відсутність областей параметрів та початкових умов, в яких існує хаос на основній частоті.

The algorithm for chaos search in vibration network with ferromagnetic core is proposed. The absence of this regime on basic frequency be confirmed by computer modeling results.

Вступ

Нелінійні різницеві рівняння та їх розв'язки володіють деякими специфічними властивостями, які дозволяють їх використовувати для моделювання складних коливальних процесів, зокрема в тих випадках, коли застосування звичайних диференціальних рівнянь є затруднено або навіть неможливо, незважаючи на потужні можливості сучасного програмного забезпечення. Основна відмінність різницевих рівнянь від диференціальних та, що перші є нескінченними, в той же час диференціальні рівняння є скінченними і отримання кожної нової гармоніки потребує збільшення порядку системи.

Постійно зростаючий інтерес до поведінки розв'язків різницевих рівнянь [1] зумовлений відносною простотою їх опрацювання. Адаже достатньо мінімуму обчислювальних затрат та засобів графічного опрацювання результатів, щоб прослідкувати поведінку розв'язків таких систем та встановити біфуркаційні значення параметрів, при яких відбувається народження нових режимів.

У цій статті запропоновано алгоритм пошуку можливих хаотичних режимів в коливальному контурі з ферромагнітним осердям при прямокутній апроксимації характеристики вхідного сигналу. Результати комп'ютерного моделювання підтвердили існування області зміни параметрів системи, для яких відсутні будь-які режими на основній частоті.

Аналіз умов відсутності стійких розв'язків коливального контуру з ферромагнітним осердям на основній частоті

Розглянемо послідовний R-L-C-контур з введенням ферромагнітного осердя в котушку індуктивності та прямокутній апроксимації характеристики вхідного сигналу з амплітудою $U_{вх}$ і періодом повторення T . Для простоти аналізу вважатимемо криву намагнічування ідеальною. Для визначеності приймемо, що в початковий момент часу $t = 0$ осердя знаходиться у від'ємному насиченні $-S$, тобто величина потокощеплення $\varphi = \frac{\Psi}{\Psi_S} = -1$,

напруга на ємності $U_c < 0$, вхідний сигнал $U_{вх} > 0$.

Зручно для аналізу ввести безрозмірні параметри:

$$\theta = \frac{2t}{T}; \quad a = \frac{2RC}{T}; \quad b = \frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{кр}}}; \quad U_{\text{кр}} = \frac{4\psi_S}{T} \quad \varphi = \frac{\psi}{\psi_S}; \quad U = \frac{U_c}{U_{\text{вх}}}.$$

Можливі розв'язки розглядуваної системи визначаються з системи двох диференціальних рівнянь першого порядку:

а) ненасичений режим

$$\frac{1}{2b} \frac{d\varphi}{d\theta} - U = 1 \quad (1)$$

в) насичений режим

$$a \frac{dU}{d\theta} + U = -1. \quad (2)$$

Для режиму основної частоти вхід в ^+S відбувається на першій половині першого періоду і з врахуванням (1) в момент

$$0 < \theta_{S0} = \frac{1}{b(1+U_0)} < 1 \quad (3)$$

де $U_0 > 0$ – значення напруги на ємності в момент $\theta=0$.

З (3) випливає, що

$$b > \frac{1}{2} \quad (4a)$$

і

$$\frac{1-b}{b} < U_0 < 1 \quad (4b)$$

Вихід з ^+S на основі (2) відбувається при

$$U_1 = -1 + (1+U_0) \cdot e^{-\frac{1-\theta_{S0}}{a}} \quad (5)$$

Якщо величина $U_1 < 0$, що спостерігається при

$$b > \frac{1}{(1+U_0)(1-a \ln(1+U_0))}, \quad (6)$$

то відбувається подальший рух в ^-S . На основній частоті вхід ^-S відбувається на другій половині першого періоду в момент

$$\theta_{S0}^- = \frac{1}{b(1-U_1)}, \quad (7)$$

причому для b і $|U_1|$ виконуються умови (4).

В силу рівняння (2), записаного для від'ємного півперіоду вхідного сигналу вихід з ^-S відбувається зі значенням напруги

$$U^* = 1 - (1-U_1) e^{-\frac{1-\theta_{S0}^-}{a}}. \quad (8)$$

Умова відсутності стійких коливальних режимів розглядуваної системи [2]

$$\left| \frac{dU^*}{dU_1} \cdot \frac{dU_1}{dU_0} \right| < 1 \quad (9)$$

набуває вигляду

$$a > \frac{x}{1 + x \ln \frac{1-x}{x}}, \quad (10)$$

де $x = 2ab < 1$.

У випадку невиконання (6), тобто $U_1 > 0$, відбудеться повторний вхід ^+S . Неважко переконатися, що вихід з повторного ^+S відбувається при від'ємній напрузі, яка на основі (2) визначається так:

$$U_{11} = -1 + (1 + U_1) e^{-\frac{2U_1}{a(1+U_1)}} < 0 \quad (11)$$

і далі відбувається рух в ^+S .

В цьому випадку умови відсутності стійких рухів

$$\left| \frac{dU^*}{dU_{11}} \cdot \frac{dU_{11}}{dU_1} \frac{dU_1}{dU_\theta} \right| < 1 \quad (12)$$

отримують при врахуванні (5), (8) та (11).

Алгоритм пошуку періодичних рухів

Проведений аналіз дозволяє сформулювати алгоритм пошуку періодичних режимів основної частини:

1. Ввести початкові значення параметрів системи та початкові умови:
 - a – має зміст коефіцієнта затухання;
 - b – величина коефіцієнта неідеальності осердя;
 - U_0 – початкове значення безрозмірної напруги на ємності приведені до амплітуди вхідного сигналу
 - E_{ps} – похибка визначення усталеного режиму.
2. Вирахувати U_1 на основі (5) з врахуванням (3);
3. Якщо $U_1 > 0$, то вирахувати U_{11} на основі (11);
4. Вирахувати U^* на основі (8);
5. Якщо $\frac{|U_0 - U^*|}{|U_0|} < E_{ps}$, то перейти до (8).
6. Присвоїти $U_0 = U_{11}$;
7. Перейти до 2.
8. Вивід рзультатів.

Цей алгоритм дає змогу знайти всі можливі (симетричні та несиметричні режими), існування яких доведено в роботі [3]. У випадку їх відсутності доходимо висновку про наявність області параметрів системи та початкових умов, де появляються хаотичні рухи.

Результати комп'ютерного моделювання

Аналіз нерівності (10) засвідчує, що при зміні $1 < a < 0,5$ існує область зміни $0,5 < b < 0,638$, де відсутні стійкі режими. Ця область обмежена кривою 1 та лінією $b = 0,5$ (див. рисунок). При цьому слід потурбуватись про те, щоб існували початкові значення U_0 ,

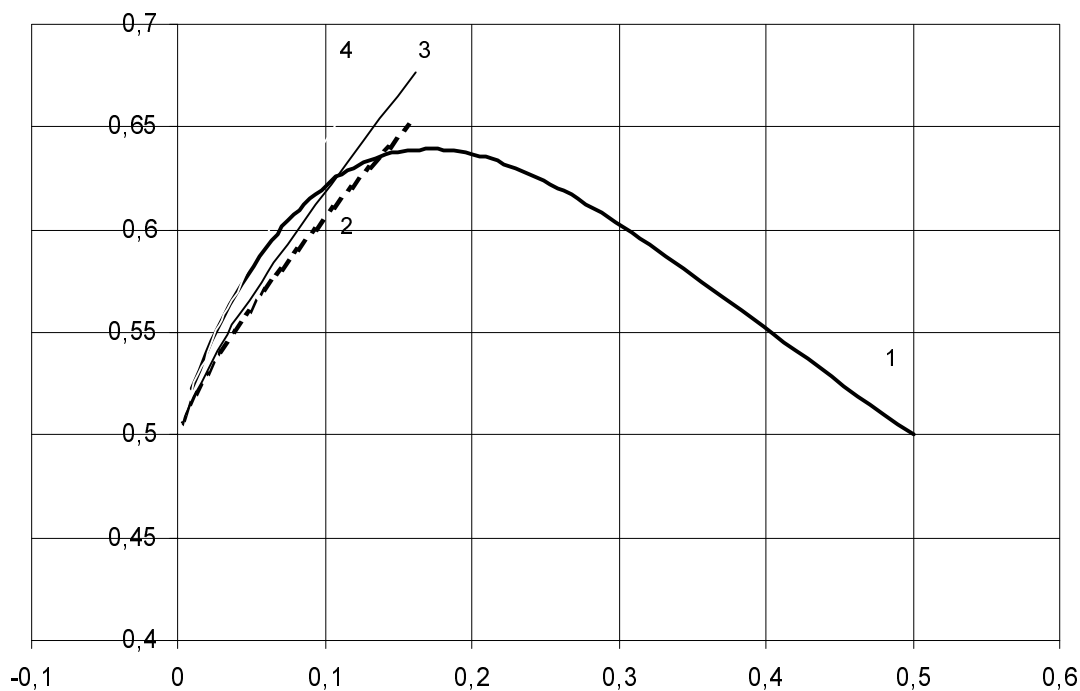
які одночасно задовольняють умови (4) та (6). Окрім того, в режимі основної частоти, слід забезпечити вхід в \bar{S} на другій половині першого періоду, тобто

$$\frac{1}{2} + \frac{1-b}{2b|U_1+1|} > 0.$$

З врахуванням (5) остання нерівність набуває вигляду

$$a > \frac{b(1+U_{-1})-1}{d(1+U_{-1}) \ln b(1+U_{-1})} \quad (13)$$

Нерівності (4а,б), (10) і (13) виконуються в області нижче кривої 1 та вище кривих 2 і 3 (рисунок).



Результати комп'ютерного моделювання

Для забезпечення відсутності будь-яких коливальних режимів в цій області слід потурбуватися про виконання умови $U^* > 0$. Аналіз (8) з врахуванням (3) засвідчує, що не існує початкових значень U_{-1} , для яких рух, що починається в області параметрів (див. рисунок) вище кривої 1 та вище кривих 2 і 3 не виходить з цієї області. Тим самим доведено відсутність хаотичних рухів, форма яких відповідає режиму основної частоти, для розглядуваної моделі системи. Побудова областей хаотичних рухів на квазігармоніках потребує подальших досліджень.

1. Шарковський А.Н, Майстренко Ю.Л., Романенко Е.Ю. Разностные уравнения и их приложения. – К., 1986. – 280 с. 2. Видаль П. Нелинейные импульсные системы. – М., 1974. – 336 с. 3. Лисицкая И.И., Сеницкий Л.А., Шумков Ю.М. Анализ нелинейных цепей с магнитными и полупроводниковыми элементами. – К., 1969. – 365 с.